

ЕРМАКОВА Анастасия Всеволодовна

Повышение эффективности систем радиодоступа на основе циркулярных матриц многопозиционных линейных рекуррентных последовательностей

Специальность

2.2.13 – Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва, 2026

Работа выполнена в Ордена Трудового Красного Знамени федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский технический университет связи и информатики» (МТУСИ)

Научный руководитель: Горгадзе Светлана Феликсовна – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Радиооборудование и схемотехника» МТУСИ.

Официальные оппоненты: Бокк Герман Олегович – доктор технических наук, руководитель направления отдела развития радиointерфейса ООО «НИРИТ-СИНВЭЙ Телеком Технолоджи»;

Лисничук Александр Александрович – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Радиоправление и связь» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения «Рязанский государственный университет им. В.Ф. Уткина»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича» (СПбГУТ им. проф. М.А. Бонч-Бруевича)

Защита диссертации состоится 10 июня 2026 г. в _____ на заседании диссертационного совета по защите докторских и кандидатских диссертаций 55.2.002.01 при Ордена Трудового Красного Знамени федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский технический университет связи и информатики» по адресу: 111024, г. Москва, ул. Авиамоторная, д. 8-а, ауд. А-211.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте МТУСИ:

<https://dis.mtuci.ru/upload/srd/Dis-Ermakova/dis-Ermakova.pdf>

Автореферат разослан «__» _____ 2026 г.

Учёный секретарь

диссертационного совета 55.2.002.01

доктор технических наук, профессор

М.В. Терешонок

Общая характеристика работы

Актуальность работы.

В последнее время взрывной рост объемов передаваемой информации и числа абонентов систем радиодоступа – таких как сети мобильной связи, различные системы радиосвязи и радиовещания, телевидения и т.д., включая спутниковые радиосистемы, – стимулирует проведение исследований в области технологий многостанционного доступа. Вместе с тем, анализ наиболее эффективных подходов, применяющихся, в данной области, показывает, что как правило они основываются на применении модулированных систем ортогональных дискретных функций, при формировании и обработке которых используются быстрые дискретные спектральные преобразования, причем в настоящее время в различных приложениях применяются лишь два типа таких систем функций, являющихся частными случаями ортогонального базиса Виленкина-Крестенсона (ВК). Это системы дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ) и система функций Уолша-Адамара. Как известно, спектральные преобразования на основе этих ортогональных базисов являются частными случаями соответствующего преобразования в одном из вариантов системы ВК, называемого обобщенным преобразованием Фурье, а его быстрый вариант будем называть обобщенным быстрым преобразованием Фурье (БПФ).

Применение ДЭФ рассматривалось в качестве основы для формирования телекоммуникационных сигналов еще в начале 60-х годов. Как известно, дискретные аналоги сигналов OFDM (orthogonal frequency-division multiplexing) представляют собой ДЭФ, в результате чего при их формировании и демодуляции оказалось возможным применение традиционного обратного и прямого БПФ. Представление OFDM сигнала в виде совокупности непрерывных гармонических функций используется скорее для разъяснения концепции организации канала связи. В действительности поднесущие OFDM сигналов существуют в дискретном виде, т.е. в виде ДЭФ, и их модуляция информационными символами производится на основе обратного дискретного БПФ, после чего сформированный групповой дискретный сигнал подвергается цифро-аналоговому преобразованию. Аналого-цифровое преобразование группового сигнала производится в приемнике, после чего полученный дискретный групповой сигнал, состоящий из модулированных ДЭФ, демодулируется с помощью прямого БПФ.

Традиционное представление OFDM сигнала в виде набора аналоговых гармонических поднесущих, по-видимому, привело к довольно распространенному заблуждению, состоящему в том, что в многолучевом канале связи при сдвиге сигналов лучей по времени не совпадающие по частоте поднесущие разных лучей остаются ортогональными. Но при дискретном представлении OFDM сигнала в виде ДЭФ становится очевидным, что любой относительный сдвиг этих функций по фазе приводит к нарушению свойства их ортогональности, в результате чего в многолучевом канале помеховая составляющая для сигнала каждой поднесущей включает сигналы всех поднесущих соседних лучей. Данную помеху скомпенсировать сложно, так как ее мгновенное значение зависит от всех передаваемых в этот момент информационных символов на всех поднесущих соседних лучей и от их относительных смещений по времени. Но ее можно существенно ослабить, повышая точность частотной и временной локализации поднесущих OFDM сигналов с помощью банков фильтров, хотя обычно считается, что эти фильтры применяются лишь для борьбы с доплеровским сдвигом частоты. Вместе с тем, в сочетании с банками фильтров не применяются циклические префиксы, позволяющие отчасти решить проблему отсутствия синхронизации по времени в системе с OFDM сигналами с точностью до элементарного символа ДЭФ, поскольку при передаче тестовых информационных сигналах на пилотных поднесущих, которые появляются при увеличении размерности базовой матрицы из-за использо-

вания префиксов, можно определить фазовый сдвиг принимаемых пилот-сигналов и поднесущих базовой системы ДЭФ, в которой производится ДПФ в приемнике. Таким образом, с помощью префиксов отчасти решается проблема релеевских замираний, которые возникают не только в многолучевом канале, но и из-за неортогональности циклически сдвинутой любой принимаемой поднесущей по отношению к любой из поднесущих матрицы ДЭФ, в которой производится БПФ. При этом использование циклических префиксов затруднено при большом доплеровском сдвиге из-за требований к величине защитного частотного интервала между поднесущими, в результате чего число поднесущих в системах с OFDM сигналами не превышает на практике 1200.

Одной из проблем, затрудняющей дальнейшее развитие систем связи с вариантами OFDM сигналов, является трудность присоединения к ним синхросигналов, позволяющих эффективно измерить временную задержку, смещение по частоте, мощность, фазовый сдвиг несущей частоты группового сигнала как прямого распространения, так и сигналов лучей в многолучевом канале.

Число ортогональных дискретных сигналов в их полной системе всегда соответствует размерности используемой матрицы дискретных функций, поэтому присоединение к ней любых дополнительных функций с целью повышения пропускной способности канала связи приводит к появлению взаимных помех одновременно передаваемых сигналов и, следовательно, позволяет получить необходимый результат только в случае возможности снижения требований к качеству передачи информации, по сравнению с вариантом использования только ортогональной системы сигналов. Компенсация взаимных помех, как правило, требует значительных вычислительных затрат. Кроме того, дополнительные сигналы не могут быть обработаны в контексте применяемого быстрого спектрального преобразования.

Таким образом, невозможно увеличить число ортогональных функций в одном их полном наборе, а число таких наборов ограничено, и их невозможно использовать одновременно. Но в работах, показано, что матрицы-циркулянты M -последовательностей (МП) одной и той же размерности, построенные на основе разных неприводимых примитивных полиномов, приводятся к одной и той же матрице Адамара с использованием линейных преобразований. Существование совокупности однотипных, но разных полных систем ортогональных функций позволяет рассматривать возможность их одновременного использования для передачи информации в общем радиоканале при компенсации их взаимных помех.

Свойствами, аналогичными свойствам МП, должны обладать многопозиционные (p -ичные) линейные рекуррентные последовательности (ЛРП), но их матрицы-циркулянты будут приводиться к дискретному ортогональному базису функций ВК, в котором определено обобщенное БПФ, где p - целое положительное число, большее двух. При переходе от традиционного БПФ (в базисе ДЭФ) к БПФ в базисе ВК при использовании операции умножения с плавающей точкой выигрыш по числу элементарных арифметических операций составит приблизительно 3,5 раза (на практике 3 раза). В случае, если учитывается алгоритм факторизации матрицы ВК, при умножении с плавающей точкой соответствующий выигрыш достигает примерно 5 раз (на практике 4 раза). При умножении с фиксированной точкой данный выигрыш составляет 11 раз. (Приведенные значения выигрыша соответствуют двоично-рациональным значениям размерности БПФ, хотя известно, что наиболее выгодными являются размерности, кратные трем). Отметим, что учет только данного обстоятельства позволяет сделать вывод об актуальности рассмотрения дискретного ортогонального базиса ВК, а также циркулярных матриц p -ичных ЛРП в качестве базовых систем ортогональных функций, использующихся для передачи информации.

Степень разработанности темы исследования.

В настоящее время в практических приложениях применение многозначных ЛРП не рассматривается, а их теория фактически не развита. Отсутствуют таблицы неприводимых примитивных полиномов, необходимых для их формирования, не исследованы свойства и характеристики шумоподобных сигналов, формируемых на их основе. Но еще с конца 50-ых – начала 60-ых годов широко обсуждалось применение двоичных ЛРП, называемых МП, что исторически обусловлено, с одной стороны, повсеместным использованием двоичной системы счисления и, соответственно, двоичных логических элементов, узлов, алгоритмов и компьютеров, а с другой – технологическими проблемами, связанными с разработкой устройств формирования и обработки многофазных шумоподобных сигналов. Но в настоящее время, в связи с развитием двоичных компьютерных технологий, а также квадратурных устройств модуляции несущих частот сигналов, не существует принципиальных трудностей использования многозначных псевдослучайных последовательностей (ПСП) в практических приложениях. Вместе с тем, очевидно, что с переходом на многозначную логику применение многозначных ПСП было бы более эффективным, по сравнению с двоичными. В настоящее время считается доказанным, что, например, троичная логика и, соответственно, троичные компьютеры имели бы ощутимые преимущества перед двоичными, обеспечивая повышение быстродействия вычислений в полтора-два раза. Преимущества, например, пятеричной или семеричной логики в настоящее время еще не рассматриваются.

Проблемы синхронизации по сверхдлинным слабым по мощности периодическим шумоподобным сигналам и их сегментам, формируемым на основе двоичных последовательностей, рассматривались в работах Смирнова Н.И., Горгадзе С.Ф. Проблемы технологий с кодовым разделением рассматривались в работах Варакина Л.Е., Крейнделина В.Б. Теория быстрых спектральных преобразований в базисе функций Уолша-Адамара при синхронизации дискретных шумоподобных сигналов развита в работах Ве'eny Y., Leung K., Snyders J., Li P., Лосева В.В., Дворникова В.Д.. В работах Смольянинова В.М., Назарова Л.Е., Канатовой Л.В, Литвинова, Финка Л.М. рассматривалось использование быстрых спектральных преобразований в базисе функций ВК для быстрого декодирования циклических -ичных блоковых кодов максимальной длины.

Цель работы заключалась в снижении сложности реализации и повышении помехоустойчивости систем радиодоступа за счет применения БПФ в базисе функций ВК и использования многопозиционных ЛРП.

Научная задача заключается в комплексном рассмотрении и оптимизации процедур формирования и обработки групповых сигналов, построенных на основе циркулярных матриц p -ичных ЛРП как при прямом распространении сигнала, так и в многолучевом канале связи, включая разработку способов присоединения синхросигнала и ускоренную оценку параметров многолучевого канала связи с использованием алгоритмов быстрых спектральных преобразований.

Задача, сформулированная выше, включает совокупность подзадач, решение которых составляет содержание данной работы:

1. Рассмотрение вариантов построения матриц-циркулянтов p -ичных ЛРП на основе мультипликативных групп расширенного поля Галуа по модулю неприводимого примитивного полинома, использовавшегося при ее формировании, а также вариантов приведения этих матриц к полной или усеченной матрице функций ВК с целью разработки ускоренных алгоритмов обработки групповых сигналов в системах радиодоступа на основе быстрых спектральных преобразований;

2. Обоснование необходимости введения понятий авто- и взаимно корреляционных матриц p -ичных ЛРП, выявление их взаимосвязи с корреляционными функциями этих последовательностей и исследование характеристик этих матриц;

3. Исследование свойств и обоснование алгоритма ускоренной демодуляции группового сигнала, сформированного на основе ортогональных матриц-циркулянтов p -ичных ЛРП;

4. Выбор и обоснование вариантов присоединения синхросигналов к групповым сигналам, сформированному на основе циркулярных матриц p -ичных ЛРП;

Разработка методов обработки групповых сигналов, сформированных на основе циркулярных матриц ЛРП, в многолучевом как нисходящем, так и в восходящем каналах связи.

Объектом исследования являются алгоритмы и устройства обработки групповых сигналов в системах радиодоступа, построенных на основе симметричных ортогональных матриц.

Предметом исследования являются цифровые алгоритмы ускоренного векторно-матричного перемножения применительно к задаче обнаружения, демодуляции и компенсации взаимных помех и при многолучевом распространении групповых сигналов, сформированных на основе симметричных ортогональных матриц, а также подобные алгоритмы при обнаружении и синхронизации групповых сигнала.

Методология и методы исследования. При решении поставленных задач исследования использовались методы цифровой обработки сигналов, теория электрической связи, теория случайных процессов, теория вероятностей, методы статистической радиотехники и вычислительного эксперимента.

Научная новизна работы.

1. Дискретный сигнал, при формировании которого используется p -ичная ЛРП максимального периода, может быть преобразован к любой функции ВК при перестановке его символов по возрастанию значений элементов мультипликативной группы расширенного поля Галуа, построенного по модулю неприводимого примитивного полинома, использовавшегося при формировании исходной ПСП; установлено, что на основе вариантов сопровождающих матриц исходного полинома можно построить как минимум четыре мультипликативных группы поля;
2. Способ преобразования p -ичной ЛРП на основе выбранной мультипликативной группы расширенного поля Галуа, а также выбор первообразного элемента группы, с которого начинается перестановка элементов исходной ПСП, позволяет однозначно определить начальный блок преобразованной p -ичной ЛРП с использованием обобщенного БПФ в базисе функций ВК.
3. Научную новизну составляют результаты исследования корреляционных свойств p -ичных ЛРП и впервые введенных автокорреляционных матриц ортогональных сигнатур на их основе. Установлено, что перемножение действительной и мнимой частей матрицы одной ЛРП дает нулевую матрицу, а перекрестное перемножение частей матриц разных ЛРП — ненулевую, что позволило разработать способ компенсации взаимных помех при совместном использовании нескольких систем сигнатур в общей полосе частот;
4. Мнимая часть двумерной автокорреляционной функции любой p -ичной ЛРП не имеет центрального пика; при вычислении двумерной взаимно корреляционной функции p -ичной ЛРП и ее копии, сдвинутой по фазе, получим центральные пики как у действительной, так и у мнимой части этой функции, по соотношению уровней которых можно определить фазовый сдвиг одной ПСП относительно

другой.

Достоверность результатов и выводов подтверждается апробацией результатов работы на Международных научных конференциях и публикациями в рецензируемых научных изданиях, относящихся к списку ВАК и соотношением результатов, полученных на основе теоретических исследований, и результатов компьютерного моделирования.

Практическая значимость.

1. Показано, что применение БПФ в базисе ВК с плавающей точкой вместо классического БПФ (базис ДЭФ) при размере преобразования $N=2048$ дает максимальный выигрыш по числу арифметических операций от 2,1 до 3,5 раз относительно OFDM: для $N=256-1024$ выигрыш составляет от 2,1 до 2,8 раза, а при $N=2048$ достигает 3,5 раза;

2. Предложен вариант построения системы радиодоступа, обладающих низкой чувствительностью к доплеровским сдвигам частоты, достигающимся за счет непрерывного слежения за смещениями шумоподобного синхросигнала по частоте и задержке, что обеспечивает стабильность синхронизации в условиях движения абонентов с постоянной скоростью до 500 км/ч (1400 Гц) и более, а также при ускорении до 30...50 м/с² (скорость изменения частоты не более 100 Гц/с) при увеличении объема ОЗУ до 100 КиВ с учетом возможности передискретизации синхросигнала в 5 раз, тогда как стандартные схемы OFDM теряют синхронизацию при сдвигах свыше 300 Гц;

3. Разработан новый способ подавления взаимных помех при одновременном использовании нескольких систем ортогональных сигнатур в общем радиоканале, позволяющий повысить пропускную способность пропорционально числу используемых систем за счет применения обобщенного БПФ, дает возможность увеличения скорости передачи данных до 25% при увеличении вычислительной сложности алгоритма обработки пропорционально увеличению числа используемых систем сигнатур;

4. Оценивание параметров сверхдлинного синхросигнала и его многолучевых копий по действительной и мнимой частям их основных корреляционных пиков позволяет обеспечить точность оценки фазовых сдвигов частот сигналов лучей порядка $5^0 - 7^0$, а также погрешность сдвига по времени этих сигналов, не превышающую 0,1 тактового интервала; это позволяет реализовать возможность квазикогерентного разделения сигналов лучей, что обеспечивает приближение статистических характеристик многолучевого канала к гауссовскому и достижение энергетического выигрыша до 3–5 дБ относительно классического OFDM; вычислительная сложность приемного тракта возрастает в 2,3–3 раза по числу операций комплексного умножения при разделении сигналов 2...3 лучей, по сравнению с OFDM.

Теоретическая значимость обосновывается новыми результатами, полученными в области использования теории ускоренного декодирования циклических p -ичных блоковых кодов максимальной длины на основе обобщенного БПФ для формирования и обработки групповых сигналов систем радиодоступа.

Основные результаты диссертации внедрены в АО «Объединенная двигателестроительная корпорация», ФГБОУ ВО «Московский технический университет связи и информатики», что подтверждается актами о внедрении.

Апробация работы.

Результаты работы были представлены автором при его личном участии на XVI, XVII, XVIII, XIX Международной отраслевой научно-технической конференции «Технологии информационного общества» (2022 г., 2023 г., 2024 г., 2025 г.) в городе Москва; МНТК «Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO)» (2024 г., 2025 г.) в городах Выборг и Тюмень; МНТК "2025 Systems of signals generating and processing in the field of on board communications" (2025 г.) в городе Москва;

МНТК «Intelligent Technologies and Electronic Devices in Vehicle and Road Transport Complex (TIRVED)» (2025 г.) в городе Москва.

Публикации результатов.

Основные результаты диссертации изложены в 18 печатных изданиях, 3 из которых размещены в журналах, входящие в перечень ВАК. Получены 14 свидетельств о государственной регистрации программы для ЭВМ, 3 публикации, индексируемые в МБД Scopus.

Личный вклад автора состоит в проведении теоретических исследований и разработке программного кода для компьютерного моделирования. Все результаты получены автором самостоятельно.

Структура работы.

Диссертация состоит из введения, четырех разделов, заключения и двух приложений. Ее объем составляет 174 страницы с 30 рисунками и 10 таблицами. Список литературы содержит 145 наименований.

Соответствие паспорту специальности.

Исследования, проведенные автором диссертации, соответствуют пунктам паспорта научной специальности 2.2.13 – Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения: п. 1. «Исследование процессов и явлений в радиотехнике, позволяющих повысить эффективность радиотехнических устройств и систем»; п. 5. «Разработка и исследование алгоритмов, включая цифровые, обработки сигналов и информации в радиотехнических устройствах и системах различного назначения, в том числе синтез и оптимизация алгоритмов обработки»; п. 10. «Разработка и исследование методов и устройств передачи, приема, обработки, отображения, регистрации, хранения и распространения информации, включая беспроводные, космические, эфирные, кабельные и мобильные системы передачи информации».

Положения, выносимые на защиту.

1. Разработанный метод обработки групповых сигналов на основе БПФ в базе функций ВК **позволяет снизить** вычислительную сложность до 3,5 раз по числу арифметических операций с плавающей точкой по сравнению с традиционным БПФ в базе ДЭФ.

2. Предложенный вариант построения системы радиодоступа с непрерывным слежением за смещениями шумоподобного синхросигнала по частоте и задержке **обеспечивают низкую чувствительность** к доплеровским сдвигам и стабильность синхронизации в условиях движения абонентов со скоростью до 500 км/ч (1400 Гц), что достигается при увеличении объема ОЗУ приблизительно на 100 КиВ с учетом возможности передискретизации обрабатываемого синхросигнала до 5 раз.

3. Разработанный метод обеспечивает когерентное разделение лучей за счет высокоточного оценивания параметров сверхдлинного синхросигнала (погрешность по задержке $\leq 0,1$ тактового интервала, по относительным сдвигам фаз частот сигналов лучей порядка $5^0 - 7^0$, что **позволяет приблизить** статистические характеристики канала к гауссовскому и **достичь энергетического выигрыша** до 3–5 дБ относительно классической OFDM ценой увеличения вычислительной сложности приемного тракта в 2,3...3 раза за счет разделения сигналов лучей.

Краткое содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность темы исследования, приведена историческая перспектива разработанности темы, сформулирована цель работы и связанная с ней научная задача; определен круг частных задач и методов их решения, указаны практическая, теоретическая значимость работы и ее научная новизна; сформулированы положения, вы-

носимые на защиту.

В **первом** разделе выполнен анализ современных технологий многостанционного доступа и принципов построения устройств формирования и обработки сигналов физического уровня. Рассмотрены варианты OFDM с цифровой фильтрацией поднесущих и показано, что их применение приводит к значительному усложнению алгоритмов обработки сигналов при незначительном выигрыше по помехоустойчивости. Отмечены ограничения, связанные с межсимвольной интерференцией, пик-фактором и внеполосными излучениями, также проведено сравнение технологий DS-CDMA и IDMA, выявлены их преимущества и ограничения при различном числе абонентов. Дополнительно обоснована целесообразность использования альтернативных ортогональных базисов и обобщённого быстрого преобразования Фурье, позволяющего снизить вычислительные затраты алгоритмов формирования и обработки групповых сигналов. Зависимость выигрыша ξ по объему вычислений (число элементарных арифметических операций) при переходе от БПФ размерности 2^m в базисе ДЭФ к БПФ в базисе ВК той же размерности от m при умножении с плавающей точкой показана на рис. 1, где m – целое положительное число. Отметим, что в случае БПФ в базисе ВК используются только значения m , кратные 2, а его размерность вычисляется как $4^{m/2}$. Соответственно при вычислении БПФ в базисе ДЭФ используется операция «бабочка», а БПФ в базисе ВК – повторения четырехточечного БПФ в базисе ДЭФ. Как следует из анализа рис. 1, максимально возможное (при $m \rightarrow \infty$) значение ξ составляет 3,5 раза. Например, при 1024-точечном БПФ (размерность БПФ в базисе ДЭФ равняется 2^{10} , а БПФ в базисе ВК - 4^5) при переходе от базиса ДЭФ к базису ВК выигрыш составит около трех раз.

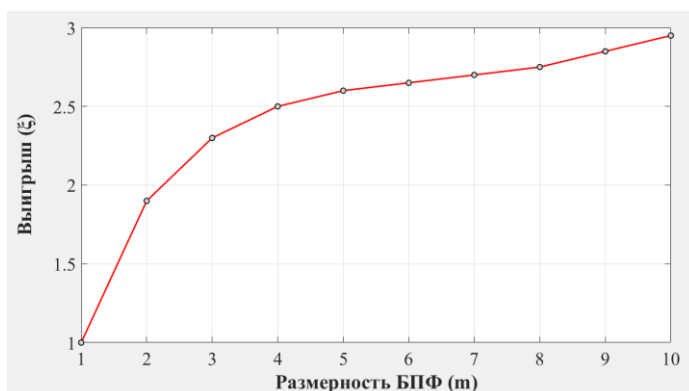


Рисунок 1 - Зависимость выигрыша в БПФ по числу элементарных арифметических операций при переходе от базиса ДЭФ к базису ВК той же размерности 2^m от m

Также получено аналитическое выражение для ξ при использовании операции умножения с фиксированной точкой и показано, что его значение составляет примерно 5 раз (на практике около 4 раз). Таким образом, проведено сравнение БПФ в базисе ДЭФ и ВК при их двоично-рациональных размерностях, когда при вычислениях используется операция «бабочка». Но при размерностях БПФ, не кратных двум, используются методы факторизации систем базисных функций ДЭФ или ВК. Как известно, в этом случае наибольший выигрыш достигается при использовании троичных последовательностей и БПФ размерности 3^m , и составляет приблизительно 11 раз. В дальнейшем в диссертации способы вычисления вариантов БПФ не рассматриваются, а любое дискретное преобразование Фурье представляется как перемножения базисной системы дискретных функций и столбца.

Во **втором** разделе рассматривается подход к организации многостанционного до-

ступа на основе циркулярных матриц многопозиционных ЛРП. Показано, что на основе любой такой ПСП максимального периода $N = p^m - 1$ можно построить системы почти ортогональных сигнатур, которые в данной работе представлены в виде матриц размерности N вида:

$$S_N(i, k) = [W^{x_{i,k}}], \quad (1)$$

где $i = 1, \dots, N$ – номер строки матрицы, $k = 1, \dots, N$ – номер ее столбца, $W = e^{j2\pi/p}$, $x_{i,k} \in \{0, \dots, (p-1)\}$ – элементы p -ичной ЛРП. Столбцы первых m строк матрицы (1) сформированы как последовательность элементов циклической мультипликативной группы расширенного поля Галуа $GF(p^m)$ по модулю неприводимого примитивного полинома $f_m(x) = a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots + a_1 x + a_0$, где значения коэффициентов a_0, a_1, \dots, a_m принадлежат множеству $\{0, 1, \dots, (p-1)\}$. Первый столбец этой матрицы – это преобразный элемент мультипликативной группы α^0 , а каждый последующий столбец можно вычислить как $\alpha^{k-1} = H_n \alpha^{k-2}$ ($k = 2 \dots N$), где n может принимать одно из четырех значений, причем

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & a_0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & a_1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_{m-2} \\ 0 & 0 & \dots & 1 & a_{m-1} \end{bmatrix}, H_2 = [H_1]^T, H_3 = \begin{bmatrix} a_{m-1} & 1 & \dots & 0 & 0 \\ a_{m-2} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_1 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ a_0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, H_4 = [H_3]^T - \quad (2)$$

варианты сопровождающей матрицы полинома $f_m(x)$ размерностью $m \times m$, где \cdot^T – обозначение операции транспонирования матрицы. Нумерация элементов мультипликативной группы поля Галуа производится от 0 до $(N-1)$, а в качестве α^0 можно выбрать любой ее элемент. Столбцы следующих m строк матрицы (2) формируются как $\alpha^{k-1} = H_n^{2m} \alpha^{k-2}$ при том же α^0 , следующих m строк – как $\alpha^{k-1} = H_n^{3m} \alpha^{k-2}$ и т.д. Как только появляется строка, повторяющая первую строку матрицы циклических сдвигов p -ичной ЛРП (2), формирование этой матрицы следует остановить. Таким образом, каждая мультипликативная группа расширенного поля Галуа связана с одним из четырех вариантов сопровождающих матриц исходного полинома. Показано, что матрица-циркулянт ЛРП, сформированная на основе H_2 , всегда является упорядоченной, то есть каждая последующая строка в ней циклически сдвинута на один символ относительно предыдущей строки. Кроме того, у этой матрицы строки и столбцы с одинаковыми номерами совпадают. В зависимости от выбора α^0 можно сформировать $p^m - 1$ вариантов таких матриц, получающихся одна из другой путем циклических перестановок строк или столбцов. Данная матрица является симметричной и квазиортогональной матрицей (СКМ), то есть при ее умножении на комплексно-сопряженную матрицу и нормирования на $p^m - 1$ на главной диагонали получим единицы, а все остальные элементы данной матрицы будут равны $-1 / (p^m - 1)$. Данное свойство сохраняется при любой циклической перестановке ее строк и (или) столбцов. Это обстоятельство позволяет организовать квазиортогональное кодовое разделение сигналов лучей при многолучевом распространении сигналов и формировании группового сигнала на основе упорядоченных циклических матриц многопозиционных ЛРП. Отметим, что матрицы ДЭФ, Уолша-Адамара или ВК являются симметричными и ортогональными матрицами (СОМ), то есть после умножения любой из них на комплексно-сопряженную матрицу и нормирования относительно p^m получим единичную матрицу. Но данное свойство утрачивается при любой циклической перестановке столбцов такой

матрицы.

Показано, что перестановка столбцов любой матрицы-циркулянта многопозиционной ЛРП по возрастанию значений элементов мультипликативной группы поля Галуа, связанной с H_2 , начиная с α^0 , при последующей перестановке ее строк по возрастанию элементов мультипликативной группы, связанной с H_1 , начиная с первообразного элемента $\alpha^0 = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$, приводит данную матрицу к матрице, состоящей из степеней W матрицы функций ВК, упорядоченной по Кронекеру, без строки и столбца с номером ноль, состоящих из единиц. В дальнейшем будем обозначать ее как ВК-К. Таким образом, все вышеописанные системы ортогональных сигнатур размерности $p^m - 1$, построенные на основе всех возможных неприводимых примитивных полиномов m -ой степени с коэффициентами, принадлежащими множеству $\{0, \dots, (p-1)\}$, приводятся к одной и той же системе функций ВК-К размерности $p^m = (N+1)$. В дальнейшем любую матрицу-циркулянт p -ичной ЛРП размерности $p^m = (N+1)$ с присоединенными верхней строкой и крайним левым столбцом, состоящими из единиц, будем обозначать как S_{p^m} . Ниже в качестве примера приводятся эти матрицы девятого порядка с троичными ЛРП, построенные на основе неприводимых примитивных полиномов второго порядка $f_2(x) = 2x^2 + x + 1$ и $f_2'(x) = 2x^2 + x^2 + 1$, где $W = e^{j2\pi/p}$:

$$S_{9, \text{ЛРП}}^a = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^0 & W^1 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 & W^2 \\ W^0 & W^0 & W^1 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 & W^2 & W^1 \\ W^0 & W^1 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 & W^2 & W^1 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 \\ W^0 & W^2 & W^0 & W^2 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 & W^1 \\ W^0 & W^0 & W^2 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 & W^1 & W^2 \\ W^0 & W^2 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 & W^1 & W^2 & W^0 \\ W^0 & W^2 & W^1 & W^0 & W^1 & W^1 & W^2 & W^0 & W^2 \end{bmatrix}, \quad S_{9, \text{ЛРП}}^b = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^0 & W^1 & W^2 & W^2 & W^0 & W^2 & W^1 \\ W^0 & W^0 & W^1 & W^2 & W^2 & W^0 & W^2 & W^1 & W^1 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^2 & W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W^0 \\ W^0 & W^2 & W^2 & W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W^0 & W^1 \\ W^0 & W^2 & W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W^0 & W^1 & W^2 \\ W^0 & W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W^0 & W^1 & W^2 & W^2 \\ W^0 & W^2 & W^1 & W^1 & W^0 & W^1 & W^2 & W^2 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^1 & W^0 & W^1 & W^2 & W^2 & W^0 & W^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Матрица ДЭФ девятого порядка при $W = e^{2\pi/p^m}$, будет выглядеть следующим образом:

$$S_{9, \text{ДЭФ}} = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^3 & W^4 & W^5 & W^6 & W^7 & W^8 \\ W^0 & W^2 & W^4 & W^6 & W^8 & W^{10} & W^{12} & W^{14} & W^{16} \\ W^0 & W^3 & W^6 & W^9 & W^{12} & W^{15} & W^{18} & W^{21} & W^{24} \\ W^0 & W^4 & W^8 & W^{12} & W^{16} & W^{20} & W^{24} & W^{28} & W^{32} \\ W^0 & W^5 & W^{10} & W^{15} & W^{20} & W^{25} & W^{30} & W^{35} & W^{40} \\ W^0 & W^6 & W^{12} & W^{18} & W^{24} & W^{30} & W^{36} & W^{42} & W^{48} \\ W^0 & W^7 & W^{14} & W^{21} & W^{28} & W^{35} & W^{42} & W^{49} & W^{56} \\ W^0 & W^8 & W^{16} & W^{24} & W^{32} & W^{40} & W^{48} & W^{56} & W^{64} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^3 & W^4 & W^5 & W^6 & W^7 & W^8 \\ W^0 & W^2 & W^4 & W^6 & W^8 & W^{10} & W^{12} & W^{14} & W^{16} \\ W^0 & W^3 & W^6 & W^9 & W^{12} & W^{15} & W^{18} & W^{21} & W^{24} \\ W^0 & W^4 & W^8 & W^{12} & W^{16} & W^{20} & W^{24} & W^{28} & W^{32} \\ W^0 & W^5 & W^{10} & W^{15} & W^{20} & W^{25} & W^{30} & W^{35} & W^{40} \\ W^0 & W^6 & W^{12} & W^{18} & W^{24} & W^{30} & W^{36} & W^{42} & W^{48} \\ W^0 & W^7 & W^{14} & W^{21} & W^{28} & W^{35} & W^{42} & W^{49} & W^{56} \\ W^0 & W^8 & W^{16} & W^{24} & W^{32} & W^{40} & W^{48} & W^{56} & W^{64} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Матрица типа (4) при двоично рациональных ее размерностях используется для формирования OFDM сигналов.

Каждую строку матрицы S_{p^m} будем считать низкочастотным дискретным представлением ортогональной негармонической поднесущей, использующейся для передачи информационных символов. Тогда низкочастотный дискретный эквивалент результирующего информационного сигнала, передаваемого по каналу связи, можно представить как:

$$X^T = S_{p^m}^* I_n + \xi, \quad I_n = \begin{bmatrix} A_0 e^{j\varphi_0} \\ A_1 e^{j\varphi_1} \\ \dots \\ A_N e^{j\varphi_N} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$I_n = [A_0 e^{j\varphi_0} \quad A_1 e^{j\varphi_1} \quad \dots \quad A_N e^{j\varphi_N}]$$

где \cdot^* - обозначение операции комплексного сопряжения, I_n – столбец из информационных символов, A_i, φ_i – значения амплитуды и фазы i -го информационного символа соответственно, $\xi = [\xi_0 \ \xi_1 \ \dots \ \xi_N]^T$ – столбец из отсчетов аддитивного белого гауссовского шума. Отметим, что формуле (5) учитывается свойство симметричности и ортогональности матрицы S_{p^m} (строки и столбцы этой матрицы с одинаковыми номерами совпадают). Оптимальная обработка X^T в приемнике описывается как:

$$Y_A = S_{p^m}^a X^T = S_{p^m} S_{p^m}^* I_n + S_{p^m} \xi = p^m I_n + \xi_1 = p^m I_n + \xi, \quad (6)$$

где ξ_1 – столбец из отсчетов шумовой помехи на входе решающего устройства (РУ), I – единичная матрица.

С целью использования алгоритма обобщенного БПФ при вычислении (3) и (4), введем операторы $R_{\alpha, H_n}^{\rightarrow}$ и $R_{\alpha, H_n}^{\uparrow}$ перестановки столбцов матрицы (или символов строки) и ее строк (или элементов столбца), начиная со строки или столбца с номером один, по возрастанию значений элементов $[\alpha^k]_{10}$ ($k=0, \dots, (N-1)$) мультипликативной группы расширенного поля Галуа по модулю некоторого неприводимого примитивного полинома, где $[\alpha^k]_{10}$ – десятичное представление элемента мультипликативной группы α^k . Данная группа построена на основе сопровождающей матрицы исходного полинома H_n . Будем рассматривать также и операторы обратной перестановки, которые соответственно обозначим как $R_{\alpha, H_n}^{\leftarrow}$ и $R_{\alpha, H_n}^{\downarrow}$. Тогда сигнальная составляющая вектора-строки $R_{\alpha, H_n}^{\rightarrow} [X]$ представляет собой сумму всех дискретных функций ВК одного и того же набора, каждая из которых умножена на свой информационный символ, а сигнальная составляющая вектора-столбца $R_{\alpha, H_n}^{\uparrow} [X^T]$ соответствует транспонированной строке $R_{\alpha, H_n}^{\rightarrow} [X]$, то есть

$$R_{\alpha, H_n}^{\uparrow} [S_{p^m}^a I_n] = R_{\alpha, H_n}^{\rightarrow} [S_{p^m}^* I_n]. \quad (7)$$

Но для того, чтобы результат вычисления не изменился после такой перестановки, необходимо в нем вместо S_{p^m} использовать матрицу $R_{\alpha, H_n}^{\rightarrow} [S_{p^m}]$, в которой строки преобразованы к функциям ВК. Далее, учитываем, что $R_{\alpha, H_n}^{\uparrow} [R_{\alpha, H_n}^{\rightarrow} [S_{p^m}]] = S_{p^m, \text{BK-K}}$. Это значит, что после быстрого умножения $S_{p^m, \text{BK-K}}$ с помощью обобщенного БПФ на вектор $R_{\alpha, H_n}^{\uparrow} [S_{p^m}^*] I_n$ получим вектор-столбец $R_{\alpha, H_n}^{\uparrow} [I_n]$, то есть для восстановления исходной последовательности символов необходимо осуществить обратную перестановку элементов полученного столбца, то есть $R_{\alpha, H_n}^{\downarrow} [R_{\alpha, H_n}^{\uparrow} [I_n]]$, где $S_{p^m, \text{BK-K}}$ – матрица ВК-К. Напомним, что все перестановки, описываемые оператором $R_{\alpha, H_n}^{\uparrow}$, начинаются с первообразного элемента $\alpha^0 = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$. В действительности $R_{\alpha, H_n}^{\downarrow} [I_n]$ может быть произведена на передающей стороне и рассматриваться как вариант дополнительного перемежения передаваемых информационных символов.

Таким образом, групповой сигнал на передающей стороне формируется с помощью однократного обратного БПФ в базисе ВК столбца информационных символов I_n с последующей перестановкой элементов полученного столбца с помощью выбранного генератора мультипликативной группы поля Галуа. На приемной стороне, наоборот, сначала осуществляется обратная перестановка дискретных отсчетов принятого сигнала с помощью такого же генератора, а затем выполняется прямое БПФ в базисе ВК.

Во втором разделе также выявлены и изучены свойства матриц-циркулянтов многопозиционных ЛРП и возможность одновременного использования действительных частей

нескольких таких матриц, построенных на основе разных неприводимых примитивных полиномов, для передачи информационных символов с целью повышения скорости передачи информации в выделенной полосе частот.

В третьем разделе рассматриваются вопросы синхронизации многозначных ЛРП на основе БПФ в базисе ВК. Способы присоединения синхросигнала к групповому информационному сигналу рассматриваются в следующем разделе. Но в любом случае используется сверхдлинный синхросигнал с регулируемой мощностью, распределенный по кадру и присоединенный к последовательно излучаемым системам информационных сигнатур с помощью их строк с номером ноль. Обнаружение данного синхросигнала в приемнике производится на фоне одновременно передаваемого группового информационного сигнала, который при некоторых способах присоединения к нему синхросигнала создает аддитивную шумоподобную помеху на входе приемника синхросигнала; быстрые алгоритмы обнаружения и синхронизации периодических шумоподобных сигналов, формируемых на основе двоичных ЛРП и последовательностей Голда, рассогласованных по частоте и задержке по времени, на фоне помех, в сотни-тысячи раз превосходящих их по мощности, рассмотрены в более ранних публикациях, не включенных в данную диссертацию; после обнаружения синхросигналов всех лучей, одновременно присутствующих на входе приемника, для уточнения значений частоты и задержки по времени сигнала каждого луча, а также для слежения за их изменениями, можно использовать кольца фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) и автоматической подстройки времени с перекрестными связями; таким образом, можно реализовать разделение и синхронизацию сигналов всех лучей, присутствующих на входе приемника, с точностью до долей длительности элементарного импульса по времени и фазовых сдвигов их частот с точностью до $(5^0 \dots 7^0)$ практически при любых значениях доплеровских сдвигов; кроме того, обработка синхросигналов позволит измерить и мощности сигналов лучей с высокой точностью по центральным пикам корреляционных функций. Основной проблемой для системы ФАПЧ является движение абонентов с ускорениями более 100 м/с^2 , когда точность оценки частоты сигнала с его использованием будет составлять более 100 Гц . В этом случае более точную оценку частоты и фазового сдвига сигнала каждого луча, по сравнению с ФАПЧ, можно обеспечить в устройстве цифрового обнаружения синхросигнала по соотношению значений действительной и мнимой частей основного корреляционного пика синхросигнала. Обнаружение синхросигнала может производиться лишь при вхождении в связь, а затем производится слежение за изменением его параметров. Но при срыве слежения, например, при резком изменении скорости движения абонента, вновь производится обнаружение синхросигнала.

Формирование синхросигнала на основе p -ичной ЛРП предполагает p -фазную модуляцию его несущей частоты на ее основе. Комплексную огибающую полученного сигнала на длительности времени его повторения можно описать как

$$\dot{S}_i(t) = \sum_{k=0}^{N-1} W^{x_i,k} S_0(t - kT_s), \quad (8)$$

где $i=0, 1, \dots, N-1$ – это условный номер начального блока, с которого начинается p -ичная ЛРП; $S_0(t - kT_s)$ – функция, описывающая форму элементарного импульса сигнала; T_s – длительность этого импульса. Очевидный способ получения комплексной огибающей многофазного сигнала на входе приемника с помощью квадратурной схемы в диссертации не рассматривался. Дискретизация комплексной огибающей синхросигнала в соответствии с теоремой Котельникова приводит к необходимости использования двух параллельно работающих устройств его ускоренного обнаружения и позволяет бороться с нестабильностью генератора тактовой частоты устройства его формирования. Отметим, что при движении абонента с большой скоростью может происходить кажущееся увеличение или

результата БПФ, в результате чего идентифицируется строка матрицы ВК-К, совпадающая с записанными отсчетами преобразованного входного сигнала. Обратное -ичное представление v , т.е. $h_{m-1,v}h_{m-2,v}\dots h_{0,v}$, рассматривается как элемент мультипликативной группы поля Галуа, построенного на основе сопровождающей матрицы \mathbf{H}_1 используемого полинома при первообразном элементе $\alpha^0_{H_1} = [1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0]^T$.

Номер строки, в которой будет находиться циклический сдвиг -ичной в ее матрице-циркулянте, построенной на основе сопровождающей матрицы полинома \mathbf{H}_1 и первообразного элемента, с которого начиналась перестановка элементов X_N , можно вычислить, решая матричное уравнение $\mathbf{H}_1^i \alpha^0_{H_1} = [h_{m-1,v} h_{m-2,v} \dots h_{0,v}]^T$ относительно i . Тогда искомым начальным блоком p -ичной ЛРП, с которого началась ее запись в ОЗУ, можно вычислить по формуле $\mathbf{b} = \mathbf{H}_2^i \alpha^0_{H_2}$. На практике решение этих уравнений можно реализовать с помощью генераторов мультипликативных групп поля Галуа, формируемых на основе сопровождающих матриц исходного полинома \mathbf{H}_2 и \mathbf{H}_1 . Генератор группы на основе \mathbf{H}_1 представлен как ГПГ(\mathbf{H}_1). Для ГПГ(\mathbf{H}_1) используется первообразный элемент $\alpha^0_{H_1} = [1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0]^T$, а для ГПГ(\mathbf{H}_2) первообразный элемент совпадает с $\alpha^0_{H_2}$, с которого начиналась перестановка значений X_N . Когда числа на выходе этих генераторов совпадут, на выходе ГПГ(\mathbf{H}_2) будет искомым начальным блоком p -ичной ЛРП, с которого началась запись X_N в ОЗУ.

С другой стороны, после выполнения обобщенного БПФ можно переставить содержимое ячеек памяти ОЗУ по возрастанию элементов мультипликативной группы, сформированной на основе \mathbf{H}_1 , начиная с первообразного элемента $\alpha^0_{H_1} = [1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0]^T$, игнорируя ячейку с номером ноль. Номер ячейки с максимальным содержимым, представленный в p -ичной системе счисления, совпадает с начальным боком p -ичной ЛРП, с которого началась ее запись в ОЗУ. Этот начальный блок необходимо записать в ГПГ(\mathbf{H}_2), тогда с выхода триггера D_0 (см. ниже) будет формироваться опорная ЛРП. Но следует подчеркнуть, что цифровой сигнальный процессор (ЦСП) после записи отсчетов входного сигнала в ОЗУ с его тактовой частотой (вероятно в диапазоне от нескольких МГц до нескольких десятков или сотен МГц) будет работать с максимально достижимой для него скоростью со своей тактовой частотой порядка 3–4 ГГц, в результате чего длительность времени записи отсчетов сигнала в ОЗУ может существенно превосходить длительность времени вышеописанных вычислений. Тем не менее, необходимо фиксировать длительность времени вычислений и сдвинуть опорную ЛРП с выхода триггера D_0 на соответствующее число элементарных символов и понизить тактовую частоту формируемой опорной ЛРП до тактовой частоты входного сигнала. Подчеркнем, что именно ГПГ(\mathbf{H}_2) целесообразно использовать в качестве генератора опорной ЛРП, поскольку любые m элементарных символов, следующих с триггера D_0 , совпадают с символами группы, формируемой на основе \mathbf{H}_2 , оказавшихся записанными в ячейках памяти регистра.

Второй алгоритм синхронизации p -ичной предполагает перестановку отсчетов входного сигнала по возрастанию значений элементов мультипликативной группы, построенной на основе матрицы \mathbf{H}_1 , начиная с первообразного элемента $\alpha^0_{H_1} = [1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0]^T$. После выполнения обобщенного БПФ и записи его результата в ОЗУ номер ячейки памяти с максимальным содержимым, представленный в p -ичной системе счисления, будет соответствовать начальному блоку ЛРП, с которого началась ее запись в ОЗУ. Начальный блок опорной ЛРП с поправкой на длительность времени вычислений, следует записать в ре-

гистр сдвига ГПГ(H_2), с выхода триггера D_0 которого будет формироваться опорная ЛРП синхронно с обнаруженным синхросигналом.

С целью разработки ГПГ рассмотрим мультипликативные группы расширенного поля Галуа, формируемого на основе сопровождающих матриц неприводимого примитивного полинома $f_m(x) = a_mx^m + a_{m-1}x^{m-1} + \dots + a_1x + a_0$. Для элементов мультипликативной группы, получаемой на основе сопровождающей матрицы данного полинома H_1 , получена рекуррентная формула:

$$\begin{cases} x_{0,k} = a_0x_{m-1,k-1}; \\ x_{1,k} = x_{0,k-1} \oplus_p a_1x_{m-1,k-1}; \\ \dots \\ x_{m-1,k} = x_{m-2,k-1} \oplus_p a_{m-1}x_{m-1,k-1}, \end{cases} \quad (9)$$

где \oplus_p – обозначение операции суммирования по модулю p ; a_0, a_1, \dots, a_{m-1} и $x_{i,k}, i=0, \dots, m-1; k=1, \dots, N-1$ принадлежат множеству $\{0, 1, \dots, p-1\}$. Заметим, что и умножение в (9) производится по модулю p . Из формулы (10) следует, что генератор данной мультипликативной группы можно построить в виде сдвигового регистра на многозначных D -триггерах. На рис. 3 представлен генератор мультипликативной группы поля Галуа по модулю неприводимого примитивного полинома с коэффициентами a_0, a_1, \dots, a_{m-1} , построенной на основе сопровождающей матрицы H_1 . Используются следующие обозначения: D_0, D_1, \dots, D_{m-1} – многозначные D -триггеры, ГТИ – генератор тактовых импульсов. На этом рисунке в блоках, в которых изображены коэффициенты полинома, происходит перемножение по модулю p значения входного элемента ЛРП и этого коэффициента, суммирование также производится по модулю p . В триггеры первоначально заносится первообразный элемент формируемой группы.

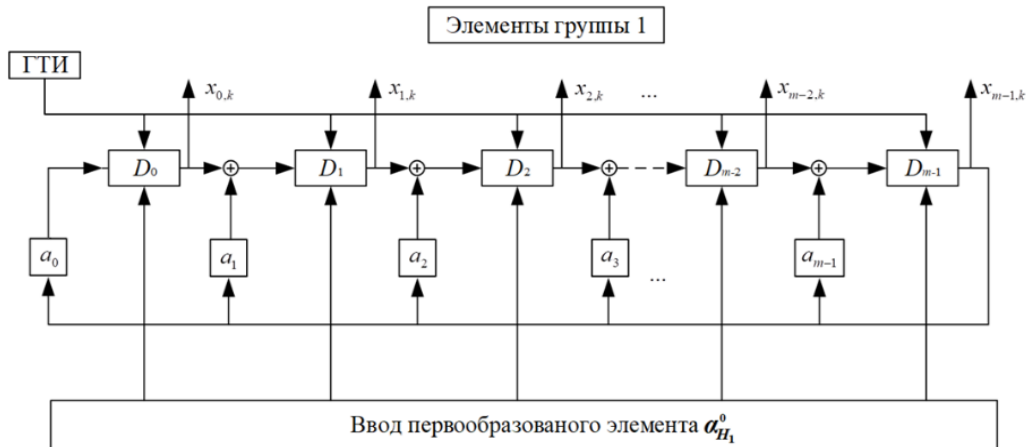


Рисунок 3 - Генератор мультипликативной группы поля Галуа по модулю неприводимого примитивного полинома, построенной на основе матрицы H_1

Для элементов мультипликативной группы, формируемой на основе матрицы H_2 , получена рекуррентная формула

$$\begin{cases} x_{0,k} = x_{1,k-1}, \\ x_{1,k} = x_{2,k-1}, \\ \dots \\ x_{m-1,k} = a_0x_{0,k-1} \oplus a_1x_{1,k-1} \oplus \dots \oplus a_{m-1}x_{m-1,k-1}. \end{cases}$$

На рисунке 4 приводится генератор мультипликативной группы поля Галуа по модулю неприводимого примитивного полинома с коэффициентами $a_0, a_1, \dots, a_{m-2}, a_{m-1}$, построенной на основе сопровождающей матрицы H_2 .

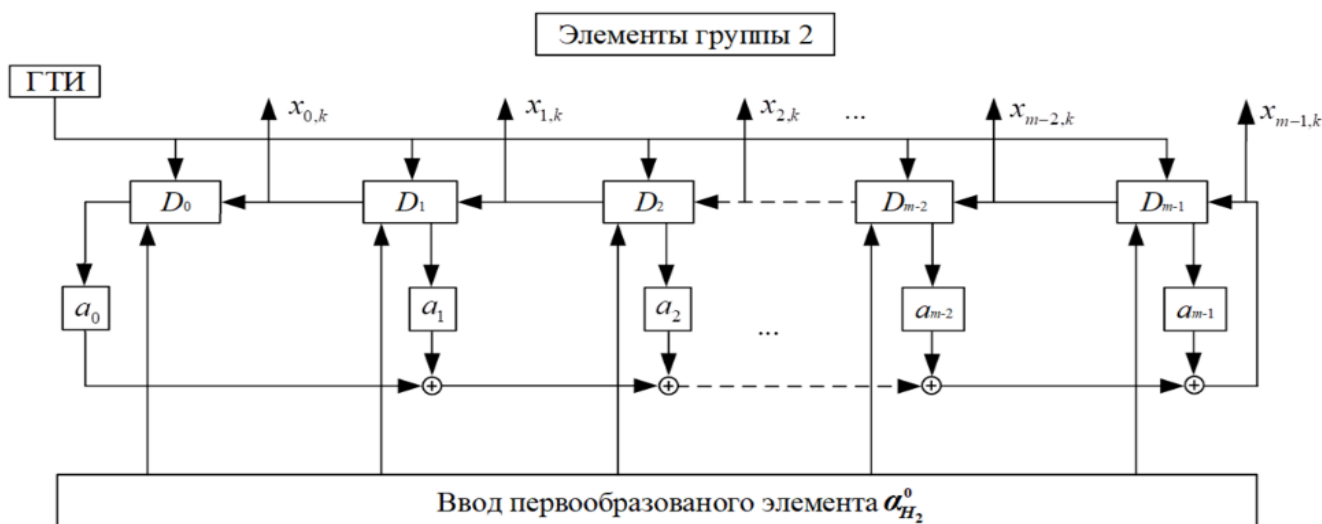


Рисунок 4 - Генератор мультипликативной группы поля Галуа по модулю неприводимого примитивного полинома, построенной на основе матрицы H_2

Очевидно, что генераторы p -ичных ЛРП имеют такую же структуру, как и генераторы мультипликативных групп. При этом элементы группы формируются параллельно с выходов всех триггеров, а циклические сдвиги p -ичной ЛРП – с выхода каждого триггера. Относительные сдвиги ЛРП, формируемых с выхода соседних триггеров, соответствуют структуре мультипликативной группы. Отметим, что в настоящее время активно используется троичная логика, существуют троичные триггеры, регистры сдвига на их основе, а также троичные сумматоры и перемножители, однако троичные процессоры и компьютеры находятся только в стадии разработки. Вместе с тем, во многих исследованиях показано, что при применении троичных компьютеров может обеспечить повышение скорости вычислений в полтора-два раза, по сравнению с двоичными компьютерами. Но очевидно, что p -ичные ЛРП и соответствующие мультипликативные группы можно формировать и на двоичных процессорах.

Таким образом, обосновано использование ОЗУ при преобразовании входного синхросигнала, сформированного на основе p -ичной ЛРП, в дискретную последовательность ВК. Но и при вычислении БПФ в базисе ВК удобно использовать ОЗУ, особенно если применяется алгоритм с факторизацией базисной матрицы, поскольку значения отсчетов функции ВК, записанные в ОЗУ, можно считывать попарно, производить с ними необходимые действия, а затем записывать в ОЗУ на освободившиеся места. После необходимого числа циклов перезаписи ОЗУ в нем будет записан результат перемножения матрицы ВК с занесенной в него первоначально дискретной функцией ВК. Необходимый объем памяти ОЗУ при операциях с отсчетами входного сигнала, дискретизированного с его тактовой частотой, равен удвоенной длине используемой ЛРП N , поскольку приходится оперировать с комплексными числами. Необходимое значение N определяется как типом и конфигурацией базовых станций или станций сопряжения системы радиодоступа, так и шириной выделенной для нее полосы частот, и может составлять от нескольких десятков до нескольких сотен тысяч, то есть необходимый объем памяти данного ОЗУ составляет от 4 до 16 КиВ. Кроме того, следует проводить параллельные вычисления при дискретизации сигнала со сдвигом на половину длительности элементарного символа ЛРП, в результате чего требующийся объем памяти следует увеличить в два раза. При необходимости передис-

кретизации сигнала необходимо увеличить оценку объема оперативной памяти на число дополнительных отсчетов входного сигнала, в результате чего требующийся ее объем должен быть порядка 100 КиВ.

В **четвёртом** разделе разработаны варианты построения кадров как восходящего, так и нисходящего каналов связи, сформированных на основе СОМ и СКМ, с присоединенными синхросигналами, а также рассмотрены алгоритмы обработки как однолучевых, так и многолучевых групповых сигналов.

Первый вариант построения кадра (рис. 5) с матрицами-циркулянтами выбранной ичной ЛРП, аналогичен кадру CDMA-системы QUALCOM третьего поколения, но отличается способом согласования периода повторения синхросигнала с последовательностью СОМ и СКМ.

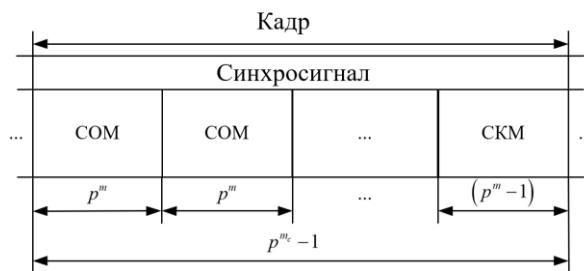


Рисунок 5 - Структура кадра с присоединенным синхросигналом с периодом $(p^{m_c} - 1)$ к СОМ порядка p^m ($p^{m_c} \gg p^m$)

В данном случае синхросигнал излучается параллельно с информационными сигналами, его мощность равномерно распределена по кадру, и он одновременно используется для их скремблирования. Но, если в случае CDMA QUALCOM это позволяет обеспечить равномерное распределение мощности излучаемого сигнала в выделенной полосе частот и повысить скрытность передачи информации, то в данном случае последнее может быть излишним, поскольку для построения СОМ используются ЛРП. Для повышения скрытности передачи информации можно менять как примитивный полином, использующийся для формирования СОМ, так и первообразный элемент, соответствующий ее структуре. Поэтому **второй** предложенный вариант построения кадра предполагает присоединение синхросигнала только к нулевым строкам последовательно излучаемых СОМ, причем его мощность может регулироваться при соответствующем изменении мощности информационных сигналов. Как и в первом варианте присоединения синхросигнала к СОМ, после завершения синхронизации он удаляется из канала связи. Как видно, первые два варианта построения кадра с СОМ и СКМ на основе ЛРП не предполагают использования циклических префиксов. Для подавления взаимной помехи соседних лучей при многолучевом характере распространения сигналов могут использоваться временные окна с увеличением уровня сигнала в центрах ресурсных блоков и его подавлением к их краям. Но, как показано в диссертации, практически полное подавление взаимной помехи сигналов соседних лучей может быть при использовании циклических префиксов. Поэтому **третий** вариант построения кадра предполагает использование циклических префиксов, которые вставляются между СОМ, передаваемыми в течение кадра. Длительность циклического префикса должна быть не меньше значения l_{\max} , соответствующего максимальному числу элементарных импульсов ЛРП, на которое могут быть сдвинуты сигналы лучей по времени. Структура кадра для этого случая показана на рис. 6, где П – циклический префикс. Указанная его длина l_1 , выраженная в числе элементарных символов СОМ, в действительности может варьироваться в течение кадра.

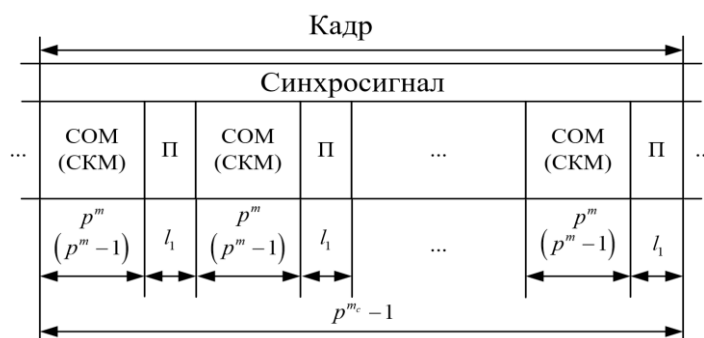


Рисунок 6 - Структура кадра с присоединенным синхросигналом с периодом $(p^{m_c} - 1)$, СОМ порядка p^m и циклическими префиксами (П)

В четвертом варианте в течение кадра можно использовать СОМ разных порядков при известном значении l_{\max} , поскольку увеличение порядка СОМ, сформированных на основе ЛРП, в отличие от системы с OFDM сигналами, не требует увеличения ширины полосы частот, занимаемой групповым сигналом при неизменной его тактовой частоте. Иллюстрация структуры кадра для данного случая представлена на рисунке 7. Очевидно, что для построения СОМ разных порядков используются разные неприводимые примитивные полиномы, и для быстрой обработки каждой СОМ, модулированной информационными символами, используется одно и тоже обобщенное БПФ. Общая длительность префиксов сокращается примерно в 3 раза, по сравнению с предыдущим вариантом построения кадра.

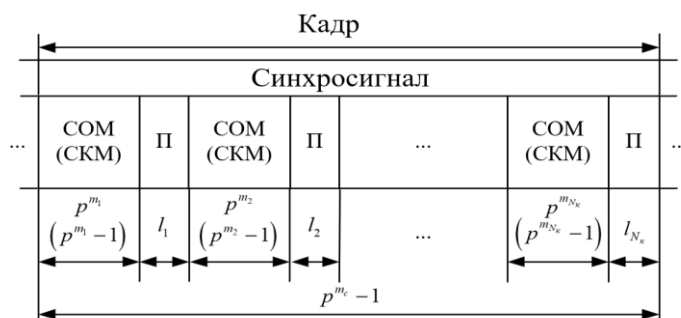


Рисунок 7 - Структура кадра с присоединенным синхросигналом с периодом $(p^{m_c} - 1)$, СОМ разных порядков $p^{m_1}, p^{m_2}, \dots, p^{m_{N_c}}$ и циклическими префиксами (П)

В пятом варианте основу канала связи составляет групповой сигнал, сформированный на основе периодически излучаемых СКМ одного и того же порядка с присоединенной к каждой из них строкой с нулевым номером, модулированной синхросигналом. При этом в кадре могут как отсутствовать, так и использоваться циклические префиксы. В случае использования циклических префиксов, их длины можно выбирать произвольно с учетом значения l_{\max} , а начало каждой следующей СКМ, используемой для передачи информации, будет определяться выбором первообразного элемента мультипликативной группы расширенного поля Галуа по модулю соответствующего неприводимого примитивного полинома. Отметим, что в этом случае в течение длительности кадра можно использовать СКМ разных размерностей.

В четвертом разделе также произведено компьютерное моделирование обработки группового сигнала, построенного на основе -ичной ЛРП, в двухлучевом канале связи. Иллюстрация структуры двухлучевого сигнала приведена на рисунке 8.

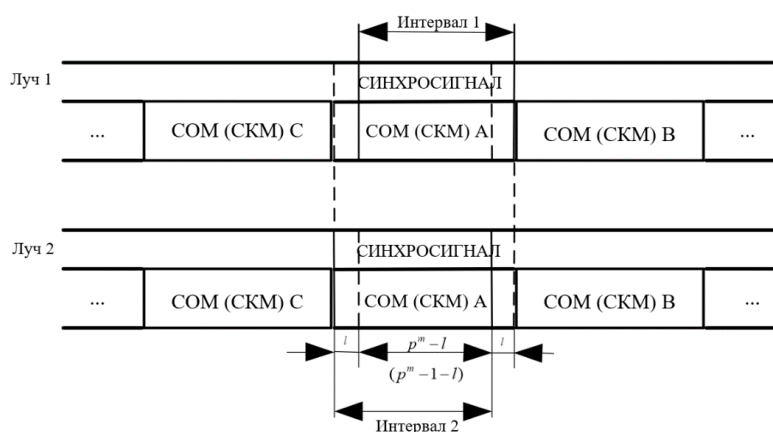


Рисунок 8 - Иллюстрация структуры двухлучевого сигнала для второго варианта организации кадра при отсутствии циклических префиксов

Для передачи информации используется одна и та же СОМ, но для модуляции ее поднесущих, излучающихся друг за другом, используются разные последовательности информационных символов. В данном случае выделены три их последовательности, передаваемые друг за другом, которые обозначены как A , B и C . При этом предполагается, что групповой сигнал второго луча опережает сигнал первого луча на l элементарных символов ЛРП. Границы кадра второго луча на кадре первого луча и, наоборот, кадра второго на кадре первого, обозначены штриховыми линиями. Можно заметить, что сдвиг сигналов лучей едва ли может быть на целое число l символов ЛРП, но при использовании системы автоматической подстройки времени при слежении за синхросигналом оказывается возможным отследить сдвиги по времени между сигналами лучей до десятых долей элементарного импульса ПСП, и подобрать соответствующий интервал дискретизации входного двухлучевого сигнала для получения суммы дискретных сигналов лучей, сдвинутых на целое число элементарных символов. В дальнейшем, не акцентируя внимание на способе дискретизации входного сигнала, будем считать, что в приемнике получены отсчеты входной смеси, представляющие собой сумму отсчетов сигналов двух лучей, сдвинутых друг относительно друга на целое число отсчетов l , и каждый отсчет соответствует одному элементарному импульсу сигнала любого из лучей. В случае, если частоты сигналов лучей существенно отличаются друг от друга, то можно организовать их частотное разделение. Но наиболее вероятен вариант, когда несущие частоты лучей практически одинаковые, но сдвинуты по фазе. При компьютерном моделировании обработки двухлучевого сигнала предполагалось, что фазовые сдвиги несущих частот сигналов лучей измерены точно по синхросигналам.

На рисунке 9 приводятся результаты компьютерного моделирования вероятности ошибки на информационный символ в зависимости от отношения сигнал/шум по мощности для случаев, когда используется циклический префикс, а также при его отсутствии и задержке по времени сигнала первого луча относительно сигнала 2-го луча той же мощности на l элементарных символов ПСП, причем значение l соответствует 5%, 10% и 20% от длительности СОМ p^m (или $(p^m - 1)$).

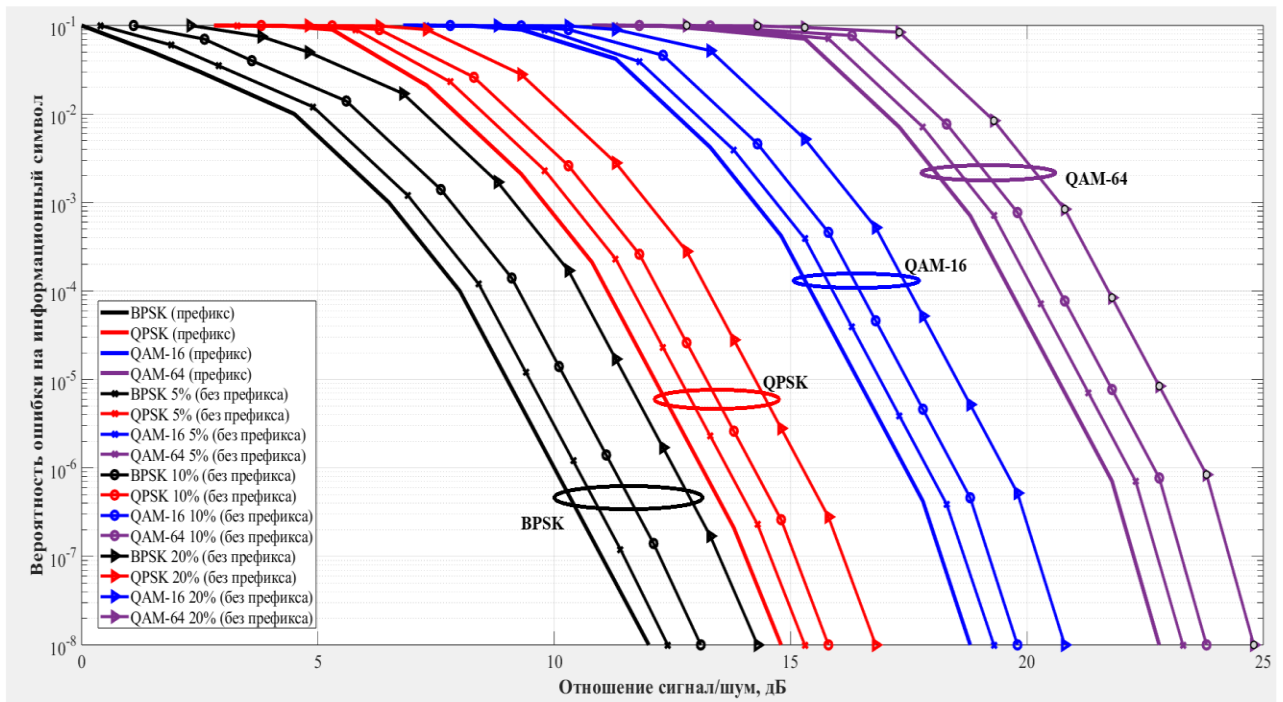


Рисунок 9 - Вероятность ошибки на информационный символ при наличии циклического префикса и его отсутствии, когда запаздывание по времени сигнала второго луча относительно сигнала первого луча той же мощности составляет 5%, 10% и 20% от длительности $COM(CKM)$

На рисунке 10 приводятся результаты моделирования вероятности ошибки на информационный символ в зависимости от отношения сигнал/шум по мощности при использовании временного окна Хэмминга для подавления межлучевой помехи.

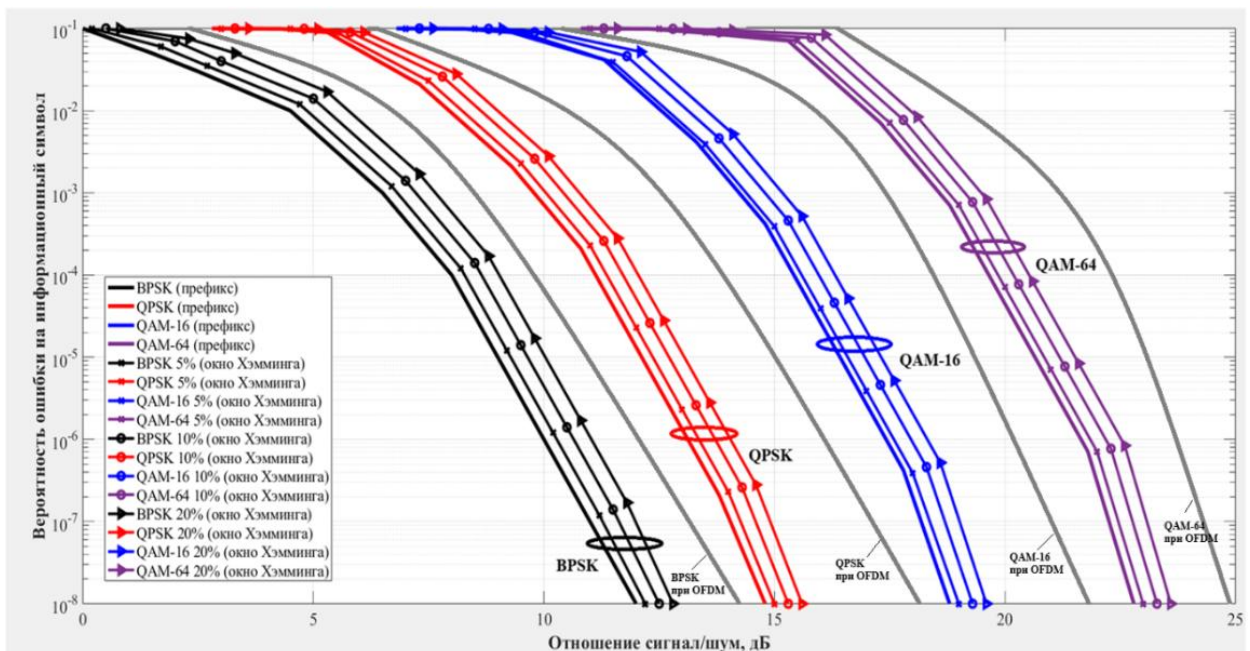


Рисунок 10 - Вероятность ошибки на информационный символ при наличии циклического префикса и его отсутствии, когда в последнем случае используется окно Хэмминга для подавления межлучевой помехи, а запаздывание по времени сигнала второго луча относительно сигнала первого луча той же мощности составляет 5%, 10% и 20% от длительности $COM(CKM)$

Из анализа рисунка 10 следует, что при использовании окна Хэмминга для подавления помехи соседних лучей имеет место выигрыш в отношении сигнал/шум по мощности, составляющий приблизительно (2...2,5) дБ, по сравнению со случаем его отсутствия в канале без циклического префикса. Радикальным способом подавления помехи соседних лучей очевидно является использование циклического префикса, когда структуры кадра, соответствует Третьему и Четвертому его варианту, но при этом очевидно имеет место снижение скорости передачи информации, вызванное наличием префиксов в структуре кадра.

Из анализа рисунков 9 и 10 следует, что оценка параметров канала связи по присоединенным синхросигналам, а также свойство СКМ сохранять свойство симметричности и квазиортогональности при любых циклических сдвигах их столбцов позволяют обеспечить почти ортогональное кодовое разделение сигналов лучей и приблизить характеристики многолучевого канала связи к гауссовскому каналу. Экстраполяция полученных результатов при учете типичных погрешностей оценки параметров многолучевого канала связи по синхросигналам позволяет сделать вывод о значении выигрыша при обработке многолучевых каналов на 3...5 дБ, по сравнению со случаем использования OFDM сигналов.

Заключение

В процессе выполнения диссертационного исследования успешно решены поставленные задачи и получены следующие основные научные результаты:

1. Разработан и исследован метод обработки групповых сигналов на основе БПФ в базе функций ВК, обеспечивающий снижение вычислительной сложности от 2,1 до 3,5 раз по числу арифметических операций с плавающей точкой в зависимости от размера преобразования: при $N = 256 - 1024$ выигрыш составляет от 2,1 до 2,8 раза, а при $N = 2048$ достигает 3,5 раз по сравнению с традиционным БПФ в базе ДЭФ.

2. Предложен вариант построения системы радиодоступа, обладающих низкой чувствительностью к доплеровским сдвигам частоты, достигающимся за счет непрерывного слежения за смещениями шумоподобного синхросигнала по частоте и задержке, что обеспечивает стабильность синхронизации в условиях движения абонентов с постоянной скоростью до 500 км/ч (1400 Гц) и более, а также при ускорении до 30-50 м/с² (скорость изменения частоты не более 100 Гц/с) при увеличении объема ОЗУ до 100 КиВ с учетом возможности передискретизации обрабатываемого синхросигнала в 5 раз, тогда как стандартные схемы OFDM теряют синхронизацию при сдвигах свыше 300 Гц;

3. Разработан новый способ подавления взаимных помех при одновременном использовании нескольких систем ортогональных сигнатур в общем радиоканале, позволяющий повысить пропускную способность пропорционально числу используемых систем за счет применения обобщенного БПФ, дает возможность увеличения скорости передачи данных до 25% при увеличении вычислительной сложности алгоритма обработки пропорционально увеличению числа используемых систем сигнатур;

4. Оценивание параметров сверхдлинного синхросигнала и его многолучевых копий по действительной и мнимой частям их основных корреляционных пиков позволяет обеспечить точность оценки фазовых сдвигов частот сигналов лучей порядка $5^0 - 7^0$, а также погрешность сдвига по времени этих сигналов, не превышающую 0,1 тактового интервала; это позволяет реализовать возможность квазикогерентного разделения сигналов лучей, что обеспечивает приближение статистических характеристик многолучевого канала к гауссовскому и достижение энергетического выигрыша до 3-5 дБ относительно классического OFDM; вычислительная сложность приемного тракта возрастает в 2,3-3 раза по числу операций комплексного умножения при разделении сигналов 2...3 лучей, по сравнению с OFDM.

Цель работы, заключающаяся в снижении сложности реализации и повышение поме-

хоустойчивости систем радиодоступа путем разработки и применения методов обработки сигналов на основе БПФ в базисе функций Виленкина–Крестенсона и многопозиционных линейных рекуррентных последовательностей, достигнута.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на адаптацию разработанных методов обработки сигналов и архитектур построения канала радиодоступа для широкополосных мобильных систем связи (включая стандарты 5G Advanced и перспективные 6G), а также для спутниковых систем на низких орбитах, характеризующихся значительными доплеровскими сдвигами.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в научных изданиях, входящих в перечень ВАК

1. **Ермакова, А. В.** Синхронизация многозначных линейных рекуррентных последовательностей на основе обобщенного быстрого преобразования Фурье / А. В. Ермакова, С. Ф. Горгадзе // Электросвязь. – 2025. – № 4. – С. 74-86. – DOI 10.34832/ELSV.2025.66.4.009. – EDN JVFZEY.
2. Горгадзе, С. Ф. Многостанционный доступ на основе циркулярных матриц многопозиционных линейных рекуррентных последовательностей / С. Ф. Горгадзе, **А. В. Ермакова**, А. Ю. Кудряшова // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2025. – Т. 19, № 3. – С. 37-53. – DOI 10.36724/2072-8735-2025-19-3-37-53. – EDN BYRCCD.
3. Горгадзе, С. Ф. Групповые сигналы на основе симметричных ортогональных матриц и обработка многолучевых сигналов / С. Ф. Горгадзе, **А. В. Ермакова**, А. Ю. Кудряшова // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2025. – Т. 19, № 10. – С. 21-34. – DOI 10.36724/2072-8735-2025-19-10-21-34. – EDN AMTGTV.

Публикации в изданиях, индексируемых в МБД Scopus

1. S. D. Vu, **A. V. Ermakova** and S. F. Gorgadze, "Fast Spectral Transformations in the Truncated Walsh-Hadamard Basis and Synchronization of M-like Sequences," 2024 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO), Vyborg, Russian Federation, 2024, pp. 1-6, doi: 10.1109/SYNCHROINFO61835.2024.10617540.
2. **A. V. Ermakova** and S. F. Gorgadze, "Method for Transforming Matrix Circulants of Multiposition Linear Recurrence Sequences Into Matrices of Vilenkin-Crestenson Functions," 2025 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, Moscow, Russian Federation, 2025, pp. 1-7, doi: 10.1109/IEEECONF64229.2025.10947700.
3. **A. V. Ermakova**, "Improving the Energy Efficiency of 5G and 6G Systems with Linear Recurrent Sequence Synchronization Methods in the Vilenkin-Crestenson Function Basis," 2025 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO), Tyumen, Russian Federation, 2025, pp. 1-9, doi: 10.1109/SYNCHROINFO65403.2025.11079349.

Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ

1. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024618362 Российская Федерация. Программа вычисления и исследования статистических характеристик двумерных автокорреляционных шумоподобных сигналов: № 2024617404: заявл. 10.04.2024: опубл. 10.04.2024/ С. Ф. Горгадзе, Ш. Д. Ву, **А. В. Ермакова**; заявитель Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики». – EDN QRMIZJ.

2. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025689994 Российская Федерация. Программа построения и вычисления кодов Холла (кодов с одноуровневыми периодическими функциями): заявл. 07.10.2025: опубл. 01.11.2025/ **А. В. Ермакова**, И. С. Кретьова, А. Ю. Кудряшова; заявитель Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики».
3. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025689433 Российская Федерация. Программа синхронизации передатчика и приемника обрабатывающего шумопободные сложные сигналы: заявл. 07.10.2025: опубл. 28.10.2025/ **А. В. Ермакова**; заявитель Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики».
4. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025689303 Российская Федерация. Программа обнаружения сигналов Фрэнка: заявл. 07.10.2025: опубл. 27.10.2025/ **А. В. Ермакова**; заявитель Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики».
5. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025688526 Российская Федерация. Программа построения кодов с минимальной апериодичностью: заявл. 07.10.2025: опубл. 21.10.2025/ **А. В. Ермакова**, И. С. Кретьова, А. Ю. Кудряшова; заявитель Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики».
6. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025688523 Российская Федерация. Программа обработки М-последовательностей максимальной длины: заявл. 07.10.2025: опубл. 21.10.2025 / **А. В. Ермакова**; заявитель Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики».
7. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025688470 Российская Федерация. Программа построения и вычисления кодов Виленкина-Крестенсона различной длины: заявл. 07.10.2025: опубл. 21.10.2025/ **А. В. Ермакова**; заявитель Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики».
8. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025688389 Российская Федерация. Программа построения и вычисления кодов Фрэнка различной длины: заявл. 07.10.2025: опубл. 20.10.2025/ **А. В. Ермакова**; заявитель Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики». – EDN XCTZFM.
9. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025687869 Российская Федерация. Программа вычисления и построения кодов Якоби: заявл. 07.10.2025: опубл. 15.10.2025 / **А. В. Ермакова**, И. С. Кретьова, А. Ю. Кудряшова; заявитель Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюд-

- жетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики». – EDN DJHSFG.
10. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025687665 Российская Федерация. Программа построения АКФ и ВКФ для построения шумоподобных сложных сигналов: заявл. 07.10.2025: опублик. 15.10.2025 / **А. В. Ермакова**; заявитель Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики». – EDN ABEJJI.
 11. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025664152 Российская Федерация. Программа вычисления элементов максимальных мультипликативных групп расширенных полей Галуа: заявл. 19.05.2025: опублик. 03.06.2025 / **А. В. Ермакова**, А. С. Соловьев; заявитель Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики». – EDN AYSSMJ.
 12. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025660707 Российская Федерация. Программа исследования вероятностных характеристик правильного обнаружения СлС и вычисления сложности алгоритмов быстрого преобразования в полном и усеченном базисе Адамара: заявл. 18.04.2025: опублик. 25.04.2025 / С. Ф. Горгадзе, Ш. Д. Ву, **А. В. Ермакова**, П. О. Макаров; заявитель Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики». – EDN EXUNEO.
 13. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025618134 Российская Федерация. Программа вычисления вероятности ошибки модуляции UFMC в сетях сотовой связи 5G: заявл. 20.03.2025: опублик. 02.04.2025 / М. В. Дорофеев, **А. В. Ермакова**, П. О. Макаров; заявитель Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики». – EDN HWQAKX.
 14. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025616459 Российская Федерация. Программа вычисления и исследования статистических характеристик р-ичных рекуррентных линейных последовательностей: заявл. 17.02.2025: опублик. 17.03.2025 / С. Ф. Горгадзе, **А. В. Ермакова**; заявитель Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики». – EDN QFUZYQ.

Прочие публикации

1. Горгадзе, С. Ф. Синхронизация последовательностей Голда на основе быстрого преобразования в усеченном базисе функций Уолша-Адамара / С. Ф. Горгадзе, Ш. Д. Ву, **А. В. Ермакова** // Радиотехника и электроника. – 2024. – Т. 69, № 2. – С. 137-145. – DOI 10.31857/S0033849424020045. – EDN KMVICC.
2. Горгадзе, С. Ф. Синхронизация м-последовательностей на основе быстрого преобразования Адамара / С. Ф. Горгадзе, Ш. Д. Ву, **А. В. Ермакова** // Радиотехника и электроника. – 2024. – Т. 69, № 2. – С. 122-136. – DOI 10.31857/S0033849424020031. – EDN KMXKJN.

3. Vu, S. D. Fast Spectral Transformations in the Truncated Walsh-Hadamard Basic and Synchronization of M-like Sequences / S. D. Vu, **A. V. Ermakova**, S. F. Gorgadze // Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications. – 2024. – Vol. 7, No. 1. – P. 623-628. – DOI 10.1109/SYNCHROINFO61835.2024.10617540. – EDN RCVAKI.
4. Горгадзе, С. Ф. Эффективность вариантов многостанционного доступа для сотовых сетей 5G и 6G / С. Ф. Горгадзе, **А. В. Ермакова** // Научные исследования в космических исследованиях Земли. – 2022. – Т. 14, № 2. – С. 19-26. – DOI 10.36724/2409-5419-2022-14-2-19-26. – EDN JSJBHS.
5. Макаров, П. О. Изоморфное отображение матриц дискретно экспоненциальных функций / П. О. Макаров, **А. В. Ермакова** // Технологии информационного общества : Сборник трудов XIX Международной отраслевой научно-технической конференции , Москва, 11–13 марта 2025 года. – Москва: МТУСИ, 2025. – С. 91-94. – EDN QVOJZL.
6. **Ермакова, А. В.** Использование неортогональных поднесущих на основе сегментов M-последовательностей для формирования групповых сигналов систем мобильной связи / А. В. Ермакова // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. – 2024. – Т. 14, № 3. – С. 23-29. – EDN ADKJXI.
7. Горгадзе, С. Ф. Эффективность технологий IDMA и CDMA при малом коэффициенте расширения спектра / С. Ф. Горгадзе, **А. В. Ермакова** // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. – 2023. – Т. 13, № 2. – С. 22-29. – EDN XYLBVY.