

МОСКОВСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
СВЯЗИ И ИНФОРМАТИКИ

ГОРОДНИЧЕВ МИХАИЛ ГЕННАДЬЕВИЧ

**ИНФОРМАЦИОННЫЕ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ МОДЕЛИ  
СЛЕДОВАНИЯ ЗА ЛИДЕРОМ**

Специальность 05.13.17 —  
«теоретические основы информатики (по техническим наукам)»

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук, профессор  
Буслаев А.П.

Москва – 2015



# Оглавление

Введение	7
<b>1 Автоматизация сбора и анализа данных о потоке частиц с мотивированным поведением</b>	<b>31</b>
1.1 Пассивный метод мониторинга . . . . .	32
1.1.1 Микроволновый радар SSHD как оконечное устройство . . .	34
1.1.2 Оценка погрешности оконечного устройства SSHD . . . . .	37
1.1.3 Рекомендации для повышения точности измерений радара SSHD . . . . .	38
1.2 Автоматическая идентификация движущихся частиц . . . . .	38
1.2.1 Обработка интервальных данных . . . . .	39
1.2.2 Обработка индивидуальных данных . . . . .	42
1.2.3 Оценки динамического габарита посредством автоматизированного комплекса . . . . .	49
1.2.4 Оценки интенсивности потока (шт/ед. времени) посредством автоматизированного комплекса . . . . .	52
1.3 Интерактивный метод мониторинга . . . . .	53
1.4 Реализация интерактивного метода исследования потока частиц с мотивированным поведением . . . . .	54
1.4.1 Оценка погрешности . . . . .	56
1.5 Выводы . . . . .	57
<b>2 Теоретическое исследование модели "Следования за лидером" и модели "Заднего привода"</b>	<b>59</b>
2.1 Цепочки частиц. Некритическое и связанное движение . . . . .	59

2.2	Модель "Следования за лидером" . . . . .	61
2.3	Линейный динамический габарит в модели "Следования за лидером" . . . . .	61
2.3.1	Задача "Линейный тандем" (лидер и ведомый) . . . . .	61
2.3.2	Задача "Тройка" . . . . .	64
2.4	Квадратичный динамический габарит в модели "Следования за лидером" . . . . .	69
2.4.1	Редукция задачи . . . . .	69
2.4.2	Произвольное движение лидера . . . . .	71
2.4.3	Обобщённая модель "Следования за лидером" . . . . .	74
2.4.4	Частный случай $N = 2$ . . . . .	75
2.4.5	Цепочка длины $N$ в модели "Следования за лидером" . . . . .	77
2.4.6	Обобщение с случайными динамическими габаритами . . . . .	78
2.5	Модель "Заднего привода" . . . . .	79
2.6	Линейный динамический габарит в модели "Заднего привода". . . . .	79
2.7	Квадратичный динамический габарит в модели "Заднего привода" . . . . .	81
2.8	Обобщённая модель "Заднего привода" . . . . .	82
2.9	Выводы . . . . .	84

<b>3</b>	<b>Реализация системы управления движением цепочки частиц на основе современных ИКТ</b>	<b>87</b>
3.1	Введение . . . . .	87
3.2	Распределенная система мониторинга движения цепочки частиц . . . . .	88
3.3	Архитектура клиент-серверной распределённой системы . . . . .	90
3.4	Обратная связь: управление оконечными устройствами . . . . .	92
3.4.1	Точность систем спутниковой навигации . . . . .	96
3.5	Реализация задачи А . . . . .	97
3.6	Реализация задачи В . . . . .	99
3.7	Реализация системы задачи В . . . . .	101
3.7.1	Алгоритмы детектирования габаритов ведущего . . . . .	105
3.8	Ядро системы для задачи С . . . . .	107
3.8.1	Исследование критических режимов . . . . .	112

3.9 Выводы . . . . .	115
<b>4 Заключение</b>	<b>117</b>
Список использованной литературы . . . . .	119



# Глава

## Введение

### Цель и задачи исследования

*Целью исследования* является разработка методов интеллектуального мониторинга, моделирование движения потока частиц в социально-технических системах, разработка математических моделей, алгоритмов, исследование модели движения с числовыми характеристиками, полученными посредством *современных информационных технологий*, разработка интеллектуальной системы, позволяющей эффективно управлять движением частиц.

*Задачами исследования* являются:

- 1) обзор существующих моделей и исследование мотивации поведения частиц в динамических системах, в частности, социально-технических системах;
- 2) разработка методов интеллектуального мониторинга и исследование качественных свойств поведения цепочки частиц с заданными граничными условиями на их основе;
- 3) создание математической модели, описывающей поведение цепочки частиц;
- 4) исследование аналитическими методами качественных свойств созданной модели;
- 5) реализация модели движения цепочки частиц с мотивированным поведением на основе современных инфокоммуникационных технологий;
- 6) оценка адекватности модели.

### Научная новизна

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Созданы и апробированы модели автоматического детектирования параметров потоков частиц, движущихся однонаправлено в цепочке.

2. Создана модель "Следования за лидером" и модель "Заднего привода" с различными граничными условиями, в точных математических постановках.

3. Исследованы качественные свойства нелинейной модели. Получены условия при которых движение будет устойчивым, что позволяет рационально организовывать потоки, а так же обеспечивать безопасность.

4. Разработан инфокоммуникационный метод реализации математической модели движения на примере трафика.

### **Теоретическая и практическая значимость работы**

Теоретическая значимость диссертационной работы заключается в том, что проведён полный цикл исследования проблемы, которая состоит в следующем:

1) идентификации наблюдаемой системы (или определение параметров через техническое задание)

2) создании математической модели движения цепочки

3) исследовании качественных свойств модели

4) реализации созданной математической модели, как потока частиц с мотивированным поведением

5) проверке адекватности полученных результатов на реальных данных

Практическая ценность данной работы состоит в том, что разработаны методы, максимально адаптированные к теме трафик и пешеходных (pedestrian) потоков.

### **Публикации**

По теме диссертации опубликовано 9 печатных работ, в том числе 7 статей - в международных рецензируемых изданиях, приравненных к списку ВАК, и материалах международных конференций. Три работы опубликованы в изданиях, индексируемых в Web of Science и Scopus. В опубликованных работах автору принадлежат теоретические исследования, экспериментальные результаты и выводы.

### **Личное участие автора**



Результаты измерений, разработка методов исследования и анализ результатов получены самостоятельно. Все натурные эксперименты проведены и проанализированы лично.

## Актуальность исследования

Поток как совокупность движущихся по одному носителю частиц (объектов) является классическим предметом исследования. Это прежде всего классическая динамика систем: жесткая сцепка, упругие силы, нелинейные колебания, рассматриваемые в середине 20 века Мандельштамом Л.И., Андроновым А.А., Виттом А.А., Хайкиным С.Э. и др. Однако современные тенденции состоят в том, что частицы становятся всё более сложными и далеко не всегда их поведение оценивается ньютоновскими законами, взаимодействием соседних частиц.

В настоящее время возросло количество социально-технических систем с возможностями различных видов коммуникаций, а, вместе с ними, – и значение методов сбора и анализа информации для решения задач управления. Например передача информации, управление перемещениями больших скоплений людей, оптимизация наполнения ёмкостей гранулированными средами и т.д. Данным исследованиям посвящена международная конференция Traffic and Granular Flow [48], с 2001 г.

Рассмотрим классические аналоги одномерной системы частиц:

1. *Последовательность масс  $m_i$  на жесткой сцепке, расположенных на оси и перемещающихся в определённом направлении. При таком движении ведомый полностью повторяет движения лидера*

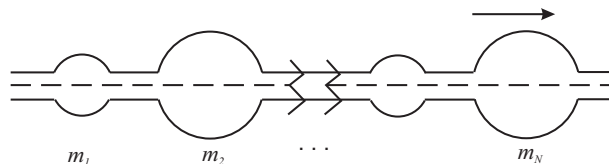


Рис. 1: Цепочка на жесткой сцепке

2. *Классическая упругая система*

Поведение частиц описывается линейной теорией обыкновенных дифференциальных уравнений, [Мандельштам Л.И., 1972], следующих из законов Нью-

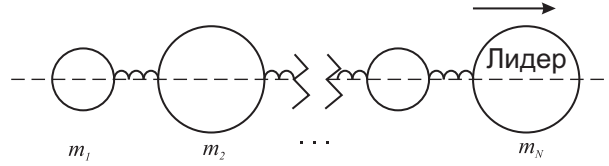


Рис. 2: Гармоническая система

тона. При этом закон движения лидера (ведущего) существенным образом влияет на поведение цепочки. *Лидер движется по заданному закону.* Исследование данной задачи сводится к системе линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

### 3. Классическая теория нелинейных колебаний

Классическая теория нелинейных колебаний определяет силу, действующую на следующего (аутсайдера) как нелинейную функцию расстояния между лидером и аутсайдером, [Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э., Теория колебаний, 1937].

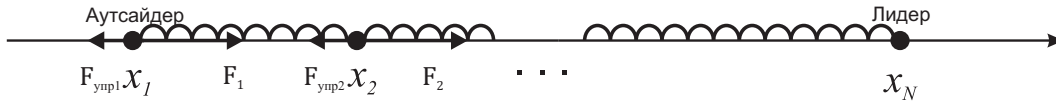


Рис. 3: Нелинейные колебания системы

Несмотря на значительный интерес, проявленный со стороны естественной науки, в первую очередь, физики, качественная теория нелинейных колебаний развивается медленно. В силу объективных причин, ситуация оказывается значительно сложнее линейного случая.

Более общий подход к классификации движущихся цепочек получил название частицы с мотивированным поведением, куда вполне можно отнести биологические объекты. Технологические процессы многих производств содержат цепочки искусственных объектов с программируемым поведением. Наконец, социальные (пешеходы) или социально-технические системы (трафик) в полной мере представляют сегодня интерес для исследования в связи с безопасностью движения и оптимизацией, которая позволит при заданных ограничениях уменьшить потери времени при совершении поездок. Существенный вклад в развитие методов математического моделирования социально-технических систем внесли отечественные и зарубежные учёные: А.С. Бугаёв, А.П. Буслаев,

А.М. Валуев, В.В. Козлов, А.Г. Таташев, Б.Н. Четверушкин, Н.Г. Чурбанова, М.В. Яшина и др.

Начиная с середины 20 века активно развивалась вычислительная техника в разных областях. Процесс информатизации сказался на социальных и социально-технических системах. Безопасность и потребность в оптимизации передвижения частиц с мотивированным поведением становятся одним из главных предметов исследования специалистов в связи с бурным развитием этих систем. Для решения данных задач необходимо проводить исследования с помощью электроники и средств вычислительной техники, разработки математических моделей и методов взаимодействия информационным процессом.

Существенный вклад в развитие инфокоммуникационных технологий внесли отечественные и зарубежные учёные: А.С. Аджемов, В.М. Вишневецкий, В.Н. Гордиенко, А.Е. Кучерявый, А.В. Пестряков, А.П. Пшеничников, К.Е. Самуйлов, В. Столлингс, Ю.Л. Леохин и др.

Актуальность темы определяется необходимостью совершенствования существующих моделей и разработки новой модели поведения цепочки частиц, позволяющих достичь максимальной безопасности и оптимизации передвижения. Разработать на их основе систему управления и анализа передвижения частиц с мотивированным поведением.

## **Движение природных цепочек объектов. Биологические системы**

К движению цепочки объектов, обладающих массой и наделённых элементами управления, прежде всего следует отнести многочисленные примеры живого мира, перемещение птиц, зверей и др. Предмет специальной дисциплины бионики - изучение и использование способов ориентации живых существ при коллективных передвижениях.

## Социально-технические системы

К социально-техническим системам относится управление перемещениями больших скоплений людей, оптимизация наполнения ёмкостей гранулированными средами, движение объектов и т.д.

Одним из распространённых примеров движения цепочки является трафик, т.е. движение колонны автомобилей, при котором основным требованием является безопасность. Безопасность обеспечивается выбором правильного расстояния до впереди идущего автомобиля, исходя из оценки минимального расстояния для экстренного торможения. Классическая оценка - это квадратичная зависимость от скорости. Современные средства связи и позиционирования позволяют обеспечить заданный режим движения. Таким образом, встаёт задача качественного исследования поведения цепочки частиц с заданными правилами поведения лидера.

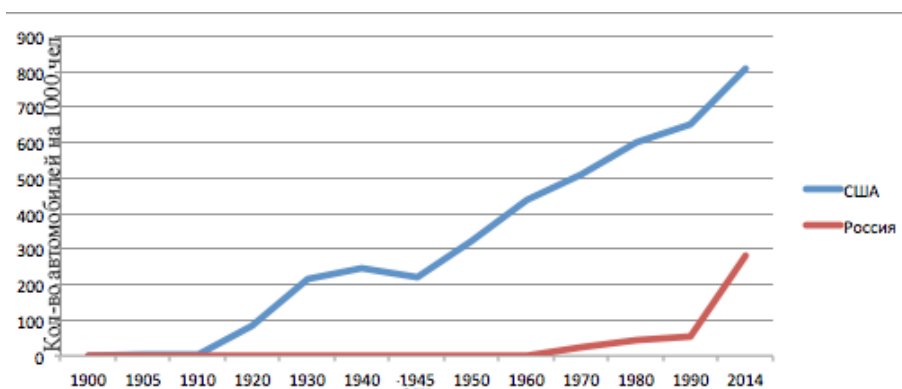


Рис. 4: Динамика роста автомобилизации в России и США

## Инфокоммуникационные технологии

Успехи в развитии вычислительной техники и электроники интегрировались в разных областях, в том числе автомобилестроении. Для повышения безопасности и оптимизации передвижения учёные разных стран разрабатывали и интегрировали в автомобилестроение инфокоммуникационные средства. Развивалась наука кибернетика, изучающая закономерности получения, хранения, передачи и преобразования информации в сложных управляющих системах, будь то машины, живые организмы или общество.

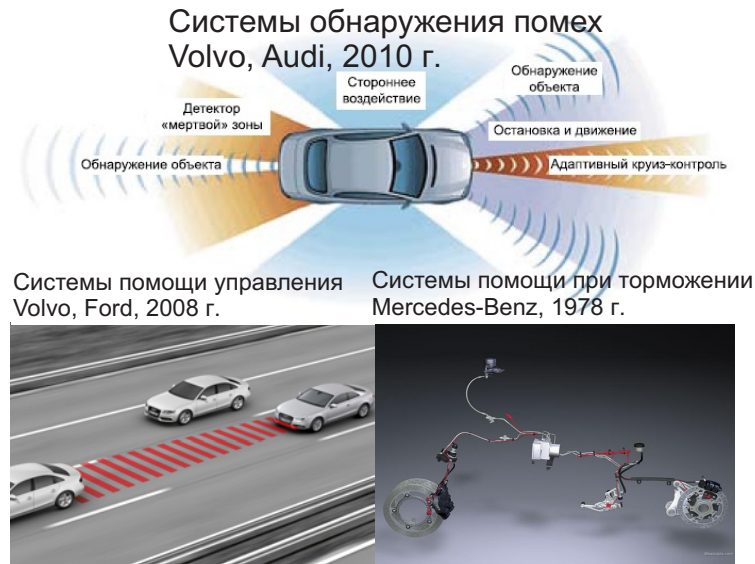


Рис. 5: Интеллектуальные системы интегрированные в автомобили

В 1978 году на Mercedes-Benz [65] класса S была установлена первая интеллектуальная система, *антиблокировочная система тормозов* стала технической базой для конструирования многих других систем безопасности автомобиля. Принцип работы ABS – предотвратить блокировку колес при торможении и тем самым не дать автомобилю потерять устойчивость и остаться управляемым. Электроника в виде датчиков, установленных на каждом колесе авто, постоянно следит за угловой скоростью вращения колес - когда на одном из них падает скорость, система посылает водителю сигнал о возможном блокировании колеса.

В 2008 году была создана интеллектуальная система, разрабатываемая компанией Volvo [66], защиты при столкновении. Система состоит из датчиков и блока управления. Основная часть системы – компьютер, где информация, полученная с радаров, камер и других современных систем безопасности (Advanced driver assistance systems, ADAS) обрабатывается и принимается решение о способе реагирования на внешнюю опасность. Данный подход является основой для важных технологий направленных на снижение числа аварий на дорогах. К данной системе можно отнести адаптивный круиз-контроль (АКК), функциональность "Stop and Go", обнаружение в пределах мертвых зон и др.

В 2010 году [66] была разработана система обнаружения помех. Прямым её назначением является обеспечение безопасности водителя, и пассажиров и дру-

гих участников дорожного движения (пешеходов, мотоциклистов, велосипедистов) посредством современных сенсорных технологий и систем на их основе.

Система обнаружения пешеходов переднего обзора от TRW *осуществляет слияние сенсорных данных от масштабируемой видеокамеры с данными радара на 24 ГГц*. Если пешеход обнаружен перед автомобилем посредством камеры, и это подтверждено радаром, то применяются соответствующие алгоритмы расчета вероятности аварии. При высокой вероятности аварии издается сигнал предупреждения водителя, автоматически генерируется тормозной маневр для замедления автомобиля.

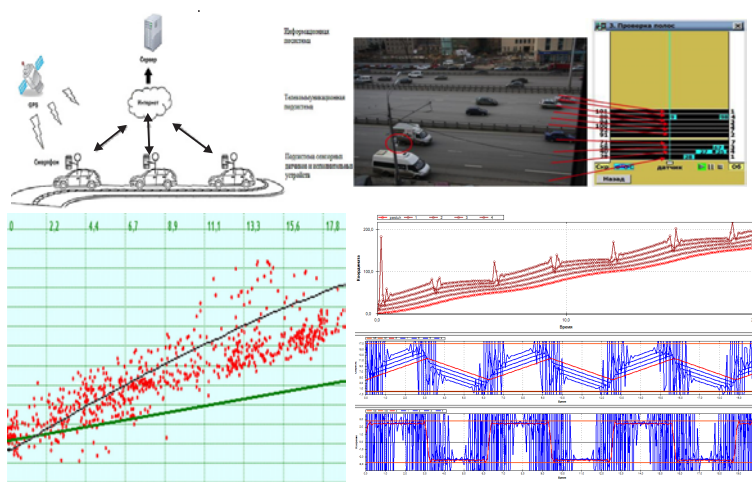


Рис. 6: Современные методы сбора и обработки информации

В 21 веке невозможно представить исследование поведения транспортных систем, для разработки подходов управления транспортом, и непосредственного регулирования потока транспорта без применения современных инфокоммуникационных средств. В диссертационной работе представлена концепция соединения теоретических методов моделирования движения частиц и ИКТ технологий.

## Трафик в историческом аспекте

В 1885 году немецкий изобретатель Готтлиб Даймлер и его соотечественник Карл Бенц изготовили и запатентовали первые самодвижущиеся экипажи с бензиновыми двигателями. С этого момента началось развитие конструкции автомобиля. Автомобили становились все более комфортными и надёжными,

вследствие чего число автотранспортных средств увеличивалось. В 20-х годах 20 века в индустриальных странах мира начался процесс автомобилизации. Лидирующей страной в этом процессе была Америка. Улично-дорожная сеть (УДС) стала развиваться и растущим потоком автотранспортных средств необходимо было управлять. Поэтому перед учёными встала задача исследования поведения потока автотранспортных средств и построения моделей для прогноза и управления им.

Теория автотранспортного потока подразделяется на микроскопическую и макроскопическую ветви.

(1) Микроскопический подход рассматривает поведение отдельных автомобилей, движущихся друг за другом без обгона. Такой подход называется микроскопическим. Этот подход развивали Гриндшильдс, Пайпс, Ньюэл и другие. Основная модель микроскопического подхода называется моделью следования за лидером, основывающаяся на концепции следования за лидером, в которой правило о том, как водитель следует за его непосредственным ведущим транспортным средством, установлено на основе экспериментальных наблюдений и теоретических соображений. Модели такого рода существуют для того, чтобы получить качественные характеристики автотранспортного потока.

(2) Макроскопический подход рассматривает автотранспортный поток как непрерывную материю. Первая микроскопическая модель была получена Гриншильдсом, в общем виде она выглядит так:

$$v = v_f - c_1 \rho \quad (1)$$

где  $v$  - скорость движения потока;  $v_f$  - скорость движения свободного потока;  $\rho$  - плотность потока;  $c_1$  - константа.

Позднее макроскопический подход был реализован Лайтхиллом-Уиземом-Ричардсом (LWR), [1], 1955 в виде гидродинамической модели. В данной модели поток частиц рассматривается как поток сжимаемой жидкости. Основные характеристики, которые рассматриваются - это скорость, плотность, интенсивность.

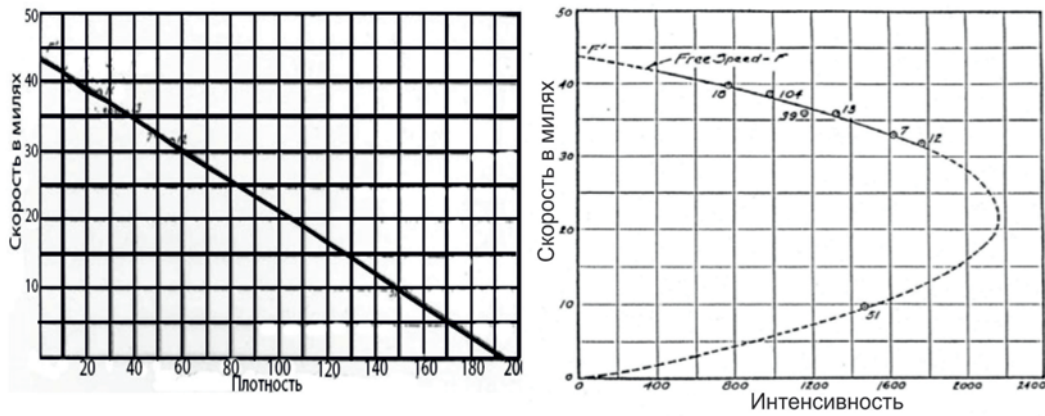


Рис. 7: Линейная зависимость плотность-скорость и параболическая зависимость плотность-интенсивность, [3]

## Модели следования за лидером

### Модель Гриндшильдса

Гриншильдс занимался исследованием проблем обеспечения безопасности движения и классификацией психологических типов водителей. Он был первый, кто использовал фотографическое оборудование при исследовании трафика и обработал полученные данные, используя математические методы обработки информации.

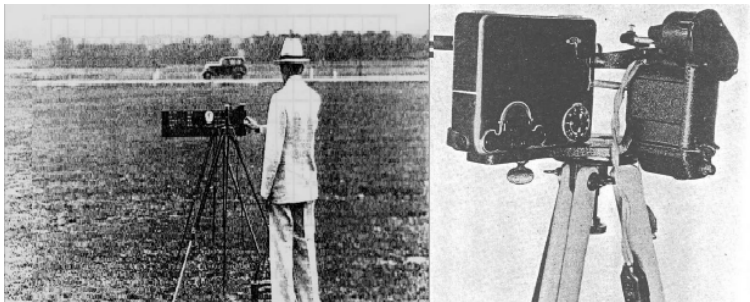


Рис. 8: Измерения и оборудование измерения

Одна из первых моделей была предложена в 1933 году Гриндшильдсом, [3]. Он применил видеосъемку для измерения скорости и расстояния между последовательно движущимися автомобилями и аппроксимировал полученные данные следующим соотношением

$$x_2 - x_1 = 6.9(m) + 0.81\dot{x}_1(m/сек) \quad (2)$$

Коэффициент 0.81 имеет физический смысл - время реакции водителя. В соотношении (2) не предполагается, что некоторое время затрачивается на вы-



полнение предпринятых действий, в частности, переход в режим торможения. Таким образом, интервал между автомобилями при движении пропорционален скорости.

Последователем Гриндшильдса был Пайпс, [10]. Перед Пайпсом была поставлена задача разработки модели движения транспортных средств друг за другом без обгона для создания системы круиз-контроля автомобиля. Согласно [57] данная модель носит название "модель Пайпса", а моделью Гриндшильдса называют макроскопическую модель (1). Его исследования основывались на том, что водитель пытается избежать столкновений, т.е. поддерживает безопасное расстояние. Пайпс получил следующее эмпирическое правило: *водитель должен оставлять дистанцию впереди себя, равную длине автомобиля, на каждые 16 километров в час скорости.*

Таблица 1

Скорость, км/ч	48	64	80	96	112	128	144	160
Расстояние, м	60	80	110	150	190	240	290	400

Табл. 1: Эмпирическое правило Пайпса, [57]

На основании этого он предложил следующую линейную модель:

$$x_{n+1} - x_n = b + T\dot{x}_n + L_n \quad (3)$$

где  $x_{n+1}$  - координата бампера лидирующего транспортного средства,  $x_n$  - координата бампера ведомого транспортного средства,  $b$  - минимальное расстояние автомобилей при остановке,  $\tau$  - время реакции водителя,  $L_n$  - это длина ведомого транспортного средства,  $T$  - константа времени (1,02 сек),  $(b + T\dot{x}_n)$  - разрешенное расстояние между двумя соседними автомобилями,  $T\dot{x}_n$  - запаздывание скорости ведомого.

Пайпс, [11] рассматривал движение транспортных средств, если лидер двигался по экспоненциальному закону и получил решение для цепочки длины  $n$ .

### Модель "Дженерал Моторс"

Перед учеными лаборатории "Дженерал Моторс" была поставлена задача исследования особенностей движения автомобилей по одной полосе без обгона, а

так же психологию водителей при таком движении. Во всех экспериментах водитель цепочки пытается двигаться с постоянной или почти постоянной скоростью и поддерживать один и тот же интервал, что соответствует установившемуся транспортному потоку. Полученные результаты были опубликованы Херманом и его партнерами [19], [20], [27], [34], [37].

В 1959 г. Газис, Херман, и Потс [22], предложили модель однополосного транспортного потока, с помощью которого можно получить фундаментальную диаграмму. По экспериментальным данным для туннеля Линкольна в Нью-Йорке в [37] получили формулу:

$$\ddot{x}_n(t + \tau) = \alpha \dot{x}_n(t) \frac{\dot{x}_{n+1}(t) - \dot{x}_n(t)}{(x_{n+1}(t) - x_n(t))^m} \quad (4)$$

В данной модели ускорение  $n$ -ого транспортного прямо пропорционально разности скоростей и обратно пропорционально расстоянию между транспортными средствами. Если  $\dot{x}_{n+1}(t) - \dot{x}_n(t) > 0$ , то это означает, что скорость  $n + 1$ -ого автомобиля больше. Из условия экспериментов водители поддерживают одну или почти одну и ту же дистанцию, следовательно ведомый в этом случае будет вынужден ускоряться ( $\ddot{x}_n(t) > 0$ ). Если  $\dot{x}_{n+1}(t) - \dot{x}_n(t) < 0$ , то это означает, что скорость  $n + 1$ -ого автомобиля меньше. Следовательно ведомый будет замедляться (тормозить) ( $\ddot{x}_n(t) < 0$ ). Если  $\dot{x}_{n+1}(t) - \dot{x}_n(t) = 0$ , то это будет соответствовать стационарному режиму и автомобили будут двигаться равномерно. С уменьшением дистанции до впереди движущегося транспортного средства, ведомый уменьшает свою скорость (тормозит), а с увеличением пытается ускориться.

### Модель Ньюэла

В 1961 году научный сотрудник калифорнийского транспортного университета Ньюэл [33] изучал модели в которых движение  $n$ -ой машины зависит от движения остальных машин (рассматривал цепочку). Он постулировал, что для каждого водителя существует "безопасная" скорость, зависящая от дистанции до лидера. Координата  $n$ -ого транспортного средства в момент времени  $t$  равна

$x_n(t)$ , тогда закон движения имеет вид:

$$x_n(t + \tau) = G(x_{n+1} - x_n), \quad (5)$$

где  $d_n = x_{n+1} - x_n$  - расстояние между автомобилями,  $G(x_{n+1} - x_n)$  некоторая функция.

Ньюэл [33] выявил, что водители реагируют на помехи по-разному при ускорении и торможении.

$$v = v_f(1 - e^{-\frac{\lambda}{v_f}(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_j})}) \quad (6)$$

$$\dot{x}_n(t + T) = v_f(1 - e^{-\frac{\lambda}{v_f}(x_{n+1}(t) - x_n(t) - L)}) \quad (7)$$

где  $v$  - скорость движения потока;  $v_f$  - скорость движения свободного потока;  $\rho$  - плотность потока;  $c_1, c_2$ - постоянные параметры,  $\rho_j$ - плотность в пробке,  $\lambda$ - коэффициент наклона графика зависимости расстояния от скорости, при  $v = 0$ .

### Модель Танака

В 1963 г. Танака, [57] предложил, что среднее расстояние между автомобилем зависит от средней длины автомобиля  $L$ , среднего времени реакции  $C_1$  и функции торможения, описываемой координатой  $C_2$  т.е.

$$x_2 - x_1 = L + C_1 \dot{x}_1 + C_2 \dot{x}_1^2 \quad (8)$$

Эмпирическим методом были получены некоторые значения коэффициентов (8). Коэффициент  $C_0 \approx 5.7$  (м). Среднее время реакции водителя  $C_1 \approx 0.504$  (с), [39]. Среднее время реакции водителя индивидуально для каждого водителя и меняется от разных факторов (возраста, усталости водителя, психического состояния). На стандартных дорогах время реакции водителя меняется от 0.4 до 0.5 с. Коэффициент  $C_2$  сильно зависит от дорожных условий, например для сухого асфальта  $C_2 \approx 0.00285$  ( $c^2/m$ ), [39] в случае обледенения асфальта  $C_2 \approx 0.1650$  ( $c^2/m$ ). Коэффициент  $C_2$  так же сильно зависит от шероховатости дороги, которая неоднородна по ширине в связи с износом в местах наиболее частых проходов колёс (колея), материала покрытия и его истираемости, рисунка протектора шины, внутреннего давления в шинах, нагрузки на колёса, температуры покрытия.

Таблица 2

Скорость, км/ч	48	64	80	96	112	128	144	160
Расстояние, м	60	80	110	150	190	240	290	400
$C_2, c^2/m$	0.343	0.253	0.223	0.213	0.196	0.190	0.181	0.204

Табл. 2: Оценка коэффициента  $C_2$ 

Результаты работы Танака, [57] стали фундаментом для дальнейшего изучения безопасности движения и исследования поведения водителей.

К недостатком данных моделей можно отнести то, что данные модели основаны на эмпирических данных, нет точных постановок. При апробации модели проявляет неустойчивость, наблюдаются столкновения, не учитываются особенности движения каждого водителя.

В работе приведён обзор литературных источников по математическим методам и теории транспортных потоков с 1930х г.

Эти проблемы, как сложные социально-технические системы, как в частности, так и в целом, до сих пор привлекают внимание исследователей, изучающих дорожное движение в мегаполисах [46] [55], [56], [63], [64]. Ряд исследователей основываясь на практических данных доказывают, что результаты гидродинамического подхода к решению вопросов дорожно-транспортного движения оказались скромнее, чем в оригинальной среде, т.е. в жидкости.

Ранее на это уже обращали внимание исследователи, подметившие ограниченную пригодность введенных отношений. Несмотря на многочисленные попытки свести модели к уравнениям математической физики, их авторы редко исследовали предлагаемые подходы на предмет применимости. Зачастую отсутствуют строгие определения и достаточные условия их действия. В результате исследователи, намеревающиеся провести обширные экспериментальные измерения, такие как, например, физик Кернер, порой обнаруживают расхождения между теоретической концепцией и реальным поведением потока транспорта на дороге. Как замечает Кернер, мы вынуждены принять тот факт, что значительное количество научно-исследовательских работ по транспортному потоку, основанных на уравнениях математической физики, не могут широко применяться.

В самом деле, количество молекул, содержащихся в наблюдаемой гидро- и газодинамической волне, несравнимо больше количества транспортных средств в наблюдаемой волне реального машинопотока.

Мы отмечаем, что вопрос микроколебаний в жидкостях — и особенно кавитация — довольно сложен, и остается открытым для дальнейших исследований. Силы, определяющие поведение одной частицы в жидкости проще тех, что связаны с поведением водителя на дороге. Будучи социально-технической системой, машинопоток, вообще говоря, не имеет скоростно-плотностного отношения в широком спектре частично связанных состояний: увеличение числа автомобилей на единице дорожного полотна не имеет большого влияния на скорость.

**В первой главе** рассмотрены методы интерактивного и пассивного исследование цепочки частиц с мотивированным поведением.

При моделировании цепочки частиц основными параметрами является безопасное расстояние между частицами ( $d$ ). Для оценки данного параметра используются пассивные и интерактивные методы. К пассивным относится получение характеристик о поведении частиц в целом и дальнейшая обработка для получения статистических данных. К интерактивным относится непосредственная обратная связь с оконечными устройствами, возможность управления ими.

В качестве базового примера рассматривается трафик, но соответствующие интерактивные и пассивные методы могут быть применены для любой цепочки с мотивированным поведением. Выбор предмета приложения связан как с актуальностью темы, так и доступом к оконечными устройствам, которые задействованы в исследуемых системах.

*Пассивный метод* основан на оконечных устройствах, в диссертационной работе, это микроволновые радары SSHD. Прибор предназначен для интеллектуального мониторинга характеристик автотранспортных потоков.

Прибор определяет интенсивность и скорость, наблюдаемых движущихся объектов, и т.д. по следующему принципу: на каждой полосе, существует детектируемая область известного размера. Прибор фиксирует время прохождения автомобиля через эту область, и на основании этого высчитываются парамет-

ры. Данный метод дает погрешность в нескольких процессах. Для определения применимости метода необходимо оценить суммарную погрешность.

Для автоматизированного сбора, обработки и анализа получаемых данных, разработана теоретическая основа и реализовано программное обеспечение. Приложение обрабатывает log файлы SSM HD, строит по ним аналитические графики, аппроксимирует выделенные сектора, находит коэффициенты  $a, b$  полученных прямых ( $y = ax + b$ ), выводит статистические показатели. *На основе данного метода возможно автоматизировано производить оценку параметров  $a_0, a_1, a_2$ .*

В работе показано, что исходя из полученных данных явно видны зависимости, характерные для разных типов вождения. Каждый водитель выбирает комфортное для него расстояние до впереди следующего автомобиля, опираясь на свой опыт, освещённость, состояние дорожного полотна и т.д. *Исходя из полученных данных можно выделить от 13 до 16 психологических типов (функций динамических габаритов) водителей.*

В работе даны оценки погрешности данного метода исследования, а также получены рекомендации для повышения точности измерений радара. При соблюдении всех рекомендаций погрешность не превосходит 11%.

*Интерактивный метод* исследования подразумевает, что в роли конечных устройствах выступают мобильные устройства, с возможностью обратной связью. К данному методу относится система SSSR (Студент-Смартфон-Сервер-Распределение), разработанной в НОЦ ИМСУТ МТУСИ.

Был проведён ряд экспериментов и полный анализ полученных данных.

Имеется два автомобиля - ведущий и ведомый. В каждый установлен смартфон. Каждую секунду смартфоны сохраняют свои gps координаты и текущее время в файл. По окончании поездки, файлы отправляются на сервер. На сервере файл обрабатывается и строятся 2 зависимости:

- зависимость расстояния между смартфонами от времени;
- зависимость расстояния между смартфонами от скорости ведомого.

В работе даны оценки погрешности использования данного метода, проведены эксперименты для оценки, выявлены основные причины неточности и даны рекомендации по повышению точности.

**Вторая глава** посвящена теоретическим постановкам и исследованию нескольких моделей движения цепочки частиц.

Рассматривается движение частиц в одном направлении друг за другом

$$x_0(t) < x_1(t) < \dots < x_{n+1}(t), \forall t > 0,$$

где  $x_n(t)$  - траектория движения частицы с номером  $n$  по прямой.

Основным понятием является *динамический габарит*. Динамический габарит рассматривается как расстояние безопасности в зависимости от скорости с коэффициентами, определяемыми в главе 1. Предполагается однотипный динамический габарит, т.е. не рассматривается разный характер управления.

Система дифференциальных неравенств эквивалентна условиям безопасного движения

$$x_{n+1}(t) - x_n(t) \geq C_0 + C_1 \dot{x}_n(t) + C_2 \dot{x}_n^2(t). \quad (9)$$

Предполагается, что скорость  $\dot{x}_n$  - абсолютно непрерывна и ограничена

$$|\dot{x}_n(t)| \leq M_1, \forall n = 0, \dots, N, \forall t > 0, \quad (10)$$

и, учитывая однонаправленность движения (в положительном направлении),

$$0 \leq \dot{x}_n(t) \leq M_1, \forall n = 0, \dots, N, \forall t > 0, \quad (11)$$

ускорение  $\ddot{x}_n$  существует почти всюду и ограничена

$$M_2 \leq \ddot{x}_n(t) \leq M_3, \forall n = 0, \dots, N, \forall t > 0 \quad (12)$$

где  $M_2$  и  $M_3$ , вообще говоря, несимметричны и связаны с торможением (сцепление) и ускорением (двигатель).

Приведены основные понятия и классификация.

### Модель "Следования за лидером"

Имеется цепочка частиц  $x_1, \dots, x_{N+1}$ .  $\forall n = 0, \dots, N$  справедливо

$$\begin{cases} x_{n+1}(t) - x_n(t) = C_0 + C_1 \dot{x}_n(t) + C_2 \dot{x}_n^2(t) \\ 0 \leq \dot{x}_n(t) \leq M_1, \forall n = 0, \dots, N, \forall t > 0 \\ |\ddot{x}_n(t)| \leq M_2, \forall n = 0, \dots, N, \forall t > 0 \end{cases} \quad (13)$$

начальные условия

$$x_1(0) = x_1, \dots, x_n(0) = x_n. \quad (14)$$

Граничное условие (15) - модель "Следования за лидером"

$$x_{N+1}(t) = f(t), \quad (15)$$

где задаётся функция  $f(t)$  движения  $x_{N+1}$  частицы (лидера). Необходимо восстановить функцию движения последующих частиц. Модель (13)-(15) называется моделью "Следования за лидером".

### Модель "Заднего привода"

$$\begin{cases} x_{n+1}(t) - x_n(t) = C_0 + C_1 \dot{x}_n(t) + C_2 \dot{x}_n^2(t) \\ 0 \leq \dot{x}_n \leq M_1, \forall n = 0, \dots, N, \forall t > 0 \\ |\ddot{x}_n| \leq M_2, \forall n = 0, \dots, N, \forall t > 0 \end{cases} \quad (16)$$

начальные условия

$$x_1(0) = x_1, \dots, x_n(0) = x_N. \quad (17)$$

Граничное условие (18) - модель "Заднего привода"

$$x_1(t) = f(t) \quad (18)$$

где задаётся функция  $f(t)$  движения последней частицы  $x_1$ . Модель (16)-(18) называется моделью "Заднего привода".

*Исследование модели "Следования за лидером"(13)-(15) и модели "Заднего привода" (16)-(18)*

В работе исследованы основные вопросы: существование решения в задачах (13)-(15) и (16)-(18), устойчивость относительно механических параметров, т.е. коэффициентов  $C_0, C_1, C_2$  и ограничений  $M_1, M_2$ .



### Линейный динамический габарит в модели "Следования за лидером"

В модели "Следования за лидером" изучена проблема существования решений. Доказано, что при движении лидера близком к равномерному  $x_{N+1} = f(t) \equiv t$  существует решение. Найден явный вид:

$$x_{N-k} = t - 2(k+1) + d_{N-k}e^{-t} + d_{N-k+1}te^{-t} + \frac{d_{N-k+2}}{2}t^2e^{-t} + \dots + \frac{d_N}{k!}t^k e^{-t}, \quad (19)$$

где  $k = 0, 1, \dots, N-1$ .

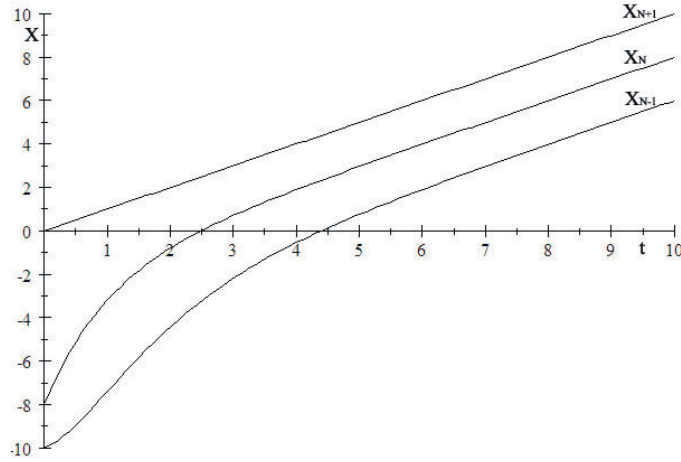


Рис. 9: Траектории движения частиц в модели "Следования за лидером"

*В работе исследованы качественные свойства модели и доказано, что при движении лидера близком к равномерному  $x_{N+1} = f(t) \equiv t$  все частицы цепочки будут сходиться к равномерному движению.*

### Линейный динамический габарит в модели "Заднего привода"

Исследован вопрос существования цепочки. Доказано, что при движении аутсайдера по гармоническому закону  $x_1(t) = t + a \sin \omega t + b \cos \omega t$  и  $M_1 = M_2 = 1$ , можно утверждать, что если  $\forall N \exists a, b, \omega$  такие, что выполняется неравенство  $\omega^2(\omega^2 + 1)^N(a^2 + b^2) \leq 1$ , то связная цепочка длины  $N$  существует.

Колебания с маленькой амплитудой и большой частотой в модели "Заднего привода" приводят к нарушению связности цепочки. В модели "Следования за лидером" подобные колебания не нарушают связность цепочки. *Это принципиальная разница модели "Следования за лидером" от модели "Заднего привода".*

## Квадратичный динамический габарит

Пусть  $x_n(t)$  и  $x_{n+1}(t)$  - траектории ведомого и ведущего соответственно. Тогда

$$\dot{x}_n^2 + \dot{x}_n - (x_{n+1} - x_n - 1) \leq 0,$$

Доказано, если  $M_1 \leq M_2$ , то существует связная движущаяся цепочка произвольной конечной длины при допустимом поведении ведущего.

$$0 \leq x_{n+1} - x_n \leq M_1^2 + M_1 + 1.$$

Таким образом получено, что *ограничение на скорость ведомого равносильно ограничению на расстояние между ведомым и ведущим.*

Теперь будем предполагать, что функция  $f(t)$  динамического габарита общего вида.

*Общий вид модели "Следования за лидером"*

Модель "Следования за лидером" сводится к системе дифференциальных уравнений:

$$x_{n+1} - x_n = f(\dot{x}_n).$$

где  $x_n(t)$  координаты частиц,

$$x_n(t) < x_{n+1}(t), n = 1, 2, \dots$$

Функция  $f$ , из условия  $x > 0$ , непрерывная с несколькими последовательными производными, положительная, монотонная и выпуклая. Для упрощения примем

$$f(0) = 1.$$

Пусть  $g$  - это функция, обратная функции  $f$ . Тогда система дифференциальных уравнений имеет вид

$$\dot{x}_n = g(x_{n+1} - x_n), n = 1, \dots, N - 1.$$

Для  $N = 2$ , доказано, что  $\dot{x} > 0$  (скорость положительна)  $\forall t > 0$ , если  $x$  является решением  $\dot{x} = g(r - x)$ .

*Даны достаточные условия на параметры для существования связанной цепочки частиц длины  $N$ .*

Получены точные оценки ускорения ведомого в зависимости от характеристик.

**В третьей главе** рассматривается метод управления цепочки частиц с мотивированным поведением. Концепция главы состоит в следующем. На основе результатов, полученных во второй главе, модели с функцией расстояния, идентифицируемой согласно методам, представленных в первой главе, построена численная схема решения - прогноз на ближайшую перспективу. Информация о состоянии цепочки и отклонения от модели обрабатывается центром (сервером) и затем поступает в виде директив частицам для коррекции скоростного режима. В реальных условиях, рассматривая цепочку частиц с мотивированным поведением, как автотранспортный поток, существует проблема. Водитель оценивает динамический габарит приближённо. Поэтому актуальна разработка распределённой системы для реализации связанного движения на основе теоретических моделей сформулированных во второй главе.

### **Инфокоммуникационные методы моделирования движения цепочки**

Для цепочки частиц с мотивацией, в которых находятся программируемые инфокоммуникационные средства, например смартфоны или блок управления, под управлением которого находится частица, может быть реализовано движение. В диссертационной работе разработан инфокоммуникационный метод управления на примере автотранспортного потока. В качестве окончательного устройства используется смартфон с устройством глобального позиционирования и выходом в интернет.

### **Постановка задачи**

Имеется  $n$ -ое число автомобилей (клиентов), на одной полосе движения. На приборной панели каждого автомобиля установлен смартфон со специальным приложением. Смартфоны отправляют свое текущее положение на сервер. Сервер обрабатывает полученную информацию и отправляет необходимый режим

движения соответствующему клиенту. Оповещение водителя об изменении скоростного режима может производиться либо графически, либо звуком.

### **Обратная связь: управление оконечными устройствами**

Задав распределенную задачу, определив какие устройства будут составлять распределенную сеть, оператор может установить, по какому принципу будет происходить обратная связь для управления оконечными устройствами.

Реализация обратной связи полностью зависит от распределенной задачи и используемого протокола передачи данных. В реализованной системе сервер работает по протоколу ТСР. Протокол ТСР - протокол управления передачей, предназначен для передачи данных в сетях и подсетях ТСР/IP. Протокол ТСР был выбран для обеспечения надёжности. Надёжность достигается благодаря предварительной установке связи, существования повторных запросов в случае потери данных и устранения дублирования при получении двух копий одного пакета. В отличие от UDP гарантирует получение данных в той же последовательности, в которой они были отправлены.

Сервер отображает подключившихся/отключившихся клиентов, время подключения, IP-адрес. Подключение клиентов реализовано на асинхронной модели программирования, для того чтобы не принимать излишней многопоточности и клиенты могли подключаться на один и тот же порт. Создана надстройка над протоколом ТСР: при подключении клиента, для поддержания с ним соединения, создаётся отдельный поток. Каждый такой поток периодически (раз в 5 секунд) опрашивает клиентов для подтверждения того, что они находятся в сети и доступны. Количество клиентов достаточно велико и ограничено возможностями операционной системы (порядка 10000).

В третьей главе приведены примеры реализации.

Для апробации и проверки адекватности созданной модели, необходимо сравнить с реальными данными, полученных в первой главе. В рамках диссертационной работы для этой цели создано имитационное программное обеспечение, выполняющее численное исследование системы дифференциальных уравнений для модели "Следования за лидером" и "Заднего привода".

## **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Разработанные автоматические методы интерактивного и пассивного идентифицирования параметров потока частиц, позволяют более точно определить наблюдаемый процесс и учесть его особенность при создании модели.

2. Поставленные и исследованные аналитическим и имитационным методами модели "Следования за лидером" и "Заднего привода", позволят построить сбалансированный процесс наблюдения, прогноза и управления потоком с целью увеличения безопасности и повышения эффективности, а также в критических режимах.

3. Разработанные автоматические инфокоммуникационные технологии, позволяют снизить непредсказуемость в социально-технической системе и, более того, реализовать режим связного движения в рамках моделей "Следования за лидером" и "Заднего привода".



## Глава 1

# Автоматизация сбора и анализа данных о потоке частиц с мотивированным поведением

Рассматриваются методы интерактивного и пассивного исследования цепочки частиц с мотивированным поведением.

В качестве основного допущения постулируются нелинейные зависимости между расстоянием до впередиидущего элемента и скоростью  $d = f(v)$ , где  $f$  вообще говоря нелинейная функция. Центральной задачей первой главы является исследование способов восстановления функции  $f$  по измерениям потока. Классическая модель  $f$  - это квадратичная зависимость  $d = f(v) = a_0 + a_1v + a_2v^2$ , где параметры  $a_0, a_1, a_2$  имеют определённую физическую интерпретацию. Например, в трафике,  $a_0$  - это статический габарит автомобиля,  $a_1$  - задержка реакции водителя или время обработки информации автоматом, который управляет автомобилем. Наконец,  $a_2$  - коэффициент, пропорциональный максимально возможному торможению.

При моделировании цепочки частиц основными параметрами является безопасное расстояние между частицами ( $d$ ). Для оценки данного параметра используются пассивные и интерактивные методы. К пассивным относится получение характеристик о поведении частиц в целом и дальнейшая обработка для получения статистических данных. К интерактивным относится непосредственная обратная связь с конечными устройствами, возможность управления ими.

В качестве конкретного примера цепочки с мотивированным поведением рассматриваем трафик, но интерактивные и пассивные методы на этом примере могут быть применены для любой цепочки. Выбор предмета приложения связан как с актуальностью темы, так и доступом к оконечными устройствам, которые задействованы в исследуемых системах.

### 1.1 Пассивный метод мониторинга

*Пассивный метод* основан на оконечных устройствах, в диссертационной работе, это микроволновый радар SmartSensor HD (SSHD), производитель Wavetronix, США. Прибор предназначен для интеллектуального мониторинга характеристик автотранспортных потоков.

Радары SSHD в 2011 году были установлены департаментом транспорта и связи (ДТиС) г. Москвы, к одному из которых был получен доступ в рамках выполнения проекта НОЦ ИМСУТ МГУСИ.

Данный прибор позволяет измерять количество проехавших автомобилей через линию радара, верхнюю квантиль скорости, скорость, дистанцию между автомобилями, направление движения, занятость, загрузку по полосам, определять наличие автомобилей и производить их классификацию. Прибор имеет 5-кратную разрешающую способность, рабочую зону до 80 метров и возможность контроля до 10 полос движения. Погрешность определения скорости в потоке не более 6 км/ч. Данные о параметрах транспортных потоков сохраняются в оперативной памяти. Рабочая частота прибора 24-24.25 ГГц.

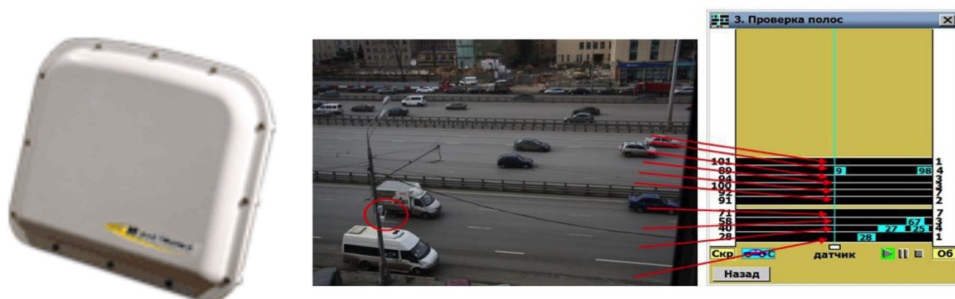


Рис. 10: Радар SSHD, пример установки и соответствие полос

Результаты измерений сохраняются в памяти радара, после чего их можно скачать посредством специализированного программного обеспечения на пер-



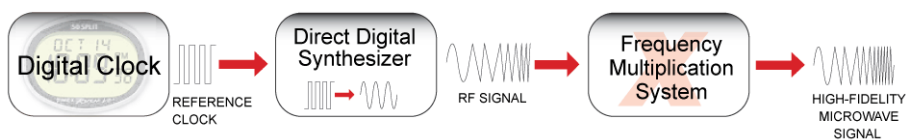


Рис. 11: Схема преобразования сигнала

сональный компьютер. Скачанные данные отображаются в следующем виде см. рисунок 12.

```

FileVersion=SSMHDv1.0, 17
FirmwareVersion=DSP: 2011-02-04 HW v1.0 Debug=False, Algo: 2011-01-19 Diagnostic=False, FPGA: 2006-05 Build# 0, FFAA: unknown
#####
#
#      DATE       : FJP*CU 06, 2011
#      SERIALNUMBER : 55125 A100000006
#      DESCRIPTION  : 55125 ITS Radar
#      LOCATION    : madi
#      ORIENTATION  : MW
#      NOTES       :
#      TIMESTAMP   : End
#      FORMAT      : By Lane and approach
#
#####
# NAME | VOLUME | Occupancy (%) | Speed (KPH) | 85% Speed (KPH) | Class Count (bin lengths in meters) | HEADWAY | GAP | SENSOR TIME |
#-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
# C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 | C7 | C8 |
#####
LANE_01 | 0 | 0,0 | 47,9 | 48,3 | 0 | 0 | - | - | - | - | - | - | 0,0 | 0,0 | 2011-04-14 00:25:00
LANE_02 | 32 | 3,9 | 69,2 | 81,5 | 30 | 2 | - | - | - | - | - | - | 9,4 | 9,0 | 2011-04-14 00:25:00
LANE_03 | 42 | 4,3 | 81,7 | 95,0 | 36 | 6 | - | - | - | - | - | - | 7,1 | 6,8 | 2011-04-14 00:25:00
LANE_04 | 33 | 3,0 | 86,0 | 93,3 | 32 | 1 | - | - | - | - | - | - | 9,1 | 8,8 | 2011-04-14 00:25:00
LANE_05 | 21 | 2,3 | 83,4 | 93,3 | 16 | 5 | - | - | - | - | - | - | 14,3 | 14,0 | 2011-04-14 00:25:00
LANE_06 | 31 | 3,0 | 81,8 | 86,9 | 29 | 2 | - | - | - | - | - | - | 9,7 | 9,4 | 2011-04-14 00:25:00
LANE_07 | 49 | 4,6 | 85,0 | 99,1 | 43 | 6 | - | - | - | - | - | - | 6,1 | 5,8 | 2011-04-14 00:25:00
LANE_08 | 41 | 3,5 | 90,0 | 111,0 | 38 | 3 | - | - | - | - | - | - | 7,3 | 7,1 | 2011-04-14 00:25:00
LANE_09 | 59 | 4,9 | 89,8 | 99,0 | 55 | 4 | - | - | - | - | - | - | 5,1 | 4,8 | 2011-04-14 00:25:00
LANE_10 | 27 | 1,7 | 101,3 | 107,8 | 26 | 1 | - | - | - | - | - | - | 11,1 | 10,9 | 2011-04-14 00:25:00
#####
  
```

Рис. 12: Вид результатов измерений

На рисунке 12:

Name - номер полосы;

Volume - количество автомобилей (шт);

Occupancy - нагрузка (%);

Speed - скорость (км/ч);

C1-8 - тип автомобиля;

Headway - дистанция от переднего бампера ведомого до переднего бампера ведущего (с);

Gap - дистанция от переднего бампера ведомого до заднего бампера ведущего (с).

Одним из преимуществ датчика SmartSensor HD является функция быстрого и удобного автоматического конфигурирования полосы, обеспечивающая автоматическое конфигурирование дороги и настройку полос в зависимости от дорожного движения. Автоматическое конфигурирование используется в том случае, если информация о локальном участке дороги отсутствует. Надо заметить, что автоматическое конфигурирование занимает больше вре-

мен. Так же предусмотрено ручное конфигурирование полос, которое позволяет задавать параметры каждой полосы в отдельности: название, направление, длину и ширину активного участка. Полоса называется активной, если программа получает и записывает информацию с этой полосы.

### 1.1.1 Микроволновый радар SSHD как оконечное устройство

Получение данных, настройка, управление радаром SSHD осуществляется при помощи программы Smart Sensor Manager HD (Wavetronix, США). Для взаимодействия с данной программой и конфигурирования радара необходимо подключение датчика через один из четырех каналов связи:

- Serial connection (последовательное соединение) – через коммуникационный канал RS-232 или RS-485;
- Modem connection (модемное соединение) – через внешний аналоговый модем;
- Internet connection (соединение через сеть Интернет) – с использованием IP-адреса и преобразователя последовательного интерфейса в Ethernet;
- Virtual connection (виртуальное соединение) – может выполняться для удобства при обучении и показе функций программы SSMHD.

При последовательном соединении рекомендованная скорость передачи данных 9600 б/с. Предусмотрена настройка задержки – время, в течении которого программа ждет отклика при обмене данными с датчиком, буфер – число байт, используемых программой для хранения полученных от датчика данных, управление потоком данных.

Так же датчик SSHD можно соединить непосредственно с внешним аналоговым модемом. Для модемного соединения может потребоваться большее значение задержки, чем для последовательного соединения.

Датчик SmartSensor HD можно подключить к сети Интернет, что обеспечивает доступ к датчику с любой точки, подключенной к сети Интернет. Ниже приведены три способа подключения датчика SmartSensor к сети Интернет:

- Можно подключить датчик SmartSensor HD к локальной сети (LAN) с помощью преобразователя последовательного интерфейса в Ethernet;

- Через преобразователь последовательного интерфейса в беспроводной 802.11b – Click 420 — это преобразователь последовательного интерфейса в интерфейс 802.11b, обеспечивающий IP-адресом устройства, подключенные к беспроводной сети 802.11b;
- Через интернет провайдеров датчик SmartSensor HD можно соединить с дополнительным внешним модемом, например, CDMA, GMS или GPRS, которому можно присвоить адрес в данной сети.

При виртуальном соединении можно использовать программу SSMHD без соединения с реальным датчиком. Это удобно при просмотре сохраненного файла настроек датчика, воспроизведения ранее записанного движения на дороге, показа возможностей программного обеспечения или проверки работы программного обеспечения. При виртуальном соединении отсутствует реальный датчик, поэтому для сохранения параметров настройки используется файл виртуального датчика (.ssl25). Файл виртуального датчика при резервном копировании преобразуется в файл настройки датчика (.ssc), применимого к реальному датчику. Данный файл не открывается текстовыми программами, поэтому не допускается его редактирование во избежание потери сохраненных настроек.

В месте наблюдений автомобильная дорога составляет 10 полос в каждом направлении, причем ближайшие 10 полос - из Москвы в сторону метро Сокол. Прибор корректно обрабатывал информацию на ближайших 10 полосах с задержкой на обработку данных и визуализацию в пределах 3-4 секунд и в интервале скоростей от 5-10 км/ч до 100-110 км/ч. Информация о характеристиках автотранспортных потоков по полосам накапливается в специальном log-файле.

Прибор SSHD реализует два основных принципа захвата данных: интервальный и индивидуальный. Радар сохраняет полученные данные в своей памяти. При заполнении памяти, радар может либо остановить запись, либо начать удалять по принципу FIFO (первый пришёл, первый вышел).

Данные интервала — это собранные данные обо всех автомобилях, проехавших мимо датчика за заданный отрезок времени. От продолжительности интервала зависит длительность сохранения данных в самом датчике. Запись данных

при коротком интервале ведется чаще, то есть внутренняя память датчика заполняется быстрее. При длительном интервале можно дольше оставлять датчик без присмотра. Наконец, выбранная длительность интервала должна соответствовать характеристикам системы. Минимально возможный интервал 10 сек., максимальный интервал 17 часов 59 минут 59 секунд (получено экспериментальным путём).

Интервальный режим позволяет получать усреднение по заданному промежутку времени числовых характеристик потока по полосам таких, как плотность, скорость, тип автомобиля, интервал, дистанция, число и дата. Можно группировать полосы в участки. Использование участков позволяет формировать статистику по данным для каждого автомобиля, которые невозможно получить иным способом. При увеличении числа участков увеличивается объем информационных сообщений, что влияет на число таких сообщений, которое можно сохранить в собственной памяти датчика. Используемые в интервалах данные для участков содержат ту же информацию, что и данные для каждой полосы. Преимуществом использования участков по сравнению с последующей обработкой данных для отдельных полос является возможность сбора агрегированных данных.

Индивидуальный захват данных заключается в записи данных каждого автомобиля при его обнаружении. Отображаются следующие данные: полоса, время регистрации автомобиля, скорость, длина автомобиля, расстояние от радара до автомобиля.

Программа SmartSensor Manager HD загружает данные из датчика и сохраняет их в виде таблицы формата ASCII с отдельной строкой для каждой полосы или участка в каждом временном шаге. Возможна загрузка либо всех данных, хранящихся в памяти радара, либо частичная загрузка даны с указанием даты начала и даты конца периода. Так же предусмотрено сохранение файлов в двоичном формате.

Функция активной доставки данных используется для настройки датчика на передачу данных в компьютер без запроса от SSMHD. Активная доставка

данных ведется через два коммуникационных встроенных порта RS-232 и RS-485. Форматы данных:

- Формат SS125 - данные передаются в исходном формате SS125;
- Простой формат SS125 - данные передаются в формате SS105 эмуляции SSHD;
- Формат многоабонентского режима SS105 – данные передаются в формате SS105 эмуляции SSHD с заголовком многоабонентского режима.

Для данных интервала имеется два дополнительных формата:

- SS125 (унаследованный) – в данном формате эмулируются данные интервала ранних версий датчика SmartSensor HD; формат сходен с текущим форматом, только отсутствуют корзины скорости и направления, и меньше классов по длине;
- Формат RTMS – данный формат доступен только в конфигурации активной доставки данных интервала, и данные передаются в формате эмулирования SSHD RTMS.

Для данных о событиях имеется шесть дополнительных форматов, все они передают данные на основе формата Z4 – специальный протокол Wavetronix, обеспечивающий обмен данными между датчиком и другими устройствами.

### 1.1.2 Оценка погрешности оконечного устройства SSHD

Рассмотрим систему алгебраических уравнений

$$\begin{cases} a_0 + a_1 v_1 + a_2 v_1^2 = d_1 \\ a_0 + a_1 v_2 + a_2 v_2^2 = d_2 \\ a_0 + a_1 v_3 + a_2 v_3^2 = d_3 \end{cases}$$

где  $v_1, v_2, v_3$  - замеры скорости при разных режимах,  $a_0, a_1, a_2$  - физические параметры. Тогда если обозначить

$$A = \begin{pmatrix} 1 & v_1 & v_1^2 \\ 1 & v_2 & v_2^2 \\ 1 & v_3 & v_3^2 \end{pmatrix}, \det A = (v_3 - v_2)(v_2 - v_1)(v_3 - v_1), \text{ где } v_1 < v_2 < v_3, \text{ то}$$

матрица  $A$  хорошо обусловлена, т.е.  $\det A \gg 0$ . Ошибка восстановления параметров  $a_0, a_1, a_2$  пропорциональна ошибке идентификации расстояния между

автомобилями и обратно пропорциональна  $\det |A|$ , то погрешность измерения будет зависит только от правой части, т.е. от погрешности измерения расстояния между автомобилями. Расстояние между автомобилями равняется отношению  $v/q$ , где  $q$  - интенсивность,  $v$  - скорость, тогда:  $v/q - v_1/q_1 = (vq_1 - qv_1)/q^2$ , где  $q = \varepsilon + q_1$ ,  $v = \varepsilon + v_1$ , тогда  $\varepsilon(v - q)/q^2$ . Максимальная погрешность  $\varepsilon$  порядка 10%, следовательно погрешность определения расстояния между автомобилями не будет превышать 10%.

### 1.1.3 Рекомендации для повышения точности измерений радара SSHD

- Покрытие полосы: место установки датчика следует подбирать так, чтобы все контролируемые полосы располагались на расстоянии от датчика 1,8-76,2 м и были параллельны между собой;

- Линия радара должна быть перпендикулярна направлению дорожного движения  $\pm 2$  градуса;

- Прямая видимость: конструкция датчика SmartSensor HD обеспечивает его работу при наличии препятствий, однако рекомендуется по возможности устанавливать датчик в месте, где отсутствуют механические барьеры. Следует избегать поглощения радиоизлучения такими препятствиями, как деревья, дорожные знаки и другие элементы дороги;

- Высота установки: должна соответствовать требуемому сдвигу относительно контролируемой полосы. Обычно рекомендуемая высота установки составляет от 2,7 до 15,2 м;

- Длина кабеля: допускается длина кабеля до 182,9 м при рабочем напряжении 24 В постоянного тока и протоколе связи RS-485; если требуется большая длина, необходимо рассмотреть другие варианты проводной или беспроводной связи.

## 1.2 Автоматическая идентификация движущихся частиц

В процессе работы с данным прибором были выявлены недостатки. Для оценки основных характеристик автотранспортного потока необходимы дополнительные вычисления.

Для автоматизации обработки и анализа данных был разработан программный комплекс, который обрабатывает log файлы SSM HD, строит по ним аналитические графики, аппроксимирует выделенные сектора, находит коэффициенты, выводит статистические показатели.

Разработанный комплекс работает с двумя типами файлов:

- (1) Logdet.log-интервальные данные по машинам
- (2) Eventlog.log-индивидуальные данные по машинам

### 1.2.1 Обработка интервальных данных

В первую очередь рассмотрим работу с файлами типа Logdet.log.

- (1) Интерфейс программы

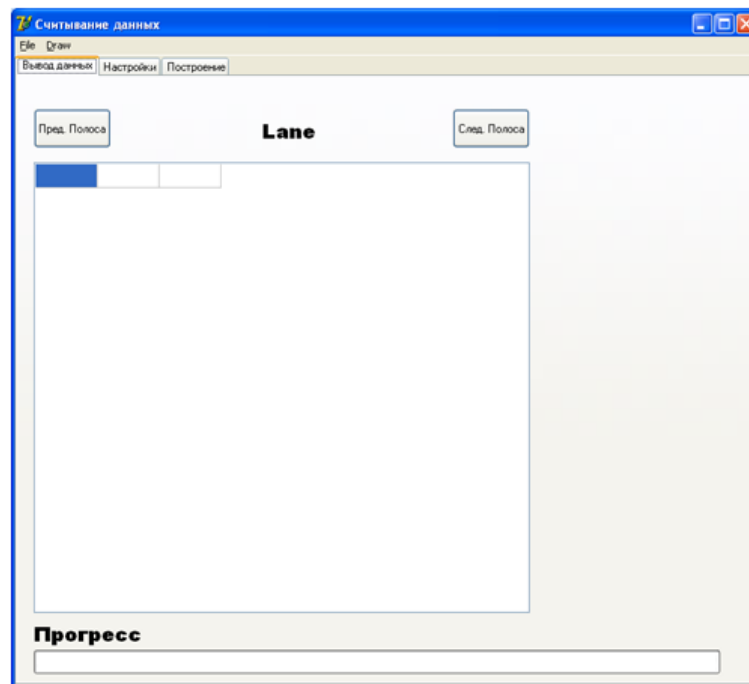


Рис. 13: Внешний вид приложения

(2) Рассмотрим вкладку "Настройки". В данной вкладке выбирается название столбцов, необходимых для анализа (по умолчанию отмечены Speed(КрН), Headway, Length). После нажатия кнопки "Применить" возвращаемся на вкладку "Вывод данных".

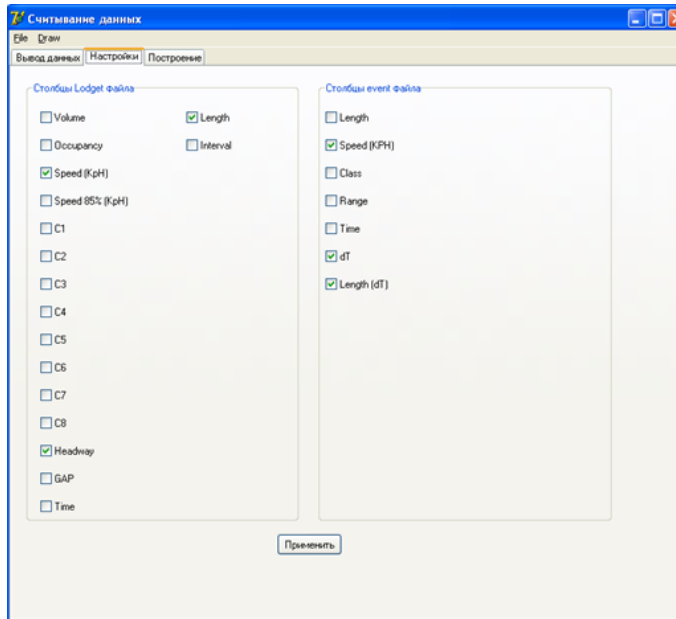


Рис. 14: Настройка вывода данных

(3) В разделе *"File"*- *"Open Logdet File"*, выбирается нужный файл. Строка состояния показывает результат считывания.

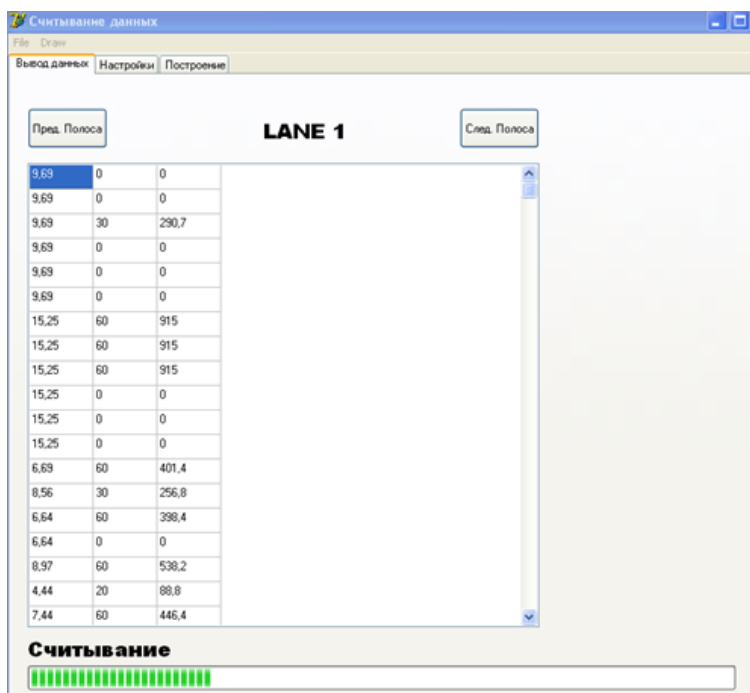


Рис. 15: Считывание данных

(4) После того, как данные считаны по каждой полосе отдельно, можно с помощью кнопок *"След. Полоса"* и *"Пред. Полоса"* посмотреть данные по выбранным столбцам каждой полосы.



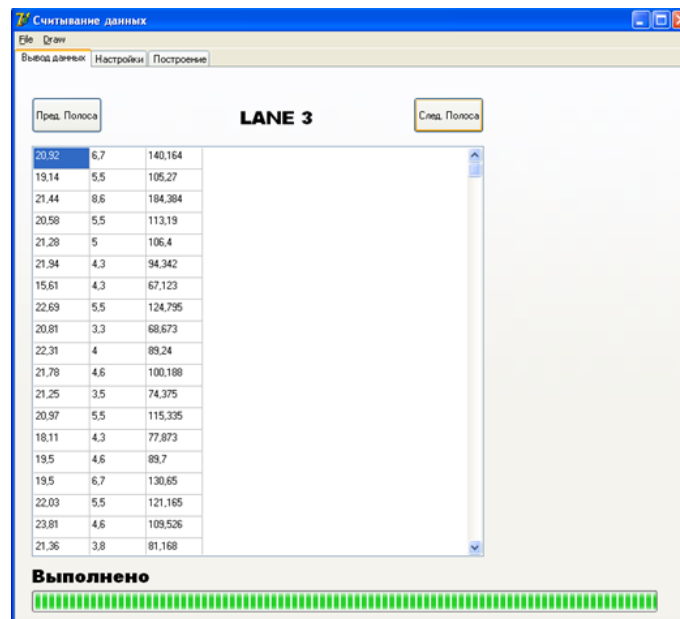


Рис. 16: Сортировка данных по третьей полосе

(5) Для того, чтоб построить нужный график, переходим во вкладку "Построение". В "MainMenu" выбираем "Draw" и необходимый тип графика. Например, рассмотрим "Построение динамического габарита". С помощью кнопок "Пред.полоса" и "След.полоса" можно просматривать по каждой полосе в отдельности.

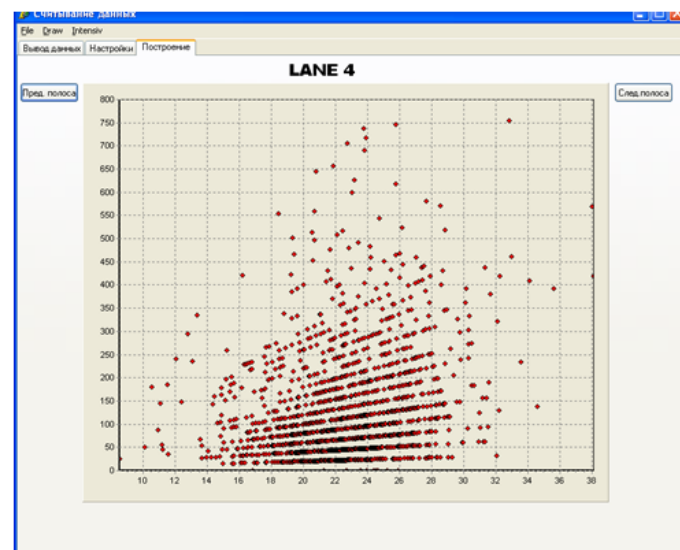


Рис. 17: График зависимости расстояния от скорости

(6) Сохраняем полученные данные в формате MS Excel. Для этого выбираем опцию "File"- "Export".

После экспорта в Excel, можно обрабатывать данные вручную. Например, выделить каждую полосу на отдельный график и построить аппроксимирующую кривую.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	19.58	5	97.9												
2	9.42	8.6	81.012												
3	16.56	10	185.6												
4	19.25	10	192.5												
5	16.04	7.5	124.8												
6	20.83	6.7	138.561												
7	12.67	5.5	69.085												
8	18.5	4.6	85.1												
9	11.94	6.7	79.998												
10	18.17	3.8	69.046												
11	16.97	8.6	145.942												
12	17.86	6	107.18												
13	17.67	5.5	97.185												
14	18.06	15	270.9												
15	12.67	6	76.02												
16	17.78	20	355.6												
17	13.97	15	208.55												
18	13.97	8.6	120.142												
19	14.06	10	140.6												
20	16.36	6.7	109.612												
21	12.61	10	126.1												
22	16.36	30	490.8												
23	13.58	20	271.6												
24	13.42	30	402.6												
25	14.83	7.5	111.225												

Рис. 18: Экспортирование данных в Excel

## 1.2.2 Обработка индивидуальных данных

Рассмотрим работу с файлами типа EventLog.log.

(1) Для работы с данным типом файла нужно произвести дополнительную операцию Hash. Для этого запускаем проект, нажимаем *"File"-*"Hash Eventlog File", выбираем нужный файл. Программа в виде сообщения показывает сколько строк данных по определенной полосе и сколько из них заполненных (пустые строки связаны с неустойчивостью работы радара), удаляет пустые строки и сохраняет данные в виде нового файла Eventlog с сегодняшней датой, лежащего в корневой папке.

(2) После удаления пустых строк, работаем с только что созданным новым файлом.

Все остальные этапы обработки данных аналогичны файлами типа Logdet.log. Отличие лишь в том, что при открытии сформированного файла Eventlog используем кнопку *"Open Eventlog File"*.

(3) Обработка log файла

Выберите вкладку *"Таблицы"*.

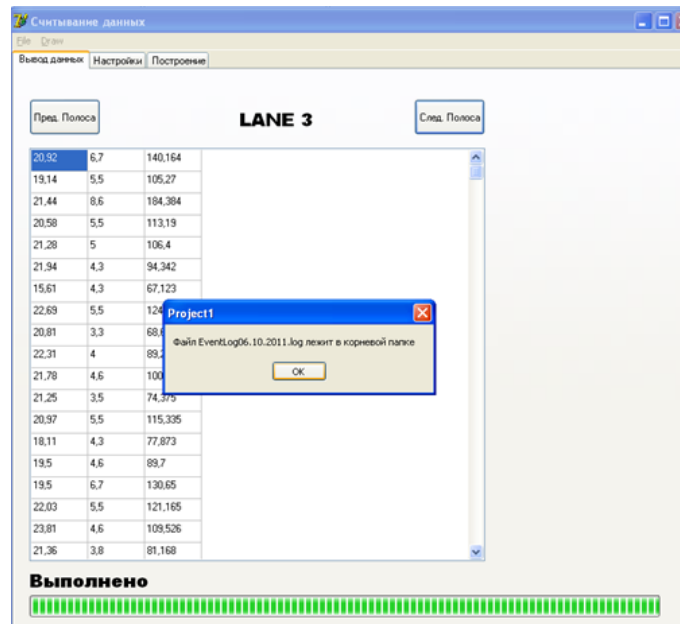


Рис. 19: Сохранение файла типа Eventlog

Для обработки усредненных данных пользователь должен нажать кнопку *"Открыть усредненные"* и выбрать файл для обработки.

Далее пользователь должен указать номер полосы, по которой будут обрабатываться данные, и нажать кнопку *"Отсортировать по линии"*.

После нажать кнопку *"Вычислить время(и)"*, если обрабатываются индивидуальные данные.

После нажать кнопку *"Вычислить время(у)"*, если обрабатываются усредненные данные.

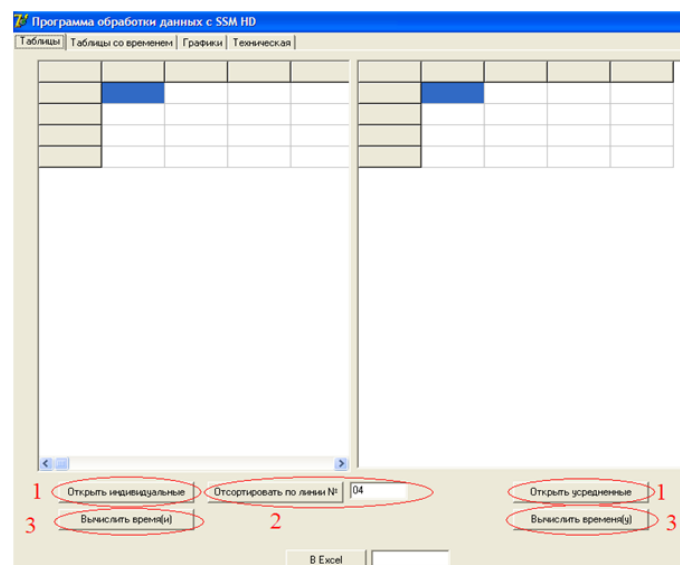


Рис. 20: Последовательность выполнения загрузки

## (4) Построение и работа с графиком

Выберите вкладку *"Графики"*.

Нажмите кнопку с названием нужного вам графика, например *"Headway"*.

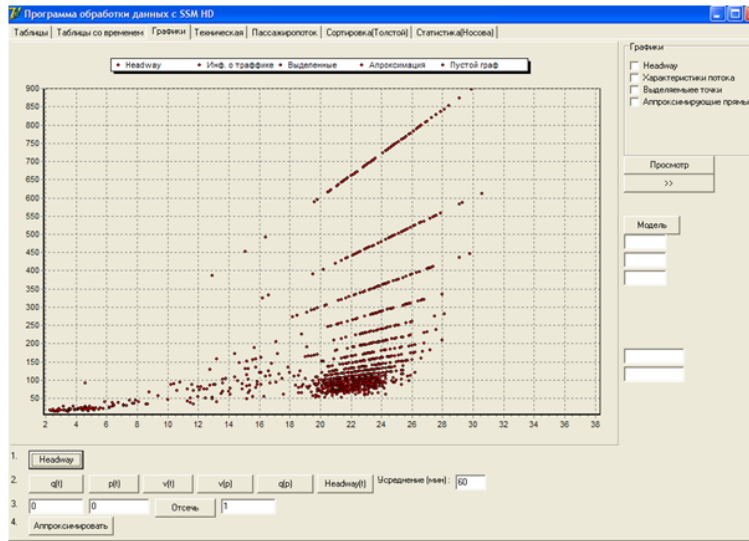


Рис. 21: Пример построения графика «Headway»

Для выделения прямых отображенных на графике пользователь должен произвести двойной клик по нижней части выделяемого сектора, а после по верхней части сектора и нажать кнопку *"Отсечь"*.

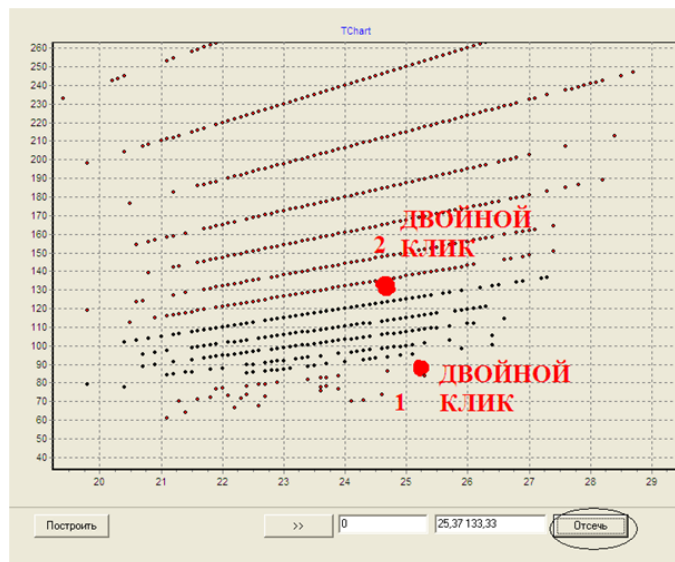


Рис. 22: Пример выделения сектора

Пользователь должен повторить инструкции предыдущего пункта для каждого выделяемого сектора. Важно не перепутать последовательность выделения сектора, а именно вначале нижнюю грань потом верхнюю.

Все данные о выделенных точках содержатся во вкладке "Таблицы со временем", отсортированные по времени и номеру выделенного сектора.

	# линии	м/с	t	дельта t	S	м/с(2)	средняя t	номер класта	ус	ис
466	04	24.3	5.0	5	121.5	24.3	4.6	1	23.8	108.3
467	04	22.8	4.3	4.3	98	22.8	4.6	1	23.8	108.3
468	04	23.6	4.0	4	94.4	23.6	4.6	1	23.8	108.3
469	04	24.4	4.6	4.6	112.2	24.4	4.6	1	23.8	108.3
470	04	21.3	5.0	5	106.5	21.3	4.6	1	23.8	108.3
471	04	21.7	4.3	4.3	93.3	21.7	4.6	1	23.8	108.3
472	04	21.5	4.6	4.6	98.9	21.5	4.6	1	23.8	108.3
473	04	23	5.0	5	115	23	4.6	1	23.8	108.3
474	04	24.5	6.7	6.7	164.1	24.5	6.7	2	24.3	162.5
475	04	23.2	6.7	6.7	155.4	23.2	6.7	2	24.3	162.5
476	04	23.3	6.7	6.7	156.1	23.3	6.7	2	24.3	162.5
477	04	23.4	6.7	6.7	156.8	23.4	6.7	2	24.3	162.5

8.37140145544296      9.07014286962098

Отсортировать

Рис. 23: Пример отображения данных о выделенных секторах.

(5) Получение коэффициентов. Для построения аппроксимирующих прямых выделенных секторов пользователь должен нажать кнопку "Аппроксимировать".

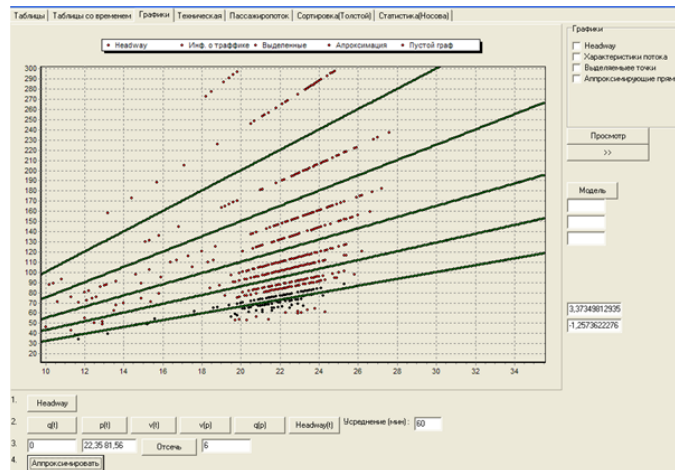


Рис. 24: Пример аппроксимации.

После этого во вкладке "Техническая" заполнится таблица. Эта таблица будет содержать найденные коэффициенты.

c	a	b
1	3,498817689	0,002558151
2	3,800535520	-0,013743681
3	4	0
4	4,299087195	0,014018117
5	4,599687842	0,005784990
6	4,999999999	1,332350639

Рис. 25: Пример полученных коэффициентов.

### (6) Отображение графиков

Для управления отображения графиков пользователь может воспользоваться чекбоксом "Графики". Пользователь должен поставить галочки напротив необходимых пунктов и нажать кнопку "Просмотр".

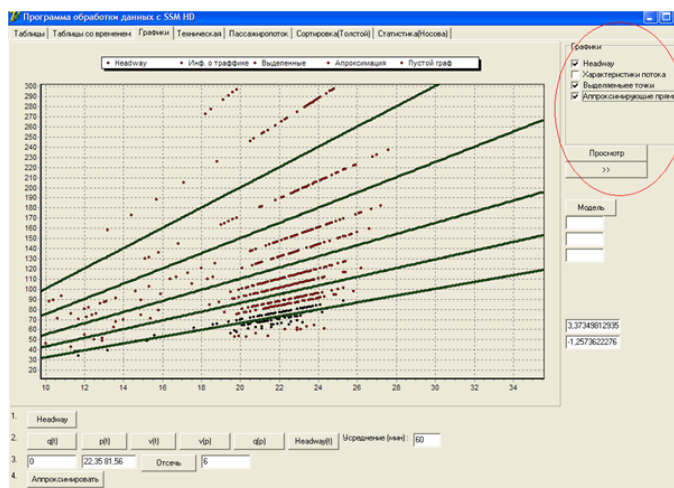


Рис. 26: Выделена область чекбоксов "Графики".

Для увеличения масштаба нужной области на графике пользователь должен выделить с помощью левой кнопки мыши нужную ему область на графике, выделяя область слева направо.

Для уменьшения масштаба на графике пользователь должен выделить с помощью левой кнопки мыши область на графике, выделяя область справа налево.

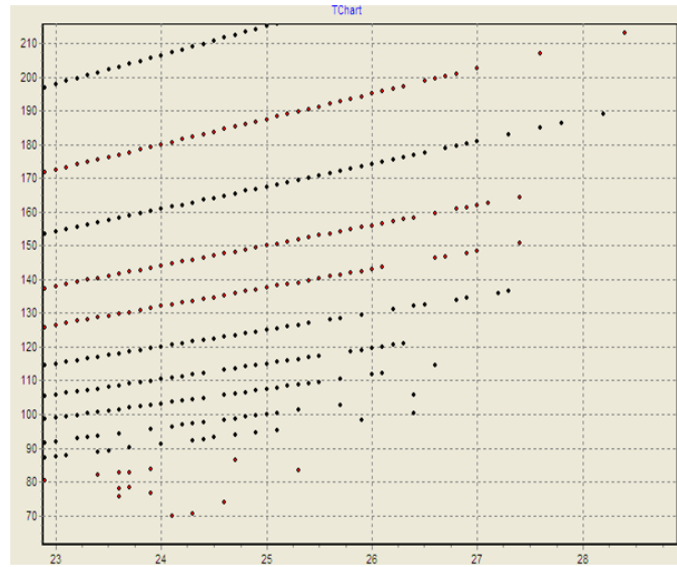


Рис. 27: Пример увеличенного масштаба графика.

## (7) Графический анализ

В приложении реализована возможность построения следующих графиков: для усредненных и индивидуальных данных:

- Headway

только для усредненных:

- интенсивности по времени –  $q(t)$
- плотности по времени -  $p(t)$
- скорости по времени -  $v(t)$
- Headway от времени -  $Headway(t)$
- интенсивности по плотности –  $q(p)$
- скорости от плотности –  $v(p)$

## (8) Сортировка

Во вкладке «Сортировка» расположена кнопка «Сортировка индивидуальных». Данная сортировка присваивает каждой точке (автомобилю) графика «Headway» номер аппроксимирующей прямой, которая расположена ближе всех к этой точке (автомобилю). Для работы данной сортировки, необходимо загрузить в программу индивидуальные данные, провести аппроксимацию, согласно инструкциям описанным в предыдущих параграфах, а после нажать на кнопку «Сортировка индивидуальных». После проделанных действий, во второй таблице (вкладка «Таблицы») появится столбец «Номер ближайшей линии».

Сортировка(Толстой)		Статистика(Носова)				
	м/с	t	дельта t	S	м/с*	Номер близка
193	13,7	10:24:44.150	3,8	53,2	14	1
194	11,5	10:25:00.249	16,1	220,6	13,7	3
195	10,9	10:25:08.426	8,2	94,3	11,5	2
196	13,7	10:25:10.076	1,6	17,4	10,9	1
197	14,5	10:25:21.157	11,1	152,1	13,7	2
198	13,4	10:25:46.158	25	362,5	14,5	4
199	15,4	10:25:57.089	10,9	146,1	13,4	2
200	16,7	10:26:02.405	5,3	81,6	15,4	1
201	20,2	10:26:04.381	2	33,4	16,7	1
202	14,9	10:26:16.328	11,9	240,4	20,2	3
203	17,7	10:26:17.481	1,2	17,9	14,9	1
204	14,6	10:26:24.000	6,5	115	17,7	1
205	14,9	10:26:31.035	7	102,2	14,6	2
206	19,6	10:26:38.067	7	104,3	14,9	2
207	16,5	10:26:43.185	5,1	100	19,6	1
208	15,6	10:26:45.037	1,9	31,3	16,5	1
209	15,7	10:26:46.370	1,3	20,3	15,6	1
210	18,7	10:26:48.038	1,7	26,7	15,7	1

Рис. 28: Пример столбца «Номер ближайшей линии».

### (9) Статистика

Во вкладке «Статистика» расположена кнопка «Вывод данных». При нажатии на данную кнопку, программа находит комбинации машин, по номеру ближайшей аппроксимирующей линии и заполняет в таблицу. В таблице заполняются 3 столбца:

- 1) Порядковый номер комбинации
- 2) Комбинация
- 3) Кол-во данных комбинаций (в процентах)

Пример:



В данном примере мы видим 14 из 16 комбинаций. У комбинации «2 2» самый высокий процент. Это означает, что в 12,56 % случаев в полученных данных, водитель, наиболее близкий к типу 2 (ко второй аппроксимирующей прямой) следует за водителем наиболее близким к типу 2.

Для работы данного функционала, необходимо следовать инструкциям описанным в параграфе «Сортировка». Только после выполнения этих инструкций, можно будет нажать кнопку «Вывод данных».

### 1.2.3 Оценки динамического габарита посредством автоматизированного комплекса

Для нахождения динамического габарита необходимы данные: Speed (скорость)(км/ч) и HEADWAY (интервал)(сек).

Для того, чтобы найти динамический габарит нужно сначала скорость перевести в систему "СИ", разделив на 3,6. После этого скорость умножаем на интервал HEADWAY, получаем динамический габарит.

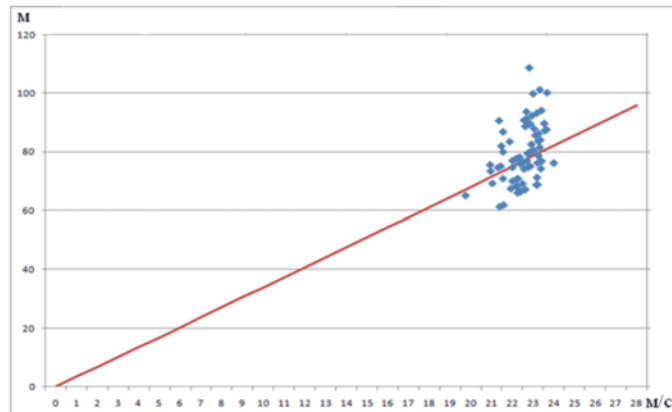


Рис. 29: Будний день. Седьмая полоса. В область.

На рисунке 29 представлены данные собранные в будний день на седьмой полосе по направлению в область с 11:00 до 18:00. Парабола описывается функцией  $0,02376 * x^2 + 3,3507 * x + 0,78801$

Данные, представленные на рисунке 29, собраны в будний день в период времени с 18:00 - 22:00 на седьмой полосе по направлению в область.

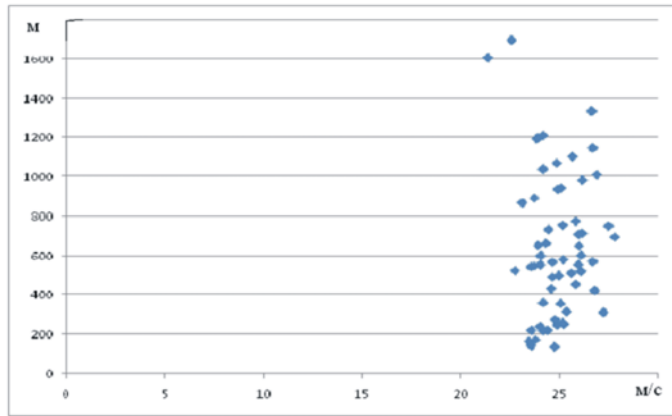


Рис. 30: Будний день. Седьмая полоса. В область.

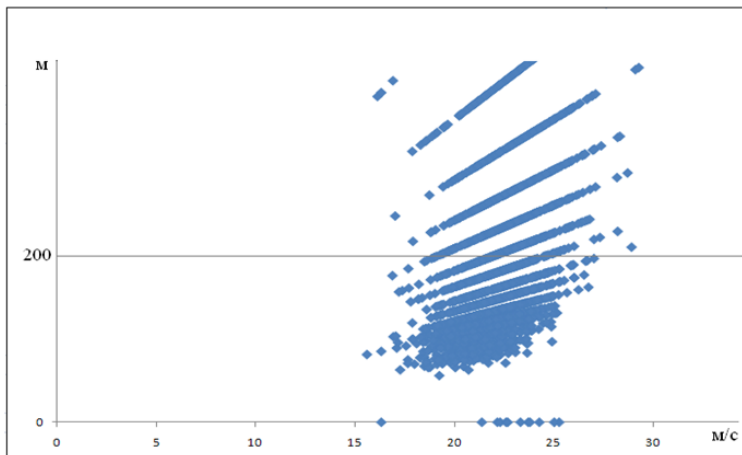


Рис. 31: Скорость - габарит. Третья полоса. В область.

На рисунке 31 представлена зависимость расстояния между автомобилями от скорости. Данные собраны в будний день за сутки на третьей полосе по направлению в область.

Для того чтобы получить точную зависимость расстояния между автомобилями от скорости, воспользуемся разделом "Данные по машинам".

На рисунке 32 представлены данные собранные в будний день за 2 часа на второй полосе по направлению в область. В данном случае данные не усредненные, а точные.

Как видно из графиков даже при разбиении на более маленькие промежутки видны прямые.

*Исходя из полученных данных можно выделить от 13 до 16 психологических типов водителей. Данное утверждение согласуется с результатами работы "Интеллектуальные транспортные системы в автомобильном комплексе" Приходько В.М., Власова В.М., Жанказиева С.В., Иванова А.М.*

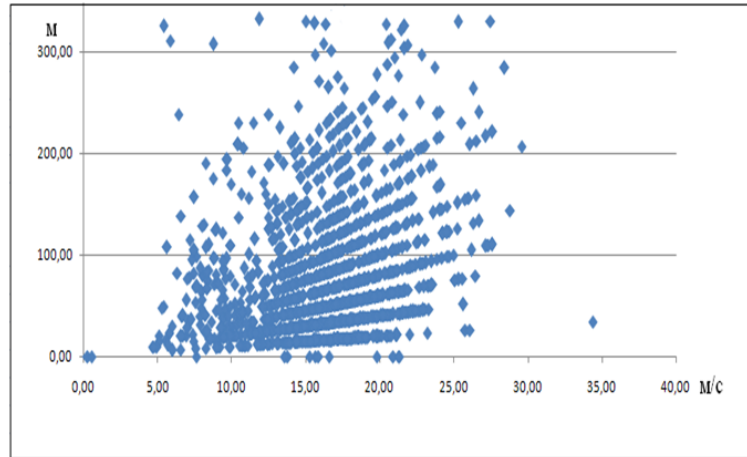


Рис. 32: Скорость - габарит. Вторая полоса. В область.

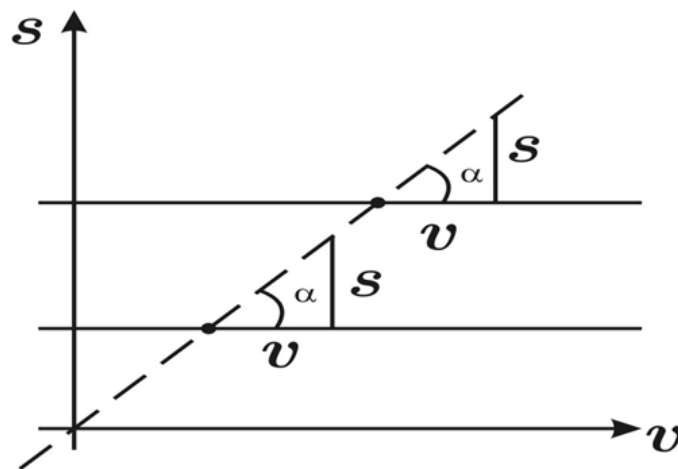


Рис. 33: Анализ данных.

Анализируя данные, просматривается линейная зависимость расстояния от скорости. Из полученных данных явно видны прямые, угол наклона которых определяется интервалом времени  $HEADWAY = t$ .

$$\tan \alpha = \frac{s}{v} = \frac{v * t}{v} = t$$

В данной программе  $HEADWAY = \frac{\Delta t}{Volume}$ , в измерениях проводимых в рамках данной работы  $\Delta t = 60$  сек.. Т.е. при одинаковой плотности, получается одинаковый интервал  $t$ .

Из рисунков 29-32 видно, что на полосе 2 минимальная скорость автомобиля равна 5 м/с, а на полосе 3-17 м/с. Отличие в скоростях объясняется отдаленностью третьей полосы от съездов и выездов.

Рассматривая рисунки 29-32, видно, что зависимость расстояние между автомобилями от скорости при движении в выходные дни не сильно отличается

от зависимости расстояния между автомобилями от скорости при движении в будни дни. Возможно, это связано с тем, что в месте, где установлен радар, нет затруднения в движении в обычном режиме.

#### 1.2.4 Оценки интенсивности потока (шт/ед. времени) посредством автоматизированного комплекса

Таблица 3: Распределение интенсивности по полосам

	8 : 00	8 : 05	8 : 10	8 : 15	8 : 20	8 : 25	8 : 30	8 : 35	8 : 40
1	36	36	36	72	36	72	48	12	0
2	636	672	696	636	804	648	768	876	672
3	924	756	720	816	924	864	1092	996	924
4	732	780	312	732	792	840	972	960	804
5	660	684	552	624	696	780	756	816	660
6	1032	864	948	936	1104	1176	1128	972	1068
7	1176	1128	1140	1236	1296	1392	1320	1176	1140
8	696	840	1020	1176	948	1032	1164	1140	1008
9	924	900	888	1044	984	1020	792	804	876
10	708	456	732	732	804	792	780	624	684
Итого	7524	7116	7344	8004	8388	8616	8820	8376	7836

На графике 34 видно, что в период времени с 8:05 до 8:30 интенсивность возрастает, а затем идёт на спад. Получается, что в 8:30 имеет место локальный максимум интенсивности.

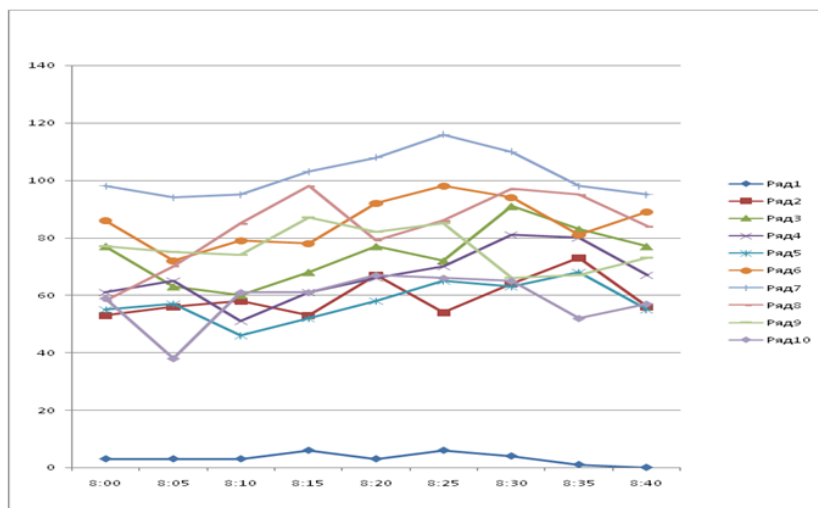


Рис. 34: Зависимость интенсивности от времени по полосам.

На графике видно, что наименее интенсивное движение на первой полосе. Это вызвано тем, что это полоса общественного транспорта. Наиболее интенсивное движение на 7 полосе. Это вызвано тем, что в месте проведения эксперимента

объединяются 2 потока в 5 полосе и автомобили заранее перестраиваются в 6-7 полосу.

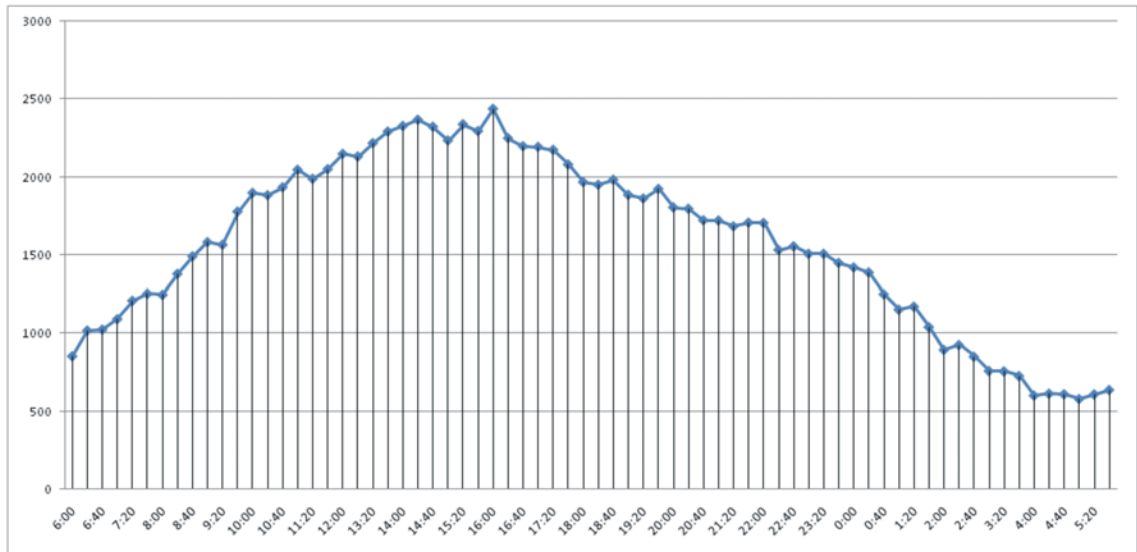


Рис. 35: Зависимость интенсивности от времени за сутки

Анализируя графики, мы наблюдаем первую волну возрастания интенсивности после 14:20 и вторую волну возрастания после 15:40. Анализируя графики в период времени 19:20 - 20:40 обнаруживаем резкий рост интенсивности на первой полосе (полосе общественного транспорта) легковых автомобилей, однако, при этом падает интенсивность на других полосах. Это говорит о том, что движение замедляется и образуется затор (об этом свидетельствует и падение скорости в среднем до 10 км/ч). Т.е. при образовании затора, большое число водителей нарушают правила дорожного движения и занимают полосу общественного транспорта, что приводит к ограничению движения общественного транспорта. После 20:40 минут происходит возрастание интенсивности на всех полосах, кроме 1 полосы, где наблюдается резкое падение. Заметно, что интенсивность на первой полосе практически не изменилась и скорость потока не уменьшилась. Поэтому делаем закономерный вывод, что это не затор.

### 1.3 Интерактивный метод мониторинга

В связи с возрастающей мобильностью населения актуальным является исследование количественных и качественных характеристик движения с использо-

ванием теоретических методов и экспериментальных инфокоммуникационных технологий.

Интерактивный метод исследования подразумевает, что в роли конечных устройствах выступают мобильные устройства, с возможностью связи между частицами и сервером. К данному методу относится система SSSR (Студент-Смартфон-Сервер-Распределение), разработанной в НОЦ ИМСУТ МТУСИ. В основе лежат смартфоны, серверы и другие периферийные устройства. Каждый элемент движущейся друг за другом колонны автомобилей оснащен смартфоном с системой позиционирования, связанными в сеть посредством сервера.

Экспериментальные измерения основаны на построении информационной технологической цепочки сервер - клиент с применением GPS - привязки. Простейший вариант состоит из двух смартфонов с GPS - приёмниками, которые согласно установленным программам подают на сервер характеристики движения соответствующих автомобилей. Сервер обрабатывает информацию от источников и выводит требуемые зависимости, в частности, зависимость расстояния между автомобилями от скорости ведомого.

#### **1.4 Реализация интерактивного метода исследования потока частиц с мотивированным поведением**

Имеется два автомобиля - ведущий и ведомый. В каждый установлен смартфон с программным обеспечением DS-PR03. Каждую секунду смартфоны сохраняют свои gps координаты и текущее время в файл. После чего отправляется на сервер и обрабатывается. Основные числовые характеристики - зависимость расстояния между автомобилями от времени и зависимость расстояния от скорости ведомого - оценка динамического габарита.

По окончании поездки, файлы отправляются на сервер. На сервере файл обрабатывается и строятся 2 зависимости:

- зависимость расстояния между смартфонами от времени;
- зависимость расстояния между смартфонами от скорости ведомого.

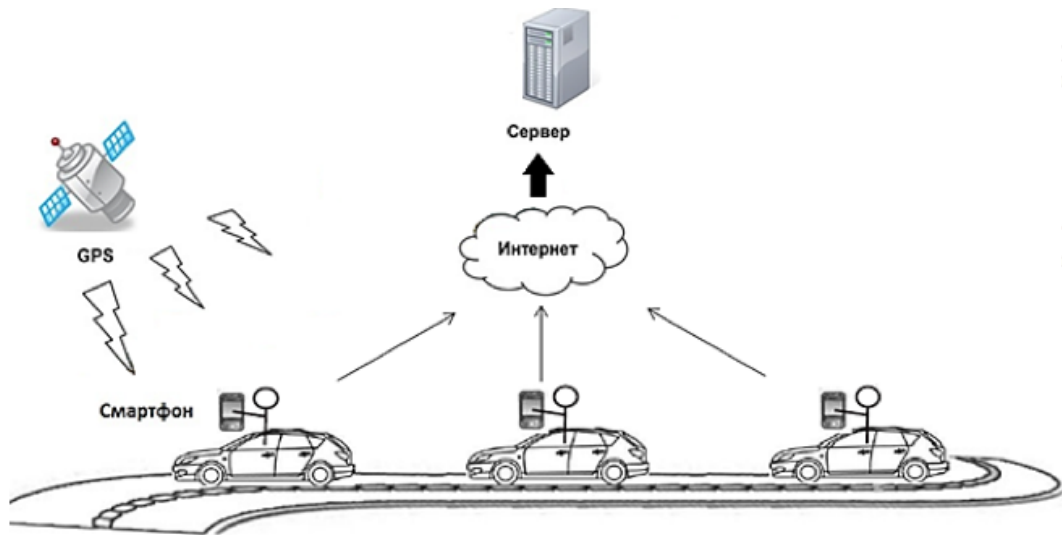


Рис. 36: Схема интерактивного метода мониторинга потока частиц

### Основные функции:

1. Функция сохранения строки GPS в файл.
2. Функция отправки файла по протоколу FTP на сервер.
3. Функция, считывающая данные из файла.
4. Функция сохраняющая одинаковые по времени данные в список.
5. Функция, рассчитывающая расстояние между двумя частицами.
6. Функция построения графиков.

Для эксперимента необходимо достаточное количество спутников GPS, отсутствие большого скопления частиц (автомобилей) на дороге. Отсутствие спутников не даёт получать текущее положение, а большое скопление частиц искажает исследуемую зависимость.

Перед началом эксперимента в мобильном приложении выбирается тип клиента (ведущий или ведомый). При нажатии кнопки *Начать передачу* происходит автоматическое сохранение GPS данных в файл в память смартфона.

Зависимость на рис. 37 по-существу отражает полученные Гриншильдсом 75 лет назад соотношения.

На рисунке 38 красные точки так же значения расстояния полученные экспериментально. Можно видеть, что здесь полученные точки уже не совпадают с прямой Гриншильда, поэтому было построено приближение методом наименьших квадратов. Получившиеся коэффициенты параболы:

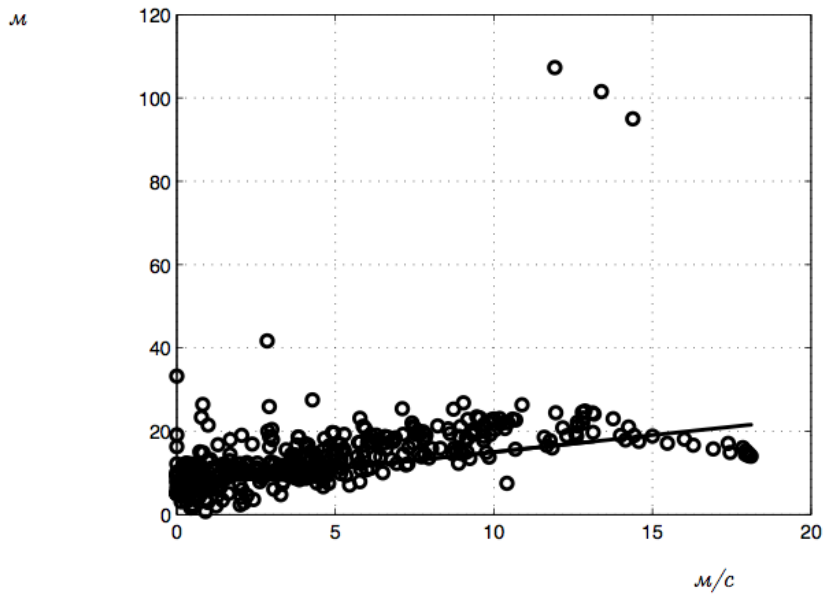


Рис. 37: Оценка параметров по результатам исследования

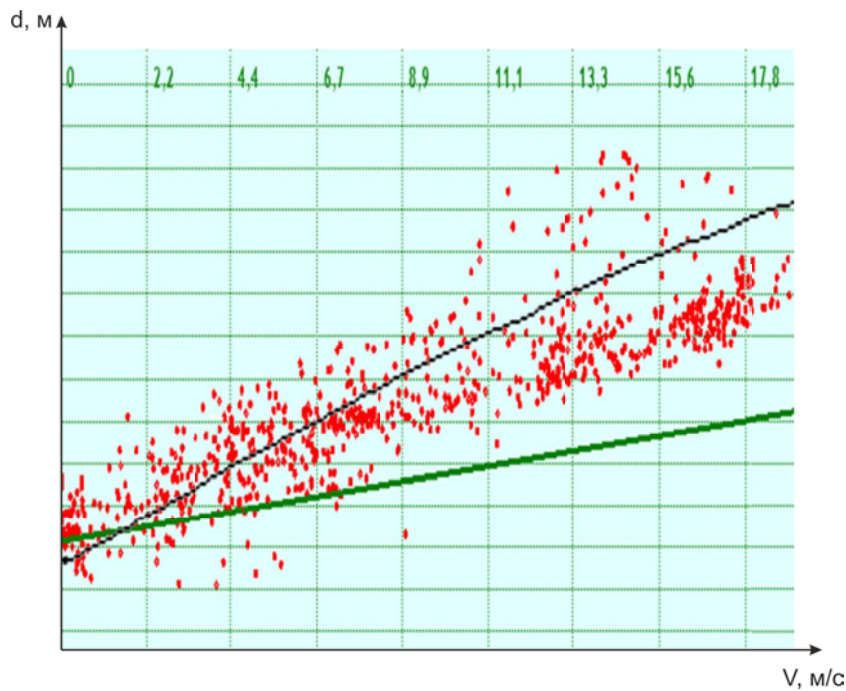


Рис. 38: Оценка параметров по результатам исследования

$a=5.89594, b=0.41231, c=6.8121$ . Это позволяет утверждать, что коэффициенты линейной зависимости в свою очередь изменяются при вариации некоторых параметров, например, времени года и метеоусловий.

#### 1.4.1 Оценка погрешности

Погрешность данного метода в основном зависит от точности устройств глобального позиционирования. На точность показания приемника устройств гло-



бального позиционирования влияют разные факторы. Большинство из них воздействует на радиосигнал на пути его прохождения от спутника до приемника; они описаны ниже. Из-за помех при прохождении тропосферы и облаков водяного пара возникают ошибки в синхронизации, поскольку сигнал проходит несколько большее расстояние, чем расстояние по прямой.

Ниже указан вклад различных источников погрешности позиционирования:

Источник погрешности	Вклад в общую величину погрешности
Часы спутника	1.5 м
Отклонение орбиты	2.5 м
Ионосфера	5.0 м
Тропосфера	0.5 м
Многолучевая погрешность	0.5 м
Типичная погрешность показаний	<b>до 4м</b>

Рис. 39: Оценка погрешности позиционирования

Для оценки погрешности данного метода был проведен эксперимент по измерению точности позиционирования бытового приемника в смартфоне. Два смартфона со встроенными GPS приемниками были помещены в автомобиль и весь маршрут находились на расстоянии одного метра. Автомобиль двигался по установленному маршруту. Средняя разность скоростей за весь путь составила 5,06 км/ч, это примерно 9-11% с учётом того, что скорость движения составила 50-60 км/ч.

## 1.5 Выводы

В первой главе рассмотрены пассивные и интерактивные методы исследования движения частиц с мотивированным поведением. Представленные методы максимально адаптированы к теме автотранспортных потоков, но данные методы могут быть применены к другим социально-техническим системам. Данная тема приложения выбрана из-за бурного развития данной системы на протяжении более 80 лет, из-за её открытости, т.е. получение характеристик доступны каждому, а также также по причине умеренных цен на оборудование.

1. Реализован метод пассивного исследования движения цепочки частиц с мотивированным поведением.
2. Автоматизирован сбор и обработка данных о потоке частиц. Автоматизирована идентификация движущихся объектов.
3. Выработаны рекомендации для повышения точности измерений. Дана оценка погрешности. Погрешность данного метода не превышает 10%.
4. Разработан метод интерактивного исследования движения цепочки частиц с мотивированным поведением.
5. Проведена оценка погрешности и она не превышает 11%.
6. Получены параметры для создания математической модели. Выявлены закономерности и приведены утверждения о характере поведения частиц с мотивированным поведением.

## Глава 2

# Теоретическое исследование модели ”Следования за лидером” и модели ”Заднего привода”

### 2.1 Цепочки частиц. Некритическое и связное движение

Рассматривается движение частиц в одном направлении друг за другом

$$x_0(t) < x_1(t) < \dots < x_{n+1}(t), \forall t > 0,$$

где  $x_n(t)$  - траектория движения частицы с номером  $n$  по прямой.

Основным понятием является *динамический габарит*. Динамический габарит рассматривается как расстояние безопасности в зависимости от скорости с коэффициентами, определяемыми в главе 1. Предполагается однотипный динамический габарит, т.е. не рассматривается разный характер управления.

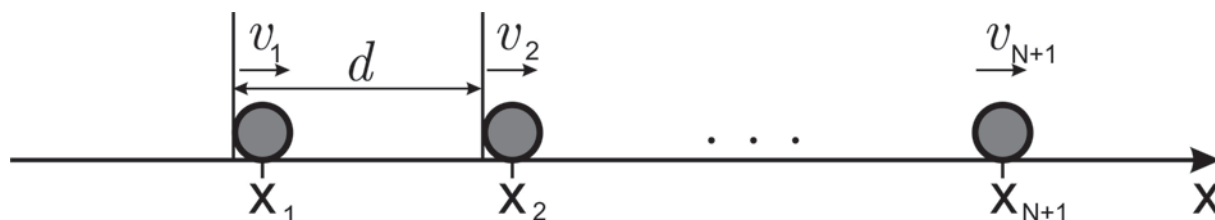


Рис. 40: Схема движения цепочки

Система дифференциальных неравенств эквивалентна условиям безопасного движения, [46], [47]

$$x_{n+1}(t) - x_n(t) \geq C_0 + C_1 \dot{x}_n(t) + C_2 \dot{x}_n^2(t). \quad (2.1)$$

Предполагается, что скорость  $\dot{x}_n$  - абсолютно непрерывна и ограничена

$$|\dot{x}_n(t)| \leq M_1, \forall n = 0, \dots, N, \forall t > 0, \quad (2.2)$$

и, учитывая однонаправленность движения (в положительном направлении),

$$0 \leq \dot{x}_n(t) \leq M_1, \forall n = 0, \dots, N, \forall t > 0, \quad (2.3)$$

ускорение  $\ddot{x}_n$  существует почти всюду и ограничена

$$M_2 \leq \ddot{x}_n(t) \leq M_3, \forall n = 0, \dots, N, \forall t > 0 \quad (2.4)$$

где  $M_2$  и  $M_3$ , вообще говоря, несимметричны и связаны с торможением (цепление) и ускорением (двигатель).

*Движение цепочки называется тотально-связным*, если в (2.1) все нестрогие неравенства суть равенства; и *частично связным*, если некоторые неравенства в разное время являются строгими неравенствами, а другие - равенствами. В работе рассматривается тотально-связное движение.

Для классификации имеет смысл рассматривать один из следующих вариантов динамического габарита:

(а) *Военная колонна (МС)*

$$C_2 = C_1 = 0; C_0 = a.$$

(б) *Линейный динамический габарит (LDG)*

$$C_2 = 0; C_1 = C_0 = a.$$

(с) *Классический динамический габарит (квадратичная зависимость) (CDG)*

$$C_0 = a, C_1 = b, C_2 = c.$$

Заметим, что в случае автомобильного трафика  $a$  - статический габарит.

Некоторые конструкции целесообразно исследовать в общем случае.

(д) *Обобщенный динамический габарит (GDG)  $d(y)$* ,

где  $d(y)$  – монотонно возрастающая и неограниченная функция неотрицательного аргумента, непрерывная и дифференцируемая,  $d(0) = 1$ .

## 2.2 Модель "Следования за лидером"

Имеется связный поток частиц  $x_1, \dots, x_{N+1}$ .  $\forall n = 0, \dots, N$  справедливо

$$\begin{cases} x_{n+1}(t) - x_n(t) = C_0 + C_1 \dot{x}_n(t) + C_2 \dot{x}_n^2(t) \\ 0 \leq \dot{x}_n(t) \leq M_1, \forall n = 0, \dots, N, \forall t > 0 \\ |\ddot{x}_n(t)| \leq M_2, \forall n = 0, \dots, N, \forall t > 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

начальные условия

$$x_1(0) = x_1, \dots, x_n(0) = x_n. \quad (2.6)$$

*Граничное условие (2.7) - модель "Следования за лидером"*

$$x_{N+1}(t) = f(t), \quad (2.7)$$

*граничное условие (2.7) постулирует режим движения  $x_{N+1}$  частицы (лидера). Необходимо восстановить функцию движения последующих частиц. Модель (2.5)-(2.7) называется моделью "Следования за лидером".*

В работе исследованы основные вопросы: существование решения в задаче, устойчивость относительно механических параметров, т.е. коэффициентов  $C_0, C_1, C_2$  и ограничений  $M_1, M_2$ . Если  $f(t)$  будет удовлетворять ограничениям, будут ли удовлетворять ограничениям траектории последующих частиц?

## 2.3 Линейный динамический габарит в модели "Следования за лидером"

Будем считать, что  $M_1 \equiv M_1 = 2, M_2 \equiv M_2 = 2, C_2 = 0$

Предположим, что лидер движется по закону:

$$x_{N+1} = f(t) \equiv t \quad (2.8)$$

Тогда

$$0 \leq \max(\dot{x}_{N+1}) = 1 \leq 2 ;$$

$$\max|\ddot{x}_{N+1}| = 0 .$$

### 2.3.1 Задача "Линейный тандем" (лидер и ведомый)

Найдём закон по которому движется ведомый.

$$\dot{x}_N + x_N = x_{N+1} - 1 = t - 1;$$

$$x_N = a_N t + b_N + c_N e^{-t};$$

$$a_N - c_N e^{-t} + a_N t + b_N + c_N e^{-t} = a_N t + (a_N + b_N) \equiv t - 1;$$

$$a_N = 1; a_N + b_N = -1; b_N = -2;$$

Таким образом,

$$x_N = t - 2 + c_N e^{-t} \quad (2.9)$$

Рассмотрим начальные условия и проиллюстрируем их:

а)  $x_N(0) = -2 \implies c_N = 0$ , тогда  $x_N = t - 2 \implies \dot{x}_N = 1$ .

$$0 < \max(\dot{x}_N) = 1 \leq 2$$

$$\max|\ddot{x}_N| = 0$$

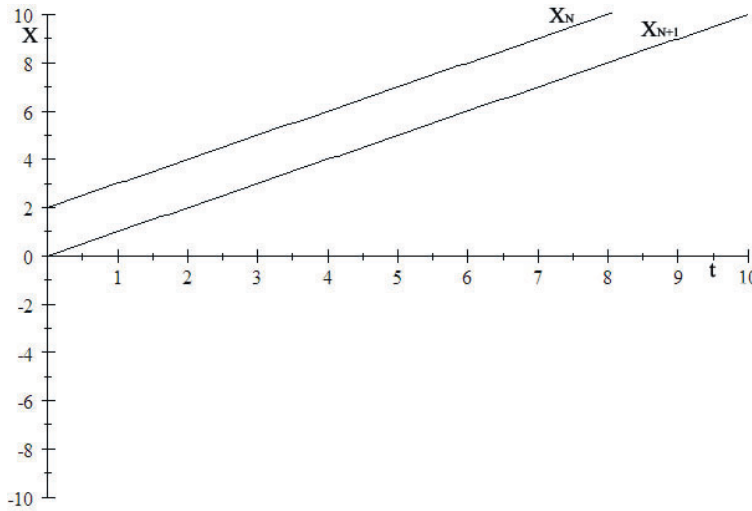


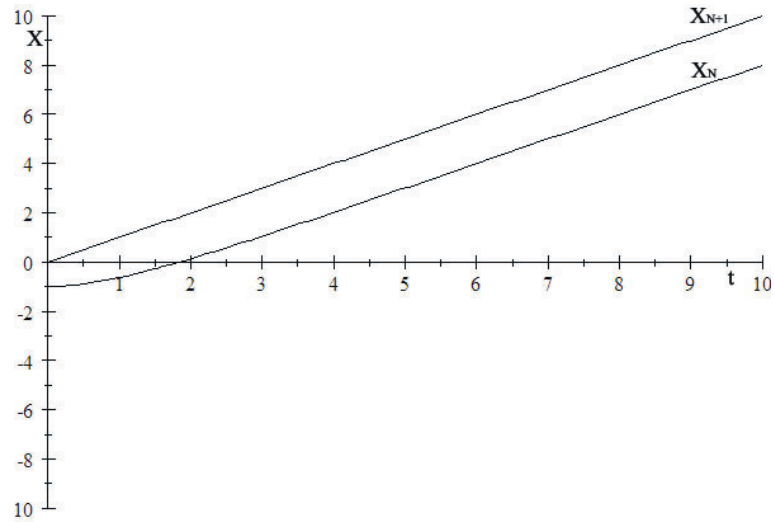
Рис. 41: Равномерное движение лидера и ведомого,  $(x_N(0) = -2)$

Следовательно, при заданном начальном условии ведомый изначально равномерно перемещается за лидером.

б)  $x_N(0) = -1 \implies c_N = 1$ , тогда  $x_N = t - 2 + e^{-t} \implies \dot{x}_N = 1 - e^{-t} \implies \ddot{x}_N = e^{-t}$ .

$$0 < \max(\dot{x}_N) = 1 - e^{-t} \leq 2, t > 0;$$

$$\max|\ddot{x}_N| = e^{-t} \leq 2, t > 0.$$

Рис. 42: Движение лидера и ведомого,  $(x_N(0) = -1)$ 

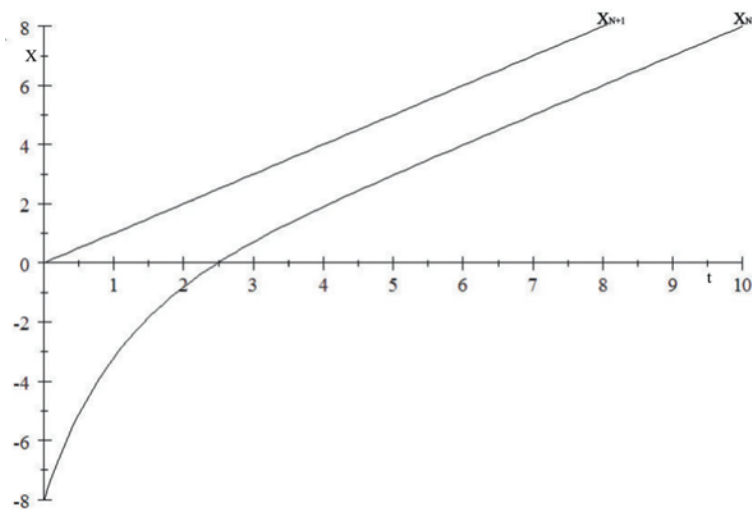
На рисунке 42 отображены функции по которым движется  $x_{N+1}$  и  $x_N$ . Функция  $x_N$ , так же как и функция  $x_{N+1}$ , удовлетворяет наложенным условиям, и такое движение будет тотально связным.

$$\text{в) } x_N(0) = -8 \implies c_N = -6, \text{ тогда } x_N = t - 2 - 6e^{-t} \implies \dot{x}_N = 1 + 6e^{-t} \implies \ddot{x}_N = -6e^{-t}$$

$$0 < \max(\dot{x}_N) = 1 + 6e^{-t} \leq 2, \text{ при } t \in [\ln 6; \infty)$$

$$\max|\ddot{x}_N| = |-6e^{-t}| \leq 2, \text{ при } t \in [\ln 3; \infty)$$

В данном случае условие 2.5 выполняется не на всей числовой прямой. Это значит, что движение остаётся связным при  $t \in [\ln 6; \infty)$ .

Рис. 43: Движение лидера и ведомого,  $x_N(0) = -8$

### 2.3.2 Задача "Тройка"

$$\dot{x}_{N-1} + x_{N-1} = x_N - 1 = t - 3 + c_N e^{-t};$$

$$x_{N-1} = a_{N-1}t + b_{N-1} + c_{N-1}e^{-t} + d_{N-1}te^{-t};$$

$$\begin{aligned} a_{N-1} - c_{N-1}e^{-t} + d_{N-1}e^{-t} - d_{N-1}te^{-t} + a_{N-1}t + b_{N-1} + c_{N-1}e^{-t} + d_{N-1}te^{-t} = \\ = (a_{N-1} + b_{N-1}) + a_{N-1}t + d_{N-1}e^{-t} = t - 3 + c_N e^{-t}; \end{aligned}$$

$$a_{N-1} = 1; a_{N-1} + b_{N-1} = -3; c_N = d_{N-1};$$

Следовательно,

$$x_{N-1} = t - 4 + c_{N-1}e^{-t} + c_N t e^{-t} \quad (2.10)$$

Рассмотрим начальные условия и проиллюстрируем их:

а)  $x_N(0) = -1, x_{N-1}(0) = -2 \implies c_N = 1, c_{N-1} = -2$ , тогда  $x_N = t - 2 + e^{-t}, x_{N-1} = t - 4 + 2e^{-t} + te^{-t}$

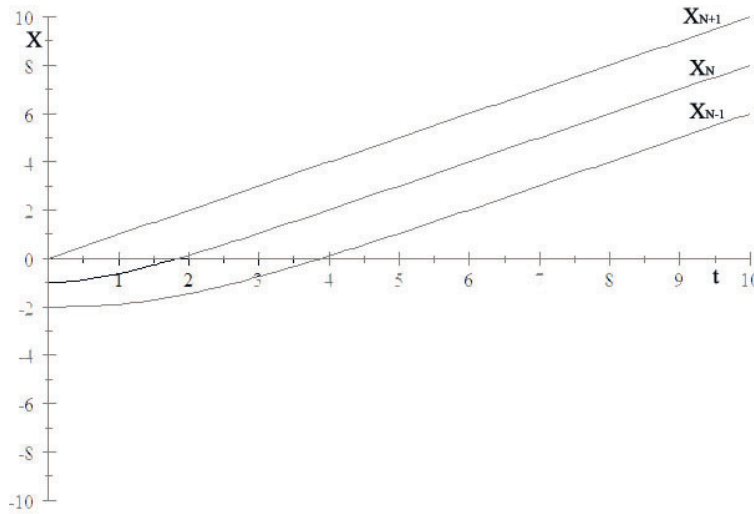


Рис. 44: Движение трех частиц,  $(x_N(0) = -1, x_{N-1}(0) = -2)$

б)  $x_N(0) = -8, x_{N-1}(0) = -10 \implies c_N = -6, c_{N-1} = -6$ , тогда  $x_N = t - 2 - 6e^{-t}, x_{N-1} = t - 4 - 6e^{-t} - 6te^{-t}$

Как видно на графиках второй и третий автомобиль сначала проявляют неустойчивость, но после определённого момента времени система настраивается и движение становится тотально-связным.

Получим оценку параметров  $M_1, M_2$  ограничивающих скорость и производную, т.е. найти интервал в котором все звенья цепочки будут удовлетворять ограничениям. Будем рассматривать случай когда все частицы однородные.



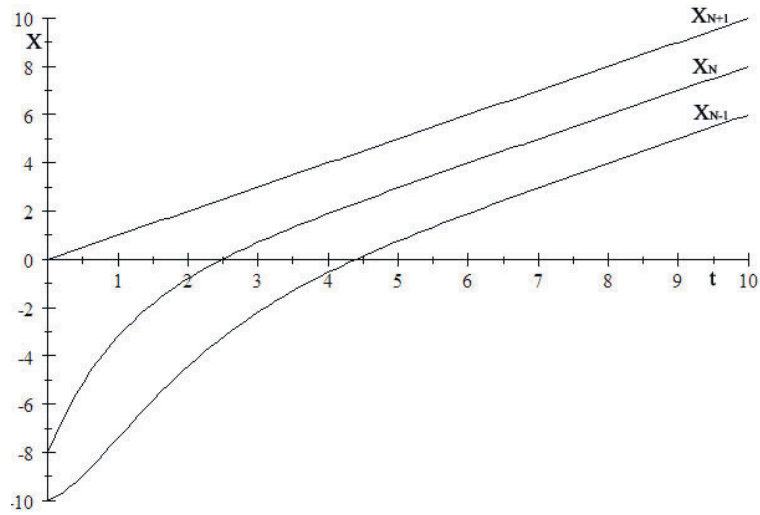


Рис. 45: Движение трех частиц,  $(x_N(0) = -8, x_{N-1}(0) = -10)$

Рассмотрим случай когда лидер движется по равномерному закону:

$$x_{N+1}(t) \equiv t$$

Произведём расстановку частиц цепочки в начальный момент времени, т.е. зададим начальные условия:

$$x_{n+1}(0) = 0, \quad x_n(0) = -1, \quad x_{n-1}(0) = -2, \quad x_{n-2}(0) = -3, \quad x_{n-3}(0) = -4 \dots$$

Рассмотрим движение второй частицы:

$$x_{n+1} - x_n = \dot{x}_n$$

Для нахождения правила по которому будет двигаться вторая частица решим это дифференциальное уравнение.

Получим:

$$x_n = t - 1 + C_1 e^{-t}$$

Учитывая начальные условия:  $C_1 = 0$

$$x_n = t - 1$$

$$\dot{x}_n = t - t + 1 = 1$$

$$\ddot{x}_n = 0$$

$$\begin{cases} 0 \leq 1 \leq M_1 \\ 0 \leq M_2 \end{cases} \quad (2.11)$$

Данное система неравенств выполняется для любых  $M_1, M_2$ .

Рассмотрим движение третьей частицы:

$$\begin{aligned}x_n - x_{n-1} &= \dot{x}_{n-1} \\x_{n-1} &= t - 2 + C_2 e^{-t}\end{aligned}$$

Учитывая начальные условия примем  $C_2 = 0$

$$\begin{aligned}x_{n-1} &= t - 2 \\ \dot{x}_{n-1} &= t - 1 - t + 2 = 1 \\ \ddot{x}_{n-1} &= 1 - 1 = 0 \\ \begin{cases} 0 \leq 1 \leq M_1 \\ 0 \leq M_2 \end{cases} & \end{aligned} \quad (2.12)$$

Данное система неравенств выполняется для любых  $M_1, M_2$ .

При таких начальных условиях, т.е. при такой расстановки частиц в нулевой момент времени, мы получим общее решение задачи:

$$x_k(t) = t - (n + 1 - k), k = 1, 2, \dots \quad (2.13)$$

Можно утверждать, что при равномерной расстановки частиц в начальный момент времени каждая частица цепочки будет удовлетворять ограничениям на скорость и ускорение для любых  $M_1, M_2$ .

Теперь рассмотрим случай с другими начальными условиями, когда частицы расставлены неравномерно:

$$x_{n+1}(0) = -1, \quad x_n(0) = -4, \quad x_{n-1}(0) = -5, \quad x_{n-2}(0) = -7, \quad x_{n-3}(0) = -10 \dots$$

Рассмотрим движение второй частицы:

$$x_{n+1} - x_n = \dot{x}_n$$

Получаем

$$x_n = t - 1 + C_1 e^{-t}$$

Учитывая начальные условия:  $C_1 = -3$

$$x_n = t - 1 - 3e^{-t}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_n &= t - t + 1 + 3e^{-t} = 1 + 3e^{-t} \\ \ddot{x}_n &= 1 - 1 - 3e^{-t} = 3e^{-t} \\ \begin{cases} 0 \leq 1 + 3e^{-t} \leq M_1 \\ 3e^{-t} \leq M_2 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.14)$$

В двойном неравенстве левое неравенство выполняется всегда, так как  $1+3e^{-t} > 0$ . Рассмотрим графики функций скорости и ускорений.

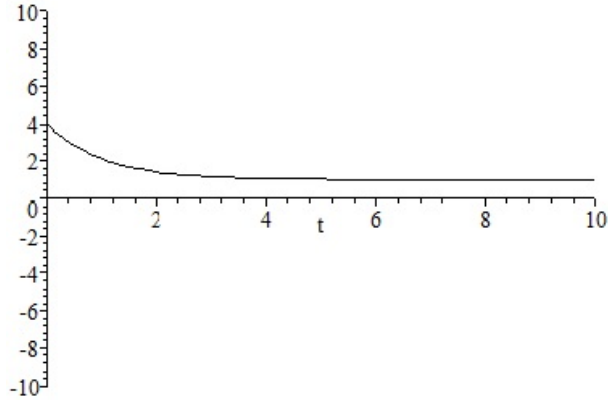


Рис. 46: Скорость второй частицы

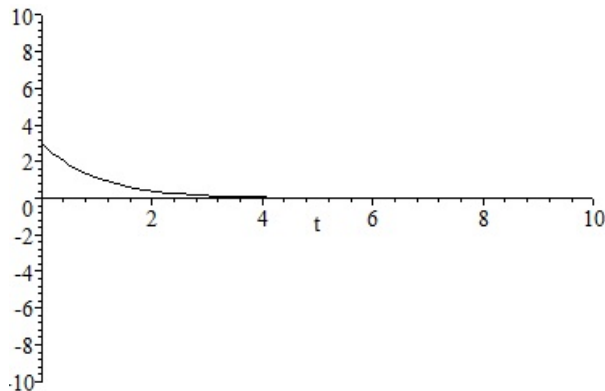


Рис. 47: Ускорение второй частицы

Как видно из графиков вторая частица будет удовлетворять ограничениям при  $M_1 > 4$ ,  $M_2 > 3$

Рассмотрим движение третьей частицы:

$$\begin{aligned} x_n - x_{n-1} &= \dot{x}_{n-1} \\ x_{n-1} &= t - 2 - 3e^{-t}t + C_2e^{-t} \end{aligned}$$

Учитывая начальные условия:  $C_2 = -3$

$$x_{n-1} = t - 2 - 3e^{-t}t - 3e^{-t}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{n-1} &= 1 + 3e^{-t} \\ \ddot{x}_{n-1} &= 1 + 3e^{-t} - 1 - 3e^{-t}t = 3e^{-t} - 3e^{-t}t \\ &\begin{cases} 0 \leq 1 + 3e^{-t} \leq M_1 \\ |3e^{-t} - 3e^{-t}t| \leq M_2 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Рассмотрим на графиках решение полученной системы.

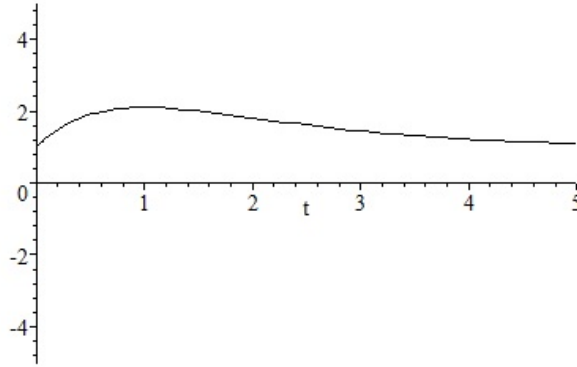


Рис. 48: Скорость третьей частицы

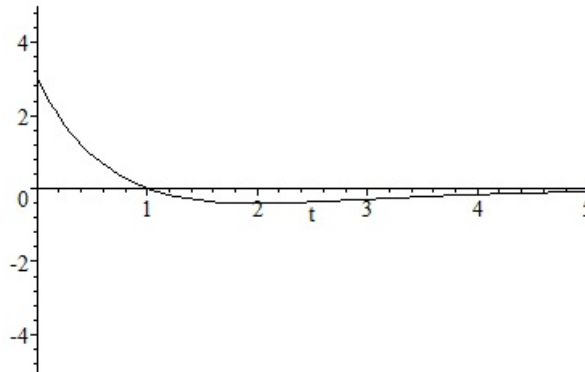


Рис. 49: Ускорение третьей частицы

Как видно из графиков для того чтобы ограничение на скорость и ускорение выполнялось, необходимо чтобы  $M_1 > 2$ ,  $M_2 > 3$ . Учитывая ограничения полученные выше, можно утверждать, что движение цепочки из трёх звеньев при заданных начальных и граничных условиях будет существовать и будет являться тотально-связным если  $M_1 > 4$ ,  $M_2 > 3$ .

Рассмотрим движение четвёртой частицы:

$$\begin{aligned} x_{n-1} - x_{n-2} &= \dot{x}_{n-2} \\ x_{n-1} &= t - 3 - \frac{3}{2}e^{-t}t^2 - 3e^{-t}t + e^{-t}C_3 \end{aligned}$$

Учитывая начальные условия:  $C_3 = -4$

$$x_{n-2} = t - 3 - \frac{3}{2}e^{-t}t^2 - 3e^{-t}t - 4e^{-t}$$

$$\dot{x}_{n-2} = t - 2 - 3e^{-t}t - 3e^{-t} - t - 3 - \frac{3}{2}e^{-t}t^2 - 3e^{-t}t - 4e^{-t} = -5 - 6e^{-t}t - 7e^{-t} - \frac{3}{2}e^{-t}t^2$$

$$\ddot{x}_{n-2} = 1 + 3e^{-t} + 5 + 6e^{-t}t + 7e^{-t} + \frac{3}{2}e^{-t}t^2$$

$$\begin{cases} 0 \leq -5 - 6e^{-t}t - 7e^{-t} - \frac{3}{2}e^{-t}t^2 \\ |1 + 3e^{-t} + 5 + 6e^{-t}t + 7e^{-t} + \frac{3}{2}e^{-t}t^2| \leq M_2 \end{cases} \quad (2.16)$$

Для того чтобы ограничение на скорость и ускорение выполнялось, необходимо чтобы  $M_1 > 0$ ,  $M_2 > 16$ . Цепочка из четырёх звеньев будет существовать при  $M_1 > 4$ ,  $M_2 > 16$ .

## 2.4 Квадратичный динамический габарит в модели "Следования за лидером"

Рассмотрим случай, когда  $C_0 = C_1 = C_2 = 1$  Предположим, что траектория ведущего  $x_{n+1}(t)$  известна

$$x_{n+1}(t) = r(t). \quad (2.17)$$

Кроме того, в начальный момент  $t = t_0$  известна координата  $x_n(t_0) = x_n^*(t_0)$ ,

$$x_{n+1}(t_0) > x_n(t_0) = x_n^*(t_0).$$

Следовательно, движение  $x_n(t)$  будет определяться из задачи Коши

$$r(t) - x_n(t) = \dot{x}_n^2(t) + \dot{x}_n(t) + 1 \quad (2.18)$$

с начальным условием

$$x_n(t_0) = x_n^*(t_0). \quad (2.19)$$

### 2.4.1 Редукция задачи

Пусть  $x_n(t)$  и  $x_{n+1}(t)$  - траектории ведомого и ведущего соответственно. Тогда

$$\dot{x}_n^2 + \dot{x}_n - (x_{n+1} - x_n - 1) \leq 0, \quad (2.20)$$

с учетом граничных условий

$$0 \leq \dot{x}_n \leq \frac{-1 + \sqrt{1 + 4(x_{n+1} - x_n - 1)}}{2}. \quad (2.21)$$

Положим

$$y_n = x_{n+1} - x_n - 1.$$

Тогда

$$\dot{y}_n = \dot{x}_{n+1} - \dot{x}_n = \dot{r}(t) - \dot{x}_n \geq \dot{r}(t) - \frac{-1 + \sqrt{1 + 4y_n}}{2},$$

откуда из (2.21) получаем эквивалентное (2.20)

$$\dot{r}(t) \geq \dot{y}_n \geq \dot{r}(t) - \frac{-1 + \sqrt{1 + 4y_n}}{2}, \quad (2.22)$$

$$M_1 + M_1^2 \geq y_n \geq 0. \quad (2.23)$$

*Решение  $x_n$  (2.18)-(2.19), удовлетворяющее граничным условиям, не убывает на области своего существования.*

Если в какой-то момент времени  $x_n$  меняет знак с плюса на минус то  $\dot{x}_n^2(t) + \dot{x}_n(t) + 1$  убывает, с другой стороны  $r(t) - x_n(t)$  возрастает, так как  $r(t)$  возрастает и  $x_n(t)$  убывает. Значит, 2.18 не может быть выполнено.

*Если в какой - либо точке  $t_*$  справедливо  $\dot{x}_n(t_*) > M_1$ , то  $\dot{x}_n(t)$  монотонно возрастает при  $t > t_*$ .*

Если  $\dot{x}_n(t)$  имеет локальный экстремум, то в силу  $x_{n+1} = x_n + \dot{x}_n^2 + \dot{x}_n + 1$  получаем

$$\dot{x}_{n+1} = \dot{x}_n + \ddot{x}_n(2\dot{x}_n + 1),$$

откуда

$$\ddot{x}_n = \frac{\dot{x}_{n+1} - \dot{x}_n}{2\dot{x}_n + 1}.$$

Значит

$$|\ddot{x}_n| \leq \frac{|\dot{x}_{n+1} - \dot{x}_n|}{2|\dot{x}_n| + 1} \leq \frac{M_1}{2 \times 0 + 1} = M_1. \quad (2.24)$$

Таким образом, если  $\dot{x}_n(t_*) > M_1$ , то в окрестности этой точки  $\dot{x}_n(t_*)$  монотонна. Однако исходная задача (2.18-2.19) предполагает, что  $\dot{x}_n(t_0) < M_1$ , поэтому существует точка  $t_*$ , в которой  $\dot{x}_n(t_*) > M_1$  и  $\dot{x}_n(t)$  возрастает.

Решение  $x_n(t)$  продолжается на полупрямую и  $0 \leq \dot{x}_n(t_0) \leq M_1$ .

Если начиная с некоторого  $t_*$  справедливо  $\dot{x}_n(t) > M_1$  и  $\dot{x}_n(t)$  монотонно возрастает, то  $\dot{x}_{n+1}(t) - \dot{x}_n(t) < -\varepsilon$  и левая часть 2.18 при возрастании  $t$  становится отрицательной, что невозможно.

Если  $M_1 \leq M_2$ , то существует связная движущаяся цепочка произвольной конечной длины при допустимом поведении ведущего.

Поскольку

$$\ddot{x}_n = \frac{\dot{x}_{n+1} - \dot{x}_n}{2\dot{x}_n + 1},$$

то с учетом положительности  $\dot{x}_{n+1}$ ,  $\dot{x}_n$  получаем  $\ddot{x}_n \leq M_1 \leq M_2$ . Остальное следует по индукции.

#### 2.4.2 Произвольное движение лидера

Перейдем к общему случаю тотально-связного тандема

$$\dot{y}_n = \dot{r}(t) - \frac{-1 + \sqrt{1 + 4y_n}}{2}. \quad (2.25)$$

Если положить

$$z = \sqrt{1 + 4y_n}, \quad (2.26)$$

то  $y_n = (z^2 - 1)/4$ ,

$$\frac{z\dot{z}}{2} = \dot{r}(t) - \frac{-1 + z}{2} = \frac{2\dot{r} + 1}{2} - \frac{z}{2},$$

т.е.

$$\dot{z}z = (2\dot{r} + 1) - z,$$

или

$$\dot{z} = -1 + \frac{2\dot{r} + 1}{z}.$$

Поскольку  $0 \leq \dot{r} \leq M_1$ , то

$$-1 + \frac{1}{z} \leq \dot{z} \leq -1 + \frac{2M_1 + 1}{z}. \quad (2.27)$$

Из (2.27) следует, что

$$F_1(t) \leq z \leq F_2(t),$$

где  $F_1(t)$  - решение задачи Коши

$$\begin{cases} \dot{z} = -1 + \frac{1}{z} \\ z(t_0) = z_0 \end{cases}$$

и для  $F_2(t)$  — соответственно

$$\begin{cases} \dot{z} = -1 + \frac{2M_1+1}{z} \\ z(t_0) = z_0. \end{cases}$$

При этом

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} F_1 = 1 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} F_2 = M_1 + 1. \end{cases}$$

*Критерий существования тандема.*

Поскольку

$$0 < \dot{x}_n = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4(x_{n+1} - x_n - 1)}}{2} \leq M_1,$$

то

$$1 + 4(x_{n+1} - x_n - 1) \leq (2M_1 + 1)^2,$$

что в свою очередь равносильно

$$0 \leq x_{n+1} - x_n \leq M_1^2 + M_1 + 1.$$

Таким образом, *ограничение на скорость ведомого равносильно ограничению на расстояние между ведомым и ведущим.*

Далее, из соотношения  $x_{n+1} = x_n + \dot{x}_n^2 + \dot{x}_n + 1$  следует

$$\dot{x}_{n+1} = \dot{x}_n + \ddot{x}_n(2\dot{x}_n + 1),$$

откуда

$$\begin{cases} \ddot{x}_n = \frac{\dot{x}_{n+1} - \dot{x}_n}{2\dot{x}_n + 1} \\ \dot{x}_n > 0, \dot{x}_{n+1} > 0 \end{cases}$$

Значит

$$-M_2 \leq \frac{\dot{x}_{n+1} - \dot{x}_n}{2\dot{x}_n + 1} \leq M_2$$

$\Leftrightarrow$



$$-M_2(2\dot{x}_n + 1) + \dot{x}_n \leq \dot{x}_{n+1} \leq M_2(2\dot{x}_n + 1) + \dot{x}_n$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \dot{x}_{n+1} \leq (2M_2 + 1)\dot{x}_n + M_2 \\ \dot{x}_{n+1} \geq (-2M_2 + 1)\dot{x}_n - M_2 \end{cases} \quad (2.28)$$

В зависимости от знака  $(-2M_2 + 1)$  получаем эквивалентную (2.28) систему

(а) если  $(-2M_2 + 1) > 0$ , то

$$\max\left(\frac{\dot{x}_{n+1} - M_2}{2M_2 + 1}, 0\right) \leq \dot{x}_n \leq \min\left(\frac{\dot{x}_{n+1} + M_2}{-2M_2 + 1}, M_1\right);$$

(б) если  $(-2M_2 + 1) < 0$ , то

$$M_1 \geq \dot{x}_n \geq \max\left(0, \frac{\dot{x}_{n+1} - M_2}{2M_2 + 1}, \frac{-\dot{x}_{n+1} - M_2}{2M_2 - 1}\right).$$

Модель "Следования за лидером" сводится к системе дифференциальных уравнений:

$$\dot{x}_{n+1} - \dot{x}_n = f(\dot{x}_n).$$

где  $x_n(t)$  координаты частиц,

$$x_n(t) < x_{n+1}(t), n = 1, 2, \dots$$

Функция  $f$ , из условия  $x > 0$ , непрерывная с несколькими последовательными производными, положительная, монотонная и выпуклая. Для упрощения примем

$$f(0) = 1.$$

Пусть  $g$  - это функция, обратная функции  $f$ . Тогда система дифференциальных уравнений имеет вид

$$\dot{x}_n = g(x_{n+1} - x_n), n = 1, \dots, N - 1.$$

### 2.4.3 Обобщённая модель "Следования за лидером"

Рассматривается система обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)

$$\dot{x}_n = g(x_{n+1} - x_n), n = 1, 2, \dots, N - 1, \quad (2.29)$$

где

$$\text{supp}(g) = [1, \infty), \quad (2.30)$$

$$g(1) = 0, \quad (2.31)$$

$g$  достаточное число раз дифференцируема и,

$$g'(x) > 0, \quad \forall x \geq 1, \quad (2.32)$$

$$g''(x) \leq 0, \quad \forall x \geq 1. \quad (2.33)$$

Пусть заданы начальные условия

$$x_1(0) = x_{1,0}, x_2(0) = x_{2,0}, \dots, x_{N-1}(0) = x_{N-1,0}$$

такие , что

$$x_{n+1,0} - x_{n,0} > 1, n = 1, \dots, N - 1, \quad (2.34)$$

и граничное условие

$$x_N(t) = r(t) \quad \forall t \geq 0. \quad (2.35)$$

Задача (2.29)-(2.35) относится к моделям следования за лидером. Относительно функции  $r(t)$  предположим следующее:

- (1)  $\dot{r}(t)$  абсолютно непрерывна при  $t \geq 0$ ;
- (2) ограничение по скорости

$$0 \leq \dot{r}(t) \leq M_1, \quad \forall t \geq 0; \quad (2.36)$$

и

- (3) ограничение по ускорению

$$|\ddot{r}(t)| \leq M_2, \quad \forall t \geq 0. \quad (2.37)$$

Условия (2.36)-(2.37) задают соболевский класс функций, [59]

$$h(t) \in W_{\infty}^1(R_+) = \{h \in L_{\infty}(R_+), \dot{h} \in L_{\infty}^0(R_+)\},$$

где

$$h(t) = \dot{r}(t) - M_1/2,$$

[46]. Основная цель - исследовать поведение и качественные свойства кластера функций  $\{x_n\}_{n=1}^{N-1}$ , следующих за лидером  $x_N(t)$ .

#### 2.4.4 Частный случай $N = 2$ .

Имеем уравнение

$$\dot{x} = g(r - x). \quad (2.38)$$

Установим, что если  $x$  - решение (2.38), (2.34)-(2.34), то  $\dot{x} > 0 \quad \forall t > 0$ .

Если  $\dot{x} \rightarrow 0$ , то  $g(r - x) \rightarrow 0$ , что эквивалентно  $r - x \rightarrow 1 + 0$ . Если в какой-то момент времени  $T$  справедливо  $r(T) - x(T) = 1$ , то  $\dot{x}(T) = 0$  и

$$\ddot{x}(T) = g'(1)(\dot{r}(T) - \dot{x}(T)),$$

откуда  $\ddot{x}(T) = g'(1)\dot{r}(T) > 0$ , что противоречит (2.33). Таким образом,  $r(t) - x(t) - 1$  не может обратиться в нуль за конечное время.

Установим, что справедливо соотношение

$$\max(\dot{x}_{C(R_+)}) \leq \max(\dot{r}_{C(R_+)}, \dot{x}(0)). \quad (2.39)$$

Из (2.38) следует, что

$$\ddot{x} = g' \times (\dot{r} - \dot{x}). \quad (2.40)$$

Предположим, что  $\dot{x}$  достигает локального максимума в некоторой точке  $t_0$ . Тогда  $\ddot{x}(t_0) = 0$ , откуда из (2.40)

$$\dot{r}(t_0) = \dot{x}(t_0). \quad (2.41)$$

Если  $\dot{x}$  монотонно возрастает на  $R_+$ , то из (2.38)  $(r - x)(t)$  монотонно возрастает, откуда следует  $\dot{r}(t) - \dot{x}(t) \geq 0$ , т.е.

$$\dot{r}(t) \geq \dot{x}(t) \geq 0. \quad (2.42)$$

Аналогично, если  $\dot{x}$  монотонно убывает, то  $\dot{r} - \dot{x} \leq 0$ , и

$$0 \leq \dot{x}(t) \leq \dot{x}(0). \quad (2.43)$$

Обоснование следует из (2.41)-(2.43).

*Покажем, что справедливо*

$$\max(\ddot{x}_{C(R+)}) \leq \max(\ddot{r}_{C(R+)}, \dot{g}(1)\max(\dot{r}_{C(R+)}, \dot{g}(1)g(r(0) - x(0))). \quad (2.44)$$

Из (2.40) получаем

$$\ddot{x} = g'' \times (\dot{r} - \dot{x})^2 + g' \times (\ddot{r} - \ddot{x}). \quad (19)$$

Поскольку  $g' > 0$  и  $g'' < 0$  для допустимых значений аргументов, то

$$\ddot{x} = 0 \iff \ddot{r} - \ddot{x} \geq 0,$$

откуда следует, что

$$\ddot{x}(t) \leq \ddot{r}(t) \quad (2.45)$$

в тех точках  $t$ , в которых  $\ddot{x}(t)$  имеет локальный экстремум. С другой стороны из (2.40) следует, что

$$|\ddot{x}(t)| \leq |\dot{g}(r(t) - x(t))| |\dot{r} - \dot{x}|,$$

откуда, учитывая 2.39 и монотонное убывание  $\dot{g}$ , получаем

$$|\ddot{x}(t)| \leq |\dot{g}(1)| \max(\dot{r}_{C(R+)}, \dot{x}(0)). \quad (2.46)$$

Обоснование следует из (2.45) и (2.46).

*Предположим, что*

$$g(r(0) - x(0)) \leq \max(\dot{r}_{C(R+)}, \dot{x}(0)), \quad (2.47)$$

*и*

$$\max(\dot{g}(1)\max(\dot{r}_{C(R+)}, \dot{g}(1)g(r(0) - x(0))), \dot{g}(1)g(r(0) - x(0))) \leq \max(\ddot{r}_{C(R+)}). \quad (2.48)$$

*Тогда справедливы следующие соотношения*

$$\max(\dot{x}_{C(R+)}) \leq \max(\dot{r}_{C(R+)}, \dot{x}(0)), \quad (2.49)$$

$$\max(\ddot{x}_{C(R+)}) \leq \max(\ddot{r}_{C(R+)}). \quad (2.50)$$

Следует из вышеприведенных утверждений.

Решение  $x(t)$  задачи (2.29) - (2.37) с условиями (2.47)-(2.48) при  $N = 2$  существует и принадлежит тому же множеству функций (2.36-11k, что и лидерская функция  $r(t)$ .

### 2.4.5 Цепочка длины $N$ в модели "Следования за лидером"

Применяя очевидные соображения индукции можно утверждать, что

*Решение задачи (2.29)-(2.37 с условиями*

$$g(x_{n+1}(0) - x_n(0)) \leq \max(\dot{x}_{n+1}), \quad (2.51)$$

$$\max(\dot{x}_{n+1}(1))\max(\dot{x}_{n+1}), \dot{x}_{n+1}(1)g(x_{n+1}(0) - x_n(0)) \leq \max(\ddot{x}_{n+1}), \quad (2.52)$$

$n = 1, \dots, N - 1$  существует для любого натурального  $N$ . При этом все звенья являются бесконечно дифференцируемыми функциями, если функции  $g$  и  $r$  являются таковыми.

Рассмотрим теперь некоторые конкретные формы поведения лидера. Предположим, что начиная с некоторого времени  $t_0$

$$r(t) = r(t_0) + M_1(t - t_0), \quad t \geq t_0 \geq 0. \quad (2.53)$$

Тогда при  $t > t_0$

$$\ddot{x}_{N-1}(t) = g' \times (\dot{r}(t) - \dot{x}_{N-1}(t)) = f' \times (M_1 - \dot{x}_{N-1}(t)).$$

Поскольку  $M_1 - \dot{x}_{N-1} \geq 0$ , то  $\ddot{x}_{N-1} > 0$ ,  $\dot{x}_{N-1}$  монотонно возрастает и ограничена константой  $M_1$ , т.е.  $\dot{x}_{N-1} \rightarrow M_1$ ,  $x_{N-1} \rightarrow M_1(t - t_0) + C$  сверху. Таким образом, режим движения ведомого также сходится к равномерному. В общем случае, если

$$r(t) = r(t_0) + M(t - t_0), \quad t \geq t_0, \quad (2.54)$$

где  $M$  — не обязательно максимальная константа, то

$$\ddot{x}_{N-1}(t) = (a - \dot{x}_{N-1})g'(Mt + M_0), \quad (2.55)$$

Из (30) следует, что если  $M > \dot{x}_{N-1}$ , то  $\dot{x}_{N-1}$  возрастает, а если  $M < \dot{x}_{N-1}$ , то  $\dot{x}_{N-1}$  убывает. Кроме того, из условия вогнутости  $g$  следует, что  $0 < g'(x) \leq g'(0)$ , откуда следует, что

$$|\dot{x}_{N-1} - M| \rightarrow 0$$

монотонно и из уравнения

$$r(t) - x_{N-1}(t) \rightarrow Const.$$

Распространяя рассуждение по индукции, получим

*Если в цепочке (2.29)-(2.35), (2.51)-(2.52) из  $N$  звеньев ведущий  $r(t)$  сходится к равномерному, то и последующие звенья сходятся к равномерному.*

В отличие от постановки (2.29)-(2.37) функция зависит от номера звена, т.е.

$$\dot{x}_n = g_n(x_{n+1} - x_n), n = 1, 2, \dots, N - 1, \quad (2.56)$$

Предположим, что  $k = 1, 2, N - 1$

$$g_k(x_{k+1}(0) - x_k(0)) \leq \max(\dot{x}_{k+1}), \quad (2.57)$$

и

$$\max(\dot{g}_k(1)\max(\dot{x}_{k+1}), \dot{g}_k(1)g_k(x_{k+1}(0) - x_k(0))) \leq \max(\ddot{x}_k). \quad (2.58)$$

Тогда справедливы следующие соотношения

$$\max(\dot{x}_k) \leq \max(\dot{x}_{k+1}), \quad (2.59)$$

$$\max(\ddot{x}_k) \leq \max(\ddot{x}_{k+1}). \quad (2.60)$$

*Решение задачи (2.29)-(2.37), (2.57)-(2.58) существует для любого натурального  $N$ . При этом все звенья являются бесконечно дифференцируемыми функциями, если функции  $g_k$ ,  $1 \leq k \leq N - 1$  и  $x_N$  являются таковыми.*

#### 2.4.6 Обобщение с случайными динамическими габаритами

Функции  $f_k$ ,  $k = 1, \dots, N$  представляют собой семейство функций, зависящих от конечного числа случайных параметров, например, линейные или квадратичные. В этом случае цепочки являются конечномерными случайными функциями, условия (2.54) - (2.55) вероятностными и достаточные условия существования связного движения справедливы с определенной вероятностью, которую и следует оценить.

## 2.5 Модель "Заднего привода"

$$\begin{cases} x_{n+1}(t) - x_n(t) = C_0 + C_1 \dot{x}_n(t) + C_2 \dot{x}_n^2(t) \\ 0 \leq \dot{x}_n \leq M_1, \forall n = 0, \dots, N, \forall t > 0 \\ |\ddot{x}_n| \leq M_2, \forall n = 0, \dots, N, \forall t > 0 \end{cases} \quad (2.61)$$

начальные условия

$$x_1(0) = x_1, \dots, x_n(0) = x_N. \quad (2.62)$$

Граничное условие (2.63) - модель "Заднего привода"

$$x_1(t) = f(t) \quad (2.63)$$

где задаётся функция  $f(t)$  движения последней частицы  $x_1$ . Модель (2.61)-(2.63) называется моделью "Заднего привода".

В работе исследованы основные вопросы: существование решения в задаче, устойчивость относительно механических параметров, т.е. коэффициентов  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  и ограничений  $M_1$ ,  $M_2$ . Если  $f(t)$  будет удовлетворять ограничениям, будут ли удовлетворять ограничениям траектории последующих частиц?

## 2.6 Линейный динамический габарит в модели "Заднего привода".

Предположим, что аутсайдер движется по гармоническому закону

$$x_1(t) = t + a \sin \omega t + b \cos \omega t \quad (2.64)$$

тогда

$$\dot{x}_1(t) = 1 + a\omega \cos \omega t - b\omega \sin \omega t \quad (2.65)$$

$$x_2(t) = t + 2 + (a - b\omega) \sin \omega t + (a\omega + b) \cos \omega t \quad (2.66)$$

и

$$\dot{x}_2(t) = 1 + (a - b\omega)\omega \cos \omega t - (a\omega + b)\omega \sin \omega t \quad (2.67)$$

Можно утверждать, что при движении аутайдера по гармоническому закону  $x_1(t) = t + a \sin \omega t + b \cos \omega t$ . Движение будет тотально связным для любого  $t$ , если  $a, b, \omega$  будут удовлетворять условиям:

$$(-b\omega)^2 + (a\omega)^2 \leq 1 \quad (2.68)$$

$$\omega^2(\omega^2 + 1)(a^2 + b^2) \leq 1 \quad (2.69)$$

1) Докажем (2.68):

Для того, чтобы движение было тотально связным, закон по которому движется  $x_1(t)$  должен удовлетворять (2.68), т.е.

$$\begin{aligned} 0 &\leq 1 + a\omega \cos \omega t - b\omega \sin \omega t \leq 2 \\ &-a\omega^2 \cos \omega t - b\omega^2 \sin \omega t \leq 2 \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} a\omega \cos \omega t - b\omega \sin \omega t &= \sqrt{(a\omega)^2 + (-b\omega)^2} \sin(\omega t + \varphi) \\ 0 &\leq 1 + \sqrt{(a\omega)^2 + (-b\omega)^2} \sin(\omega t + \varphi) \geq 2 \end{aligned}$$

Так как  $\sin(\omega t + \varphi) \leq 1$ , данное неравенство будет выполняться только при

$$(a\omega)^2 + (-b\omega)^2 \leq 1$$

При выполнении данного неравенства  $\ddot{x}_1(t) \leq 2$ . (2.68) доказано.

2) Доказательство () проводится аналогично пункту (1).

Таким образом, критерий монотонного движения - связной цепочки из  $(N+1)$  элемента, где управление осуществляется последним по ходу движения, состоит в следующем

$$\omega^2(\omega^2 + 1)^N(a^2 + b^2) \leq 1 \quad (2.70)$$

Значит максимальная длина монотонно перемещающейся цепочки определяется из условия

$$N = \left\lfloor \frac{\ln(\omega^2(a^2 + b^2))}{\ln(\omega^2 + 1)} \right\rfloor \quad (2.71)$$

С другой стороны

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &\leq 1 + \omega\sqrt{a^2 + b^2} \leq M_1 \\ \ddot{x}_1(t) &\leq \omega^2\sqrt{a^2 + b^2} \leq M_2 \end{aligned}$$

для  $N = 1$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2(t) &\leq 1 + \omega^2\sqrt{a^2 + b^2} \leq M_1 \\ \ddot{x}_2(t) &\leq \omega^3\sqrt{a^2 + b^2} \leq M_2 \end{aligned}$$



аналогично

$$\begin{cases} \dot{x}_N(t) \leq 1 + \omega^{N+1} \sqrt{a^2 + b^2} \leq M_1 \\ \ddot{x}_N(t) \leq \omega^{N+2} \sqrt{a^2 + b^2} \leq M_2 \end{cases} \quad (2.72)$$

Рассматривается движение монотонно движущейся цепочки частиц. Первая частица движется по гармоническому закону  $x_1(t) = t + a \sin \omega t + b \cos \omega t$ . Если  $\forall N \exists a, b, \omega$  такие, что выполняется неравенство  $\omega^2(\omega^2 + 1)^N(a^2 + b^2) \leq 1$ , то цепочка длины  $N$  существует.

Определим по какому закону движется третий.

$$x_3 = 1 + t + 2 + (a - b\omega) \sin \omega t + (a\omega + b) \cos \omega t + 1 + (a - b\omega)\omega \cos \omega t - (a\omega + b)\omega \sin \omega t$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 = 1 + (a - b\omega)\omega \cos \omega t - (a\omega + b)\omega \sin \omega t - (a - b\omega)\omega^2 \sin \omega t - (a\omega + b)\omega^2 \cos \omega t + (a - b\omega)^2 \omega^3 \cos \omega t - \\ - (a\omega + b)^2 \omega^3 \sin \omega t + (a - b\omega)^2 \omega^4 + (a\omega + b)^2 \omega^4 \end{aligned}$$

Получим условие:

$$\omega^2(a^2 + b^2)(1 + \omega^2)^2 \leq 1$$

Так как рассматривается связное движение по индукции получаем, что при выполнении условия

$$\omega^2(\omega^2 + 1)^N(a^2 + b^2) \leq 1$$

цепочка длины  $N$  существует.

Показано, что колебания с маленькой амплитудой и большой частотой в модели "Заднего привода" приводят к нарушению связности цепочки. В модели "Следования за лидером" подобные колебания не нарушают связность цепочки. Это принципиальная разница модели "Следования за лидером" от модели "Заднего привода".

## 2.7 Квадратичный динамический габарит в модели "Заднего привода"

Рассматривается задача

$$x_{n+1} - x_n = f(\dot{x}_n), \quad (2.73)$$

$n = 1, \dots, N - 1$ , где вместо условия (2.35) предполагается, что

$$x_1(t) = r(t) \quad \forall t \geq 0. \quad (2.74)$$

Из (2.73) следует, что

$$\dot{x}_{n+1}(t) = \dot{x}_n(t) + \ddot{x}_n f'(\dot{x}_n(t)), \quad (2.75)$$

$$\ddot{x}_{n+1}(t) = \ddot{x}_n(t) + \ddot{x}_n f'(\dot{x}_n(t)) + (\ddot{x}_n)^2 f''(\dot{x}_n(t)). \quad (2.76)$$

Предположим, что  $x_1(t) = r(t)$  — допустимый режим движения, удовлетворяющий (2.36)-(2.37). Если скоростной режим не является тотально ускоряющимся, т.е. монотонно возрастающее ускорение, что невозможно при условии ограниченности скорости, то наступит момент времени  $t^*$ , когда ускорение (замедление) имеет локальный (глобальный) максимум. Из (2.76) следует, что поскольку в этот момент времени  $\ddot{x}_n(t^*) = 0$ , то

$$\ddot{x}_{n+1}(t^*) > \ddot{x}_n(t^*). \quad (2.77)$$

Таким образом, если существует момент времени, когда ускорение  $x_n$  достигает максимально возможного значения, то из (2.75) следует, что  $x_{n+1}$  не удовлетворяет допустимым условиям.

Для решения задачи (2.29)-(2.74)-(2.37) справедливо

$$\max(\ddot{x}_k) < \max(\ddot{x}_{k+1}), \quad (2.78)$$

$k = 1, 2, \dots$ , что означает разрыв связного движения в том звене цепочки, где соответствующая норма ускорений достигает максимального значения.

## 2.8 Обобщённая модель "Заднего привода"

Известен закон движения ведомого. Ведущий обязан передвигаться в соответствии с динамическим габаритом

$$\begin{cases} x_{n+1}(t) = x_n(t) + 1 + \dot{x}_n(t) + \dot{x}_n^2(t); \\ 0 \leq \dot{x}_n \leq M_1 \leftrightarrow x_n \in W_\infty^1([0, M_1]); \\ |\ddot{x}_n| \leq M_2 \leftrightarrow x_n \in W_\infty^2(M_2). \end{cases} \quad (2.79)$$

Основной вопрос состоит в следующем: если  $x_n$  удовлетворяет (2.79), то будет ли этим ограничениям удовлетворять  $x_{n+1}$ ?

Ясно, что в такой общей постановке ответ отрицательный. Действительно, множество ломаных, графики которых принадлежат коридору от нуля до

$M_1$  и наклон не превосходит  $M_2$  при подстановке в (2.79) в качестве  $\dot{x}_n$  переходит в множество функций, среди которых не все имеют абсолютно непрерывную производную. Следовательно, для корректности рассматриваемой задачи необходимо потребовать, чтобы  $\ddot{x}_n$  была бы из класса  $W_\infty^1(M_3)$ .

Нетрудно видеть, что решение следующей задачи

$$\max(\dot{x}_{n+1}), x_n \in W_\infty^1(M_1) \cap W_\infty^2(M_2) \quad (2.80)$$

достигается на вышеупомянутых ломаных и значение равно

$$M_1 + M_2(2M_1 + 1).$$

Значит для корректности рассматриваемой задачи необходимо, чтобы

$$M_1^{(n+1)} \leq M_1^{(n)} + M_2^{(n)}(2M_1^{(n)} + 1), \quad (2.81)$$

где константы  $M_i^{(j)}$  определяют обобщенную задачу

$$\begin{cases} x_{n+1}(t) = x_n(t) + 1 + \dot{x}_n(t) + \dot{x}_n^2(t); \\ 0 \leq \dot{x}_n \leq M_1^{(n)}; \\ |\ddot{x}_n| \leq M_2^{(n)}. \end{cases} \quad (2.82)$$

В силу вышеупомянутого замечания будем рассматривать задачу (2.82) на множестве функций  $W_\infty^3(M_3^{(n)}) \cap W_\infty^2(M_2^{(n)}) \cap W_\infty^1([0, M_1^{(n)}])$ . Необходимо, чтобы  $\forall n$

$$0 \leq \dot{x}_{n+1} \leq M_1^{(n+1)}; \quad (2.83)$$

$$|\ddot{x}_{n+1}| \leq M_2^{(n+1)}. \quad (2.84)$$

**Ограничение на  $\dot{x}_{n+1}$ .**

Из (2.79) следует

$$\dot{x}_{n+1} = \dot{x}_n + \ddot{x}_n + 2\dot{x}_n\ddot{x}_n = \dot{x}_n + \ddot{x}_n(1 + 2\dot{x}_n),$$

откуда из ограничения на скорость

$$0 \leq \dot{x}_n + \ddot{x}_n(1 + 2\dot{x}_n) \leq M_1, \quad (2.85)$$

эквивалентно

$$-\frac{\dot{x}_n}{1 + 2\dot{x}_n} \leq \ddot{x}_n \leq \frac{M_1 - \dot{x}_n}{1 + 2\dot{x}_n}. \quad (2.86)$$

Таким образом, для того чтобы образ  $x_{n+1}$  отображения (2.79)

$$x_n \rightarrow x_{n+1}, \quad x_n \in W_\infty^1([0, M_1]) \cap W_\infty^2(M_2) \quad (2.87)$$

принадлежал  $W_\infty^1([0, M_1]) \cup W_\infty^2(M_2)$  необходимо, чтобы

$$\max \left( -M_2, \frac{-\dot{x}_n}{1 + 2\dot{x}_n} \right) \leq \ddot{x}_n \leq \min \left( M_2, \frac{M_1 - \dot{x}_n}{1 + 2\dot{x}_n} \right). \quad (2.88)$$

Ясно, что неравенство (2.88) выполнено далеко не всегда. Например, если

$$x_n(t) = t - \sin(t), \quad \dot{x}_n(t) = 1 - \cos(t), \quad \ddot{x}_n = \sin(t),$$

то неравенство

$$\sin(t) \geq \max \left( -M_2, \frac{\cos(t) - 1}{3 - 2\cos(t)} \right)$$

не выполняется при  $t = 3\pi/2$

$$-1 \geq \max \left( -M_2, \frac{-1}{3} \right) \geq -\frac{1}{3}.$$

**Ограничение на  $\ddot{x}_{n+1}$ .**

Поскольку

$$\ddot{x}_{n+1} = 2(\ddot{x}_n)^2 + \ddot{x}_n + \ddot{x}_n(1 + 2\dot{x}_n),$$

то пользуясь неравенством Колмогорова-Ландау для

$$x_n \in W_\infty^1(M_1/2) \cap W_\infty^3(M_3) M_1 \leq 0.5(M_1/2)^{0.5} M_3^{0.5}, \quad (2.89)$$

получаем

$$M_2^{(n+1)} \leq (M_1^{(n)} M_3^{(n)} + 0.5 \sqrt{M_1^{(n)} M_3^{(n)}} + M_3^{(n)}(1 + M_1^{(n)})). \quad (2.90)$$

## 2.9 Выводы

Во второй главе на основании результатов наблюдений полученных в первой главе разработаны и исследованы две математические модели, описывающие движение потока частиц с мотивированным поведением. Это модель "Следования за лидером" и модель "Заднего привода".

Даны понятия динамического габарита и тотально-связного движения.

Приведена классификация функций динамического габарита.

Аналитически получены условия существования тотально-связного движения.

Рассмотрены задачи динамики цепочки в зависимости от граничных условий и начальных условий.

1. Для моделей "Следования за лидером" и "Заднего привода" рассмотрены случаи линейного динамического габарита ( $C_2 = 0$ ), квадратичного динамического габарита ( $C_2 \neq 0$ ) и динамического габарита общего вида.

2. В линейном случае модели "Следования за лидером" рассмотрено движение цепочки частиц длины  $N$  при движении лидера близком к равномерному. Получены необходимые и достаточные условия существования тотально-связного режима движения для цепочки частиц.

3. Для квадратичной функции динамического габарита в модели "Следования за лидером" выявлена взаимосвязь между параметрами системы, при которых цепочка произвольной конечной длины существует с учётом допустимого поведения лидера. Получено, что ограничения на скорость ведомого равносильны ограничениям на расстояние между ведомым и ведущим.

4. В обобщённой задаче аналитически показано, что при движении лидера близком к равномерному и удовлетворяющем ограничениям, последующие звенья системы также будут стремиться к равномерному движению, а это означает, что движение цепочки будет тотально-связным. Частицы будут двигаться в безопасном режиме (не будут нарушать расстояния безопасности). Расстояние между частицами будет оптимальным, что обеспечивает оптимальную расстановку частиц.

5. Для линейной функции динамического габарита в модели "Заднего привода" получены достаточные условия существования цепочки длины  $N$ .

6. Принципиальная разница модели "Следования за лидером" от модели "Заднего привода" состоит в том, что при колебаниях с маленькой амплитудой и большой частотой, в модели "Заднего привода" проявляет неустойчивость, тогда как модель "Следования за лидером" устойчива.

Оценка параметров модели, проведённая в первой главе, и результаты аналитического исследования моделей "Следования за лидером" и "Заднего привода" являются фундаментом для построения системы управления цепочкой частиц с применением инфокоммуникационных технологий, обеспечивающей должный уровень безопасности и оптимизации. Реализации данной системы посвящена третья глава.

## Глава 3

# Реализация системы управления движением цепочки частиц на основе современных ИКТ

### 3.1 Введение

В настоящее время активно развиваются процессы передачи информации между сообществами, группами и отдельными людьми, постоянно совершенствуются средства связи. Быстрое распространение мобильных устройств не только решает задачу общения, но и позволяет использовать их во многих областях производственной деятельности.

Как было установлено в предыдущих главах - *динамический габарит* и *связное движение цепочки частиц* обеспечивает решение двух основных задач

- безопасность движения;
- эффективность.

Поэтому обеспечение этих свойств потока с использованием современных инфокоммуникационных средств является целью научных и технологических разработок.

Область применения данных разработок - частицы с мотивированным поведением, включает в себя очень широкий класс систем, в которых законы классической динамики являют пример мотивации. С другой стороны существуют множество биологических систем с фиксированными законами коллективного перемещения. Наконец, социально-технические системы представляют собой сочетание технических компонентов и поведения человека. Наиболее ярко это

проявляется в трафике и массовых мероприятиях, где безопасность и эффективность органично относятся к человеческим жизням.

## Постановка задачи

В первой главе исследованы методы автоматизации управления потоком частиц, мониторинга основных параметров и определение типа модели. Во второй главе проведена классификация и исследование качественных свойств, прежде всего, существование режима тотально-связного движения с заданными ограничениями и устойчивости. Наконец, цель третьей главы состоит в исследовании механизмов реализации потока по его модели.

Рассмотрим несколько задач.

*Задача А.* Движение пары частиц с заданным законом лидера и функцией динамического габарита.

*Задача В.* В качестве обобщения рассматривается движение цепочки из  $N + 1$  частицы.

*Задача С.* Движение цепочки с дополнительными ограничениями на режимы и динамические габариты. Прежде всего это касается многоканальных потоков с узким местом (многополосная дорога, стадион и т.д.)

## 3.2 Распределенная система мониторинга движения цепочки частиц

Рассматриваемая цепочка движущихся частиц расположена в реальном пространстве. Для мониторинга её состояния, т.е. определение реальных координат  $x_i(t)$  нужно, чтобы в каждой частице находилось устройство захвата данных. Поэтому создаваемая система должна быть распределённой.

Классическое определение распределённой вычислительной системы (РВС) принадлежит Э. Таненбауму, [58], [2002]: РВС – это набор соединенных каналами связи независимых компьютеров, которые с точки зрения пользователя некоторого программного обеспечения выглядят единым целым.

Распределенные системы строятся для решения ресурсоемких задач, распределяя нагрузку между ее участниками.



Важными моментами распределенной системы являются, *во – первых*, автономность каждого устройства, а, *во – вторых*, скрытость от пользователя различия между компьютерами и способами связи между ними, т.е. пользователи считают, что имеют дело с единой системой. Примерами распределенных систем может служить сеть рабочих станций в университете, информационная система, поддерживающая автоматическую обработку заказов.

Проблема состоит в том, что распределенные операционные системы не предназначены для управления набором независимых компьютеров, а сетевые операционные системы не дают представления одной согласованной системы. Для того, чтобы обеспечить масштабируемость, прозрачность и относительную простоту в использовании распределенных операционных систем, требуется создание программного обеспечения. Данная проблема решается при помощи программного обеспечения дополнительного уровня, которое позволяет более менее скрыть от пользователей разнородность набора аппаратных платформ и повысить прозрачность распределения.

Компонентами системы являются сервер, смартфоны и другие оконечные устройства. Данная сетевая архитектура предполагает возможность обработки информации в параллельно распределенном режиме, в частности на сервере. Основная цель состоит в том, чтобы обработать информацию и решить поставленную задачу в течение небольшого времени, т.е. в реальном (или квазиреальном) времени. Это связано с тем обстоятельством, что многие задачи могут быть корректно решены, если управление будет сопровождаться обратной связью соответствующего качества. *Таким образом, необходимо либо быстро обработать информацию на смартфоне, либо быстро переслать на более высокопроизводительный сервер и быстро получить готовый результат.*

Для обеспечения безопасного движения необходимо в каждый момент времени поддерживать расстояние безопасности. Однако в социально-технических системах возникают следующие трудности, *во-первых*, водитель оценивает расстояние субъективно, *во-вторых*, в силу человеческого фактора, водитель не может поддерживать расстояние безопасности в точности. Поэтому для решения этой задачи необходимо использовать инфокоммуникационные средства.

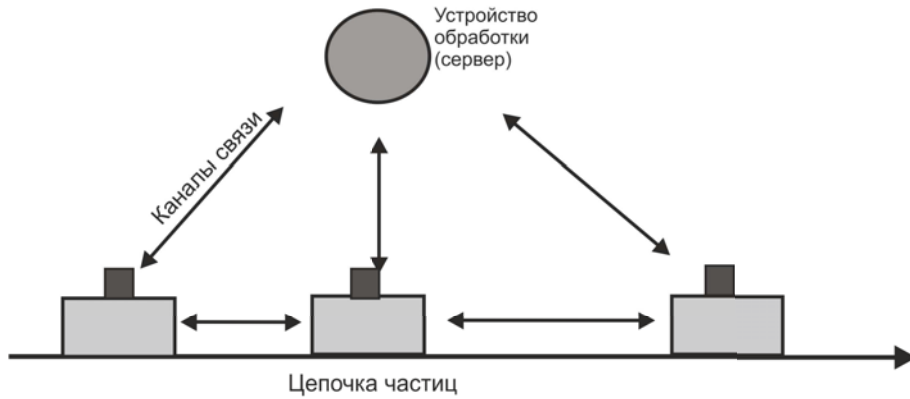


Рис. 50: Принципиальная схема интерактивного метода управления движением

### 3.3 Архитектура клиент-серверной распределённой системы

Распределенная система с оконечными устройствами в виде мобильных устройств построена по модели "Клиент-Сервер". Это мультикомпьютерная, коммутируемая распределенная сеть. Для обмена информацией и сбора данных используется один выделенный сервер. Передача информации осуществляется через сеть Интернет с применением различных технологий (GPRS, UMTS, Wi-Fi) и сред передачи данных (сотовые сети, беспроводные локальные сети). Данная модель выбрана из соображений экономичности, относительной простоты реализации и распространенности.

В базовой модели клиент-сервер процессы в распределённых системах делятся на две возможно перекрывающиеся группы. Процессы, реализующие некоторую службу, например службу файловой системы или базы данных, называют серверами. Процессы, запрашивающие службу у серверов путём посылки запроса и последующего ожидания ответа от сервера, называются клиентами. Взаимодействие клиента и сервера, известное также под названием режим работы запрос-ответ, иллюстрирует рисунок.

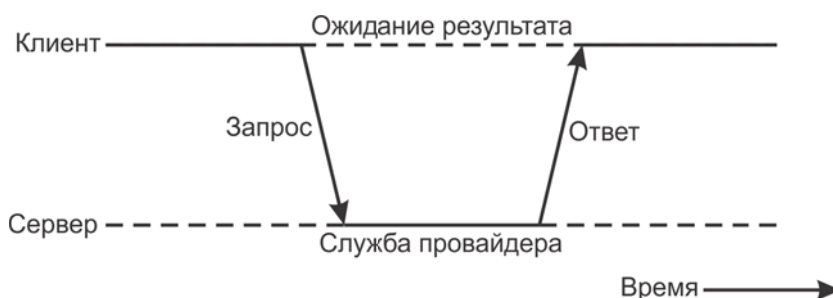


Рис. 51: Обобщённое взаимодействие между клиентом и сервером

Если базовая сеть надёжна, как локальные сети, взаимодействие между клиентом и сервером может быть реализовано посредством протокола, не требующего установления соединения. В этом случае клиент, запрашивая сервер, облакает свой запрос в форму сообщения с указанием в нём службы, которой он желает воспользоваться, и необходимых для этого исходных данных. Сообщение посылается серверу. Последний, в свою очередь, постоянно ожидает исходящего сообщения, получив его, обрабатывает, упаковывает результат обработки в ответное сообщение и отправляет его клиенту.

В качестве альтернативы во многих системах клиент-сервер используется надёжный протокол с установкой соединения. Хотя это решение в связи с его относительно низкой производительностью не походит для локальных сетей, они используются в глобальных системах, для которых надёжность является свойством соединений.

Разделение приложений по уровням:

1. уровень пользовательского интерфейса;
2. уровень обработки;
3. уровень данных.

### **Уровень пользовательского интерфейса**

Уровень пользовательского интерфейса обычно реализуется на клиентах. Этот уровень содержит программы, посредством которых пользователь может взаимодействовать с приложением.

Современные пользовательские интерфейсы более функциональны. Они поддерживают совместную работу приложений через единственное графическое окно и в ходе действий пользователя обеспечивают через это окно обмен данными.

### **Уровень обработки**

Многие приложения модели клиент-сервер построены из трёх различных частей:

1. занимается взаимодействием с пользователем;
2. отвечает за работу с базой данных или файловой системой;
3. реализует основную функциональность приложения.

Третья часть логически располагается на уровне обработки. В противоположность пользовательским интерфейсам или базам данных на уровне обработки трудно выделить закономерности.

### **Уровень данных**

Уровень данных в модели клиент-сервер содержит программы, которые предоставляют данные обрабатывающим их приложениям. Специфическим свойством этого уровня является требование сохранности. Это означает, что когда приложение не работает, данные должны сохраняться в определённом месте в расчете на дальнейшее использование. В простейшем варианте уровень данных реализуется файловой системой, но чаще для его реализации задействуется полномасштабная база данных. В модели клиент-сервер уровень данных обычно находится на стороне сервера.

Кроме простого хранения информации уровень данных обычно отвечает за поддержание целостности данных для различных приложений. Для базы данных поддержание целостности означает, что метаданные, такие как описания таблиц, ограничения и специфические метаданные приложений, также хранятся на этом уровне.

## **3.4 Обратная связь: управление оконечными устройствами**

Для цепочки автомобилей, движущихся в одном направлении, в которых находятся программируемые инфокоммуникационные средства, например смартфоны, может быть реализовано движение с заданным режимом, обеспечивающим расстояние безопасности в требуемых пределах.

Имеется  $n$ -ое число автомобилей (клиенты). В каждый установлен смартфон. Специализированное приложение, установленное на смартфоне, собирает гпс-данные и отправляет их на сервер. Сервер обрабатывает полученную информацию и отправляет необходимый режим движения соответствующему клиенту. Оповещение водителя об изменении скоростного режима может производиться либо графически, либо звуком.

Задав распределенную задачу, определив какие устройства будут составлять распределенную сеть, оператор может установить, по какому принципу будет происходить обратная связь для управления оконечными устройствами.

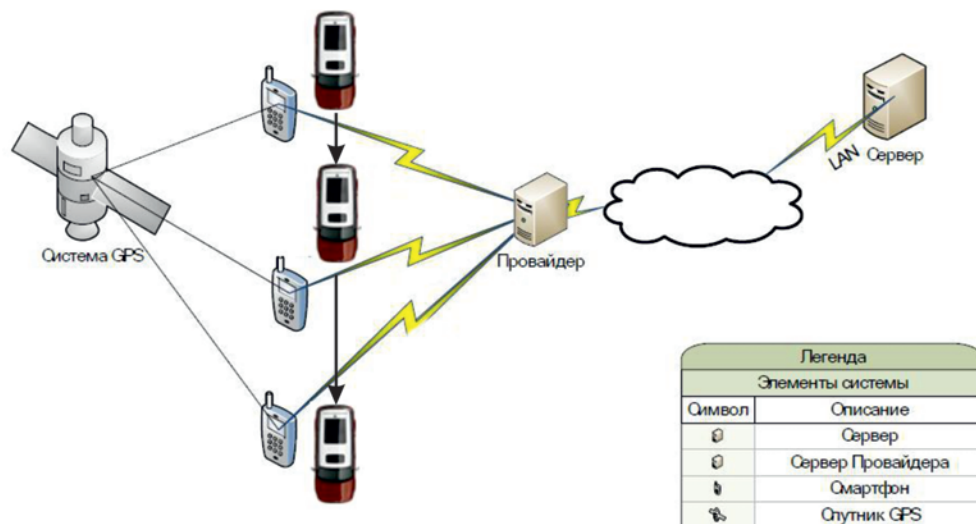


Рис. 52: Принципиальная схема системы

Реализация обратной связи полностью зависит от распределенной задачи и используемого протокола передачи данных. В реализованной системе сервер работает по протоколу TCP. Протокол TCP - протокол управления передачей, предназначен для передачи данных в сетях и подсетях TCP/IP. Протокол TCP был выбран для обеспечения надёжности. Надёжность достигается благодаря предварительной установке связи, существования повторных запросов в случае потери данных и устранения дублирования при получении двух копий одного пакета. В отличие от UDP гарантирует получение данных в той же последовательности, в которой они были отправлены.

Сервер отображает подключившихся/отключившихся клиентов, время подключения, IP-адрес. Подключение клиентов реализовано на асинхронной модели программирования, для того чтобы не принимать излишней многопоточности и клиенты могли подключаться на один и тот же порт. Создана надстройка над протоколом TCP: при подключении клиента, для поддержания с ним соединения, создаётся отдельный поток. Каждый такой поток периодически (раз в 5 секунд) опрашивает клиентов для подтверждения того, что они находят-

ся в сети и доступны. Количество клиентов достаточно велико и ограничено возможностями операционной системы (порядка 10000).

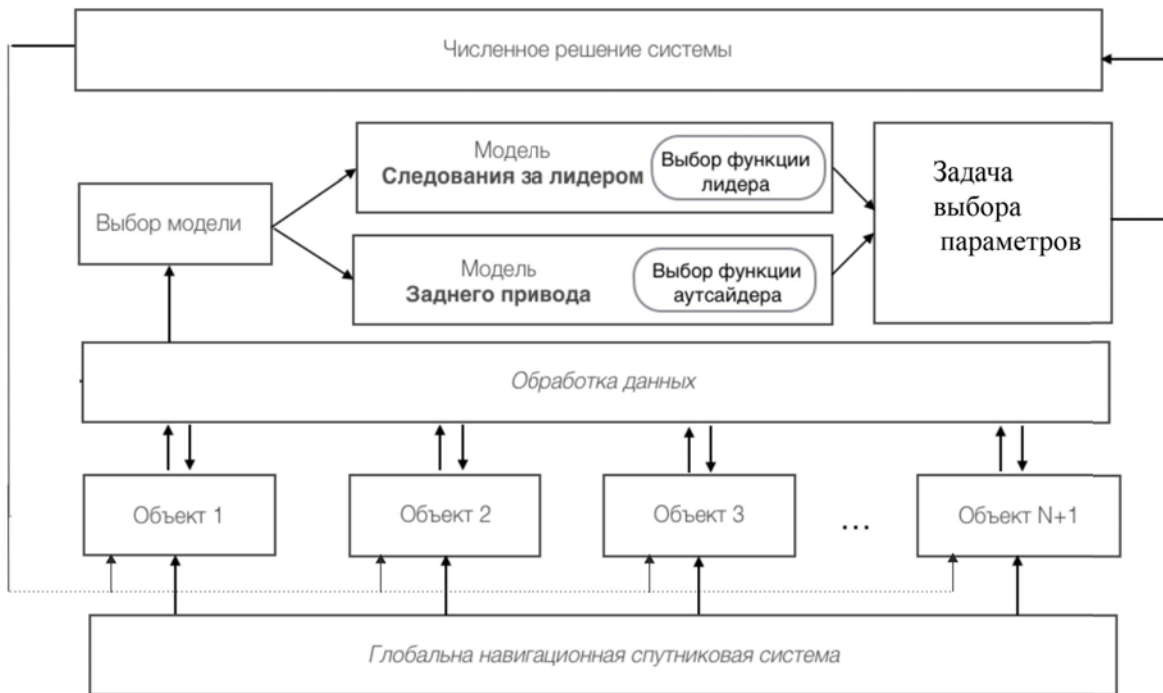


Рис. 53: Схема информационных потоков системы

В разработанной системе сервер получает tcp сокет от оконечных устройств (смартфонов). Программное обеспечение, установленное на сервере, согласно выбранной модели ("Следования за лидером" или "Заднего привода") обрабатывает полученные от устройств данные о gps-координатах и скорости частиц. Модель движения выбирается перед запуском системы управления оператором системы. Каждая частица пронумерована. После обработки данных ведущего, специализированное приложение рассчитывает функцию (глава 2) движения каждой частицы и посылает директиву на соответствующее устройство. Данная операция выполняется для каждой частицы на протяжении всего движения.

Данная система позволяет проезжать узкие места ("бутылочное горлышко") без потери средней скорости, что позволяет оптимизировать движение цепочки. Данной проблемой занимаются многие российские и международные учёные. Прохождение через узкие места, важная задача в пешеходных (pedestrian) потоках, особенно в местах большого скопления людей например стадионах. Зачастую при выходе со стадиона люди устраивают давку, что приводит к трагическим исходам.

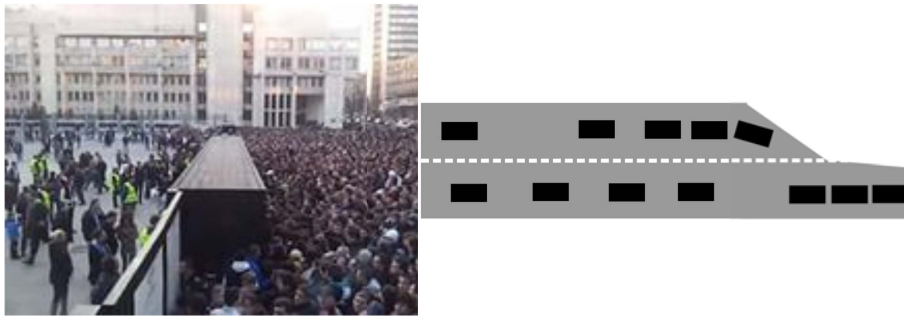


Рис. 54: Примеры узких мест в социальных и социально-технических системах

## Модель инфокоммуникационной сети

**Уровень I** На уровне I располагается *подсистема сенсорных датчиков и исполнительных устройств*. В качестве примера такого устройства может быть смартфон. На этом уровне формируются сообщения, преобразовываются в сигналы и передаются на верхние уровни модели с целью получения информации для выполнения содержащихся в ней инструкций.

**Уровень II** На уровне II находится *телекоммуникационная подсистема*. Ее задачи заключаются в сборе информации с уровня I. С этой целью могут использоваться разные технические средства. Для создания телекоммуникационной подсистемы используются ресурсы эксплуатируемых сетей связи различного назначения.

**Уровень III** Уровень III образован *информационной подсистемой*. Характерными примерами применяемых здесь технических средств могут служить серверы, дата центры (data center). Кроме того, в состав информационной подсистемы будут входить разного рода центры обработки вызовов, доступ к которым организуется через сети телефонной связи и Интернет.

**Уровень IV** Уровень IV определяет *подсистему прикладных процессов*. Реализуемый прикладной процесс – управление транспортным потоком.

Предлагаемая модель, при необходимости, допускает деление какой-либо подсистемы на компоненты. В ряде случаев подсистемы, напротив, могут объединяться, если их реализация осуществляется в виде совокупности общих аппаратно-программных средств.

### 3.4.1 Точность систем спутниковой навигации

GPS – спутниковая система навигации, обеспечивающая измерение расстояния, времени и определяющая местоположение во всемирной системе координат. Позволяет в любом месте Земли (не включая приполярные области), почти при любой погоде, а также в космическом пространстве вблизи планеты определить местоположение и скорость объектов.

Для оценки погрешности данного метода был проведен эксперимент по измерению точности позиционирования бытового приемника в смартфоне. Два смартфона со встроенными GPS приемниками были помещены в автомобиль и весь маршрут находились на расстоянии одного метра. Автомобиль двигался по установленному маршруту. Средняя разность скоростей за весь путь составила 5,06 км/ч, это примерно 9-11% с учётом того, что скорость движения составила 50-60 км/ч.

Для улучшения характеристик работы (такие, как точность, надежность и доступность) навигационной системы используются спутниковые и наземные системы дифференциальной коррекции.

Они обеспечивают некоторую территорию информацией о дифференциальных поправках. RTK (Real Time Kinematic) — совокупность приёмов и методов получения плановых координат и высот точек местности сантиметровой точности с помощью спутниковой системы навигации посредством получения поправок с базовой станции. Основным преимуществом режима является возможность точной обработки сигнала в реальном времени. Существует несколько видов использования навигационных поправок: постпроцессинг, DGPS, и, собственно, RTK. Различаются они точностью полученных измерений, и временем, затраченным на их получение. Режим RTK позволяет получать поправки в реальном времени, с точностью порядка 1 см в плане и 2 по высоте.



### 3.5 Реализация задачи А

#### Техническое задание

Синхронизация поведения клиентов посредством сервера в случае одномерного движения цепочки.

#### Постановка задачи

Есть пара автомобилей. В каждом установлен смартфон. Каждое устройство пронумеровано. Приложение установленное на смартфоне отправляет своё текущее положение на сервер (в конкретном случае ip:62.122.211.122). Сервер сохраняет полученную информацию в файл. Файл обрабатывается, и строится зависимость пройденного пути от времени. Строится траектория пути каждого автомобиля. Строится траектория пути каждой из автомобилей.

Приложение строит зависимости координат автомобилей от времени. Для этого:

1. GPS координаты из файла n-ого автомобиля сохраняются в соответствующий массив.
2. Анализируется каждый массив. При потери сигнала спутников GPS, потерянные координаты восстанавливаются при помощи интерполяции полиномом Лагранжа.
3. Расчёт массива скоростей для каждого из массива точек.
4. Синхронизация массивов скоростей по времени.
5. Построение графиков.

#### Клиент

После выбора номера клиента и нажатии кнопки **Начать передачу**, приложение сохраняет GPS данные в файл на смартфоне.

1. Название файла в формате: number1-(IMEI)-number2.txt  
number - номер смартфона, соответствует номеру автомобиля;  
IMEI - уникальный номер GPS приёмника;  
number2 - номер запуска. Нужен для отправки данных порциями.

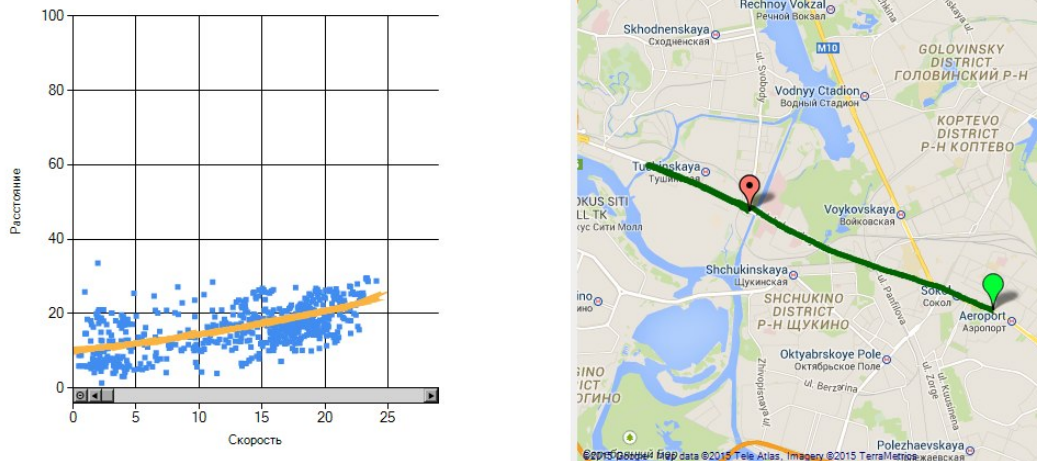


Рис. 55: Расстояние между соседними автомобилями и траектория движения

2. Файл размещается в папке (в конкретном примере): **My Documents TRACK-STAT Date**

Date - текущая дата

3. Формат данных в файле:

/gps-текущая широта-текущая долгота-дата gps-скорость

4. При завершении сохранения GPS данных (для этого надо нажать кнопку **Закончить передачу**) файл отправляется на сервер по протоколу FTP. Процесс отправки показывается в статусной строке.

## Основные функции

1. Функция сохранения строки GPS в файл.
2. Функция отправки файла по протоколу FTP на сервер.
3. Функция, считывающая точки из файлов в массивы.
4. Алгоритм, использующий функцию интерполяции.
5. Функция интерполяции полиномом Лагранжа.
6. Функция расчета массива скоростей для массива точек.
7. Функция синхронизации массивов скоростей по времени.
8. Функция, строящая график.
9. Функция, визуализирующая траекторию.

### 3.6 Реализация задачи В

#### Постановка задачи

Управление движением автомобилей, в которых установлены смартфоны. Возможность выбора режима движения. Графическое и звуковое оповещение.

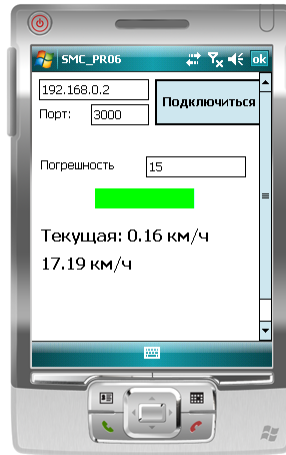


Рис. 56: Клиентское приложение инфокоммуникационной системы

Задача системы синхронизировать движение цепочки автомобилей, перемещающихся по одной полосе. Каждый автомобиль пронумерован. Сервер получает текущие широту и долготу от каждого из смартфонов. Данные поступают в следующей форме:

*number* - номер смартфона, соответствующий номеру автомобиля

*IMEI* - уникальный номер GPS приёмника

В зависимости от модели движения определяется необходимая скорость для каждого из клиентов. После подключения к серверу, клиент сравнивает скорость пришедшую от сервера со своей текущей скоростью и в зависимости от диапазона изменения (погрешности) оповещает водителя:

#### Сервер

1. Приложение установленное на сервере посылает директивы каждому клиенту. Рекомендации рассчитываются исходя из модели "Следования за лидером" или "Заднего привода" (глава 2).

2. Сервер работает по протоколу TCP.

3. Сервер отображает подключившихся/отключившихся клиентов (время подключения, IP адрес).


4. Подключение клиентов реализовано на асинхронной модели программирования. Таким образом могут подключиться на один и тот же порт.

5. Создана надстройка над протоколом ТСР. При подключении клиента, для поддержания с ним соединения создаётся отдельный поток. Каждый такой поток периодически (раз в 5 секунд) опрашивает клиентов для подтверждения того, что они в сети.

### Клиент

После подключения, клиент обрабатывает скорость, посланную сервером, сравнивает со своей текущей скоростью и в зависимости от диапазона изменения (погрешности) оповещает водителя:

- Графическим оповещением
  - Следует двигаться быстрее

**Режим:** 

- Следует двигаться медленнее

**Режим:** 

- Звуковым оповещением ("Быстрее", "Медленнее")

Звуковые файлы - slow.wav, faster.wav должны лежать в той же директории, что и приложение.

Клиент отвечает на запрос сервера для подтверждения того, что он находится в сети и доступен.

Получение данных клиентом основано на асинхронной модели программирования, основанной на событиях.

### 3.7 Реализация системы задачи В

#### Техническое задание

Рассматривается связный поток. Расстояние между соседними автомобилями определяется дистанцией безопасности. Поведение лидера регламентируется. Скоростной режим следующего за ним автомобиля определяется условием связности, полученным во второй главе. Количество клиентов ограничивается возможностями операционной системы.

Пачка - последовательность частей, каждая из которых находится на расстоянии  $d(v)$  от предыдущей, где  $v = v(t)$  - закон движения лидера.

1. Функция  $d = d(v)$  известна;
2. На смартфон, установленный лидирующем автомобиле, поступает сигнал о скоростном режиме  $v(t)$ ;
3. На следующие смартфоны поступает сигнал о расстоянии безопасности.

Таким образом, измеряется синхронизированная пачка с плотностью, соответствующей  $v^{-1}(v(\rho)) = \rho$ .

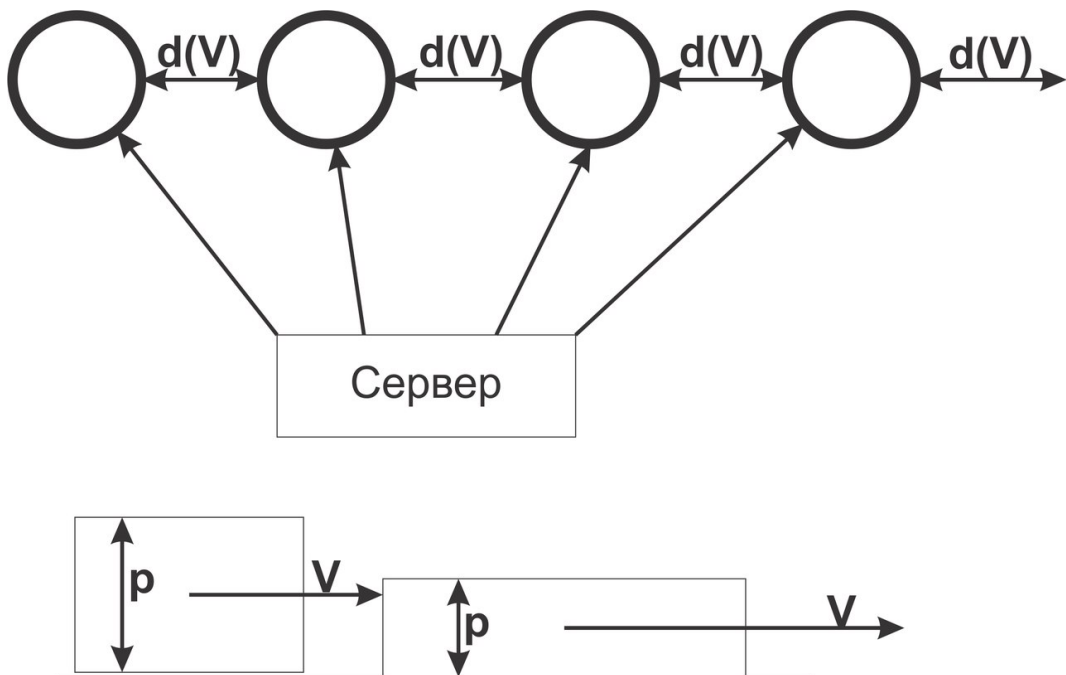


Рис. 59: Принципиальная схема

## Постановка задачи

Автомобили двигаются друг за другом без обгонов. В каждом установлен смартфон. Расстояние между автомобилями в зависимости от скорости меняется согласно модели (глава 2).

### Разработать клиентское приложение:

1. Отображающий реальное расстояние и расстояние, которое должно быть до впереди идущего автомобиля.
2. Режим отображения движения первого автомобиля.

### Разработать серверное приложение:

1. Передача клиенту директивы о расстоянии, которое должно быть до впереди идущего автомобиля и реальное расстояние между ними.
2. Выбор режима движения в зависимости от модели лидера или аутсайдера.  
Для каждого подключившегося клиента создаётся отдельный список сообщений, который при нажатии кнопки **Сохранить** сохраняется в файл.

### На сервере доступны следующие действия:

1. выбор числа автомобилей;
2. задание режима движения в зависимости от модели;
3. сохранение сообщений с положением клиентов в файлы;
4. просмотр статистики клиентских подключений.

### На клиенте доступны следующие действия:

1. задать ip-адрес сервера;
2. задание порта подключения к серверу;
3. выбор номера клиента;
4. задание погрешности, в зависимости от которой будет/не будет воспроизводиться звуковой сигнал. Для скорости - км/ч, для расстояния - м;
5. включить/отключить звуковой сигнал;
6. начать/закончить передачу клиента на сервер.

Каждый из клиентов ежесекундно посылает информацию о своём местоположении на сервер. Сервер обрабатывает эту информацию и отсылает каждому из клиентов директиву.

#### **Приложение для трафика: оценка динамического габарита по видеоряду**

Одним из возможных методов помощи водителю определения расстояния до впередиидущего автомобиля, является обработка видео ряда.

Современные средства фото и видео съемки позволяют делать фотографии высокого разрешения и снимать видео удовлетворительного качества с частотой 30 кадров в секунду. Одним из важнейших компонентов задачи распознавания является определение глубины, т.е. соответствующей изображению карты расстояний, глубины пространства. Основной метод решения состоит в поиске достаточно большого количества одинаковых объектов и определения физического расстояния до одного из этих объектов, после чего производится расчет расстояния до остальных. Другой метод восстановления глубины изображения основан на поиске объектов известного физического размера и градусной сетке, соответствующей камере мобильного устройства. Таким образом, можно определить физическое расстояние до реперных точек, по которым далее восстанавливается вся карта расстояний.

Минимальная часть пространства, занимаемая частицей среди подобных других при скорости перемещения потока  $v = 0$  - статистический габарит. В этом случае обеспечивается максимальная плотность при соблюдении требуемых условий безопасности. В условиях ламинарного потока минимальное пространство для безопасного движения зависит, прежде всего от скорости и динамического габарита. Таким образом, при ламинарном движении необходимо контролировать собственную скорость в зависимости от расстояния до впередиидущего автомобиля. Установленный смартфон должен контролировать область динамического габарита и в случае нештатных ситуаций фиксировать и передавать сигнал на сервер и другие части инфокоммуникационной системы. В зависимости от скорости автомобиля, рассчитывается необходимое безопасное расстояние до впередиидущего автомобиля и в случае попадания какого-то

автомобиля в зону динамического габарита делает фотографию и сохраняет на устройстве.

1) В модели следования за лидером основными измеряемыми параметрами являются скорости движения и расстояние между движущимися объектами. При этом в трафике скоростной режим ведомым определяется "на глазок", исходя из опыта и представления о безопасном расстоянии, что нередко становится причиной ДТП. Создание умных приборов для управления автомобилями с целью безопасности, эффективности и комфорта движения сегодня является актуальной задачей.

2) Анализируется последовательность кадров, получаемых с заданной частотой с позиции ведомого при следовании за лидером. Для оценки расстояния до ведущего генерируется два виртуальных взаимно перпендикулярных прямоугольных детектора, которые позволяют анализировать сигналы интенсивности изображения и определять границы изображения ведущего. Размер изображения ведущего, в свою очередь, позволяет оценить расстояние.

3) Разработано desktop-приложение с помощью которого, протестированы алгоритмы для мобильной ОС.

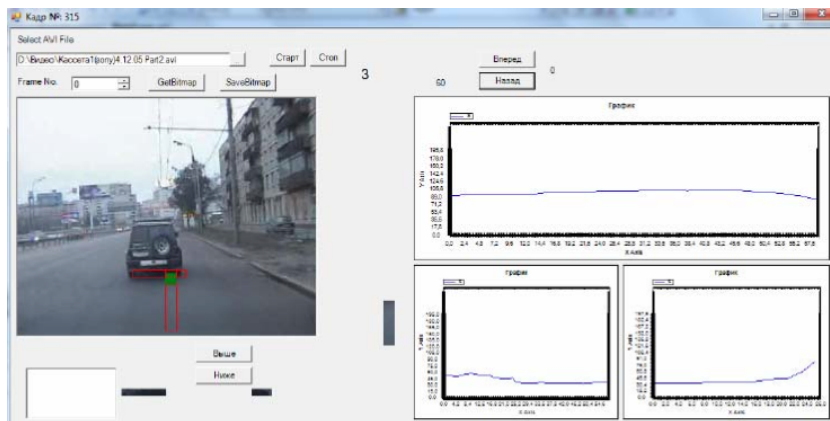


Рис. 60: Интерфейс desktop-приложения с взаимно перпендикулярными прямоугольными детекторами

4) Программа разбивает видеопоток на кадры, каждый из которых автоматически анализируется. На рисунке изображен интерфейс программы. Трём сканерам соответствуют три графика распределения интенсивности серого в этих областях. Центральный сканер позволяет оценивать расстояние до впереди идущего автомобиля. Два боковых - горизонтальные границы автомобиля.



### 3.7.1 Алгоритмы детектирования габаритов ведущего

1) Фиксируется фокус.

2) Для каждого кадра видеопотока вырезается фиксированная вертикально заданная область (изначально её размеры определяются пользователем) - вертикальный сканер для определения нижней границы движущегося автомобиля.

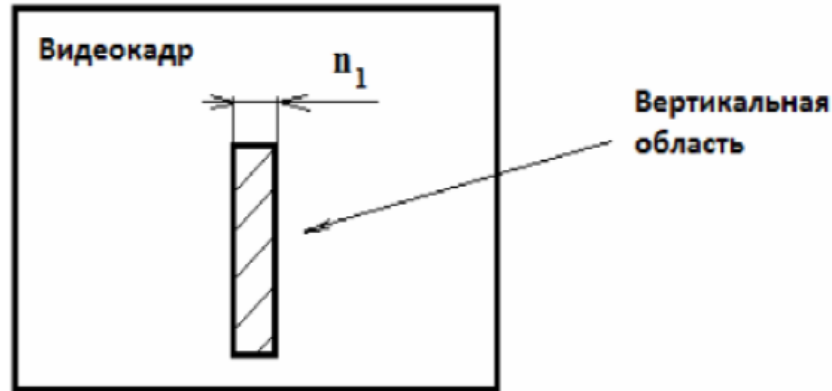


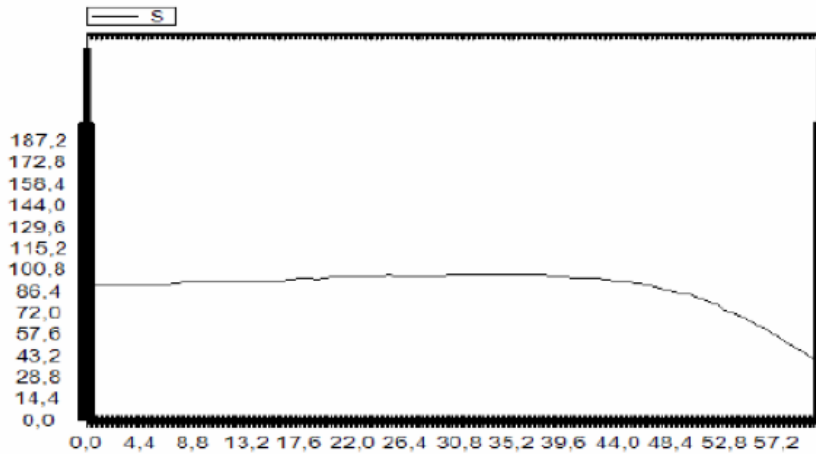
Рис. 61: Схема вертикальной области

Ширина области -  $n_1$  пикселей. Высота области на первом кадре - максимальна (т.к. сначала, границы автомобиля не известны), затем, на последующих кадрах - автоматически изменяется. Параметр  $g$  регулирует положение нижней границы области относительно нижней границы кадра.

3) Алгоритм анализирует каждую строку пикселей матрицы цветности  $[i,j]$  области. Для каждой строки из  $n_1$  пикселей, рассчитывается средняя интенсивность. Изменение одного из пикселей группы не внесет большой вклад в интенсивность группы. Таким образом, повышается устойчивость измерения относительно шумов камеры. Строится зависимость серого от номера строки пикселей вертикальной области  $y_d(n)$ .

4) Далее проводится анализ на скорость изменения  $y_d(n)$ . Если разность соседних значений по модулю больше  $\Delta_1$  считаем, что это низ изображения автомобиля и уточняем его положение в найденном интервале методом половинного деления. Если изменений не найдено, добавляем строки в матрицу, тем самым сканируя область перед автомобилем. Верхняя граница вертикального сканера приравнивается к нижней границе найденного автомобиля

5) Определив верхнюю границу вертикальной области (начало автомобиля) из каждого кадра вырезается горизонтальная заданная область (высота -  $n_2$

Рис. 62: Зависимость  $y_d(n)$ 

пикселей) - горизонтальный сканер. Он состоит из двух горизонтальных областей: левой и правой. Эти области на  $l$  пикселей выше верхней границы (т.к. в большинстве случаев границей начала автомобиля алгоритм определяет либо начало тени под ним, либо начало бампера автомобиля).

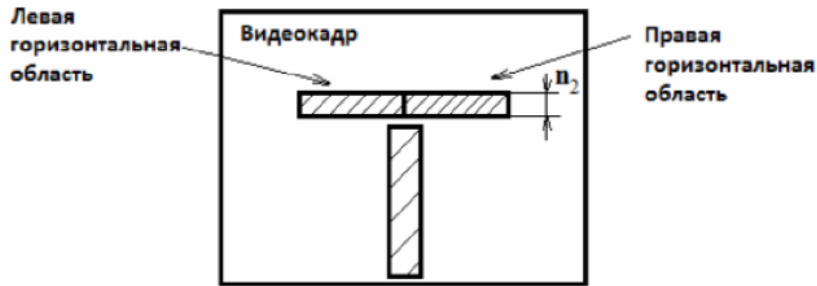


Рис. 63: Схема левой и правой горизонтальных областей

Алгоритм анализирует каждый столбец пикселей матриц цветности. Для каждого столбца из  $n_2$  пикселей, рассчитывается средняя интенсивность. Строится зависимость серого от строк пикселей для левой и правой горизонтальной области  $x_l(n)$  и  $x_r(n)$ .

б) Проводится анализ на резкие изменения. Если разность значений по модулю больше  $\Delta_2$  считаем, что это начало границы автомобиля. Если изменений не найдено, добавляем столбцы в матрицы цветности, для левой и правой области, тем самым сканируя габариты автомобиля в ширину. Граница левой области горизонтально приравнивается к левой границе найденного автомобиля. Граница правой области горизонтально приравнивается к правой границе найденного автомобиля.

Данный метод оценки динамического габарита можно использовать в то время, когда отсутствует gps сигнал.

### Обзор существующих систем

1. Система поддержания дистанции безопасности, разрабатываемая концерном Volvo, [66], Mercedes, [65], General Motors. На данный момент система достаточно дорогостоящая и рассматривается только пара автомобилей.

2. Программное обеспечение Smart Measure Pro измеряет расстояние и высоту объекта путем тригонометрии. Могут быть измерены ширина и площадь.

3. Приложение Clinometr Pro позволяет измерять углы наклона, высоту и наклон объекта по отношению к гравитационному полю Земли. Возможно использовать для индикации наклона автомобиля, лодки и т.д.

### 3.8 Ядро системы для задачи С

Пусть  $X(t) = (x_1(t), \dots, x_{N+1}(t))$  – вектор состояния цепочки для задач (2.5-2.7)(2.61-2.63). Если неравенства выполняются строго, то из общих теорем для ОДУ следует существование решения этих задач в некоторой окрестности  $(t, t + \delta)$ .

Состояние системы (2.5-2.7)(2.61-2.63), при котором по крайней мере одно из неравенств становится равенством назовем *критическим*. Необходимо описать поведение системы вблизи критического режима.

Будем считать, что частица в случае выхода на критический режим по скорости сохраняет граничное значение до тех пор, пока соответствующее неравенство справедливо или не обратится в равенство. В этом случае ускорение равно нулю, а в момент выхода на критический режим получается удар. Аналогичное правило выполняется для ускорения.

Фазовые ограничения (2.7), (2.63) приводят к тому, что существование решения даже при гладких функциях  $f$  и  $g = f^{-1}$  не гарантировано.

Таким образом, задание существования решения сводится к качественному исследованию решения нелинейного уравнения

$$\begin{cases} \dot{y} = g(h(t) - y) & (3.1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y(t) \leq h(t) & (3.2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq \dot{y}(t) \leq M_1 & (3.3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_2 \leq \ddot{y}(t) \leq M_3 & (3.4) \end{cases}$$

Данное линейное уравнение зачастую невозможно решить аналитически, поэтому для исследования данного нелинейного уравнения разрабатывается имитационная модель. В имитационной модели используются численные методы Эйлера и Рунге-Кутты, так же используется численное дифференцирование. Реализована модель на языке программирования C# в среде разработки Visual Studio 2010. Метод Эйлера является сравнительно грубым и применяется на практике в основном для проведения ориентировочных расчетов. Погрешность метода Эйлера сильно зависит от величины шага интегрирования. Остановимся более подробно на численной схеме и её реализации.

Методу Рунге-Кутты 2-го порядка (усовершенствованный метод Эйлера). Вычисляем значение искомой функции в точке  $x_{i+1}$  проводится в два этапа. Сначала вычисляют вспомогательную величину  $\bar{y}_{i+1}$  по методу Эйлера:

$$\bar{y}_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i) \quad (3.5)$$

Затем значение производной искомой функции в точке  $(x_{i+1}, y_{i+1})$  используется для вычисления окончательного значения функции:

$$y_{i+1} = y_i + h \frac{f(x_i, y_i) + f(x_i, \bar{y}_{i+1})}{2} \quad (3.6)$$

Подставляя (3.5) в (3.6), окончательно получим расчетную формулу метода Рунге-Кутты 2-го порядка:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} [f(x_i, y_i) + f(x_i + h, y_i + hf(x_i, y_i))] \quad (3.7)$$

где  $i = 0, 1 \dots n - 1$

Теперь остановимся более подробно на реализации данного метода. Приведём схему алгоритма интегрирования ОДУ методом Рунге-Кутты.

Далее обобщая формулу Рунге-Кутты, для решения ОДУ первого порядка можно записать следующее:

$$y_{i+1} = Y_I + h\Phi(x_i, y_i, h) \quad (3.8)$$

где  $\Phi$  - линейная функция аргументов  $x, y, h$  и  $f(x, y)$ , которая может быть представлена как

$$\Phi(x_i, y_i, h) = P_1 k_1 + P_2 k_2 + \dots + P_n k_n \quad (3.9)$$

где

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + \alpha_2 h, y_i + \alpha_2 h k_1)$$

.....

$$k_n = f(x_i + \alpha_n h, y_i + \alpha_n h k_{n-1})$$

Величина  $n$  определяется порядком метода, а коэффициенты  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, P_1, P_2, \dots, P_n$  подбирают такие значения, которые обеспечивают минимальную погрешность. Так, для метода Рунге-Кутты четвертого порядка ( $n=4$ ) получена расчетная формула при следующих коэффициентах:  $\alpha_2 = \alpha_3 = 1/2, \alpha_4 = 1, P_1 = P_4 = 1/6, P_2 = P_3 = 2/6$ .

Подставив значения коэффициентов получаем:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (3.10)$$

На практике для обеспечения требуемой точности (при использовании любого приближенного метода решения ОДУ) применяется автоматический выбор шага методом двойного просчета. При этом в каждой точке  $x_i$  по формуле, соответствующей выбранному методу, производится расчет  $y_i$  с шагом  $h(y_i^h)$  и с шагом  $\frac{h}{2}(y_i^{h/2})$ . Цель двойного просчета состоит в том, чтобы для каждой точки численного решения эти значения отличались на величину, не превышающую заданной погрешности  $\epsilon$ . В этом случае общая формула для оценки погрешности решения ОДУ методами Рунге-Кутты имеет следующий вид:

$$\frac{|y_i^h - y_i^{h/2}|}{2^p - 1} < \epsilon \quad (3.11)$$

где  $p$  - порядок метода Рунге-Кутты.

Если  $|y_i^h - y_i^{h/2}| < \epsilon$ , то шаг для следующей точки выбирается равным  $h$ , иначе шаг уменьшается вдвое и продолжается уточнение  $y_i$  в точке  $x_i$ .

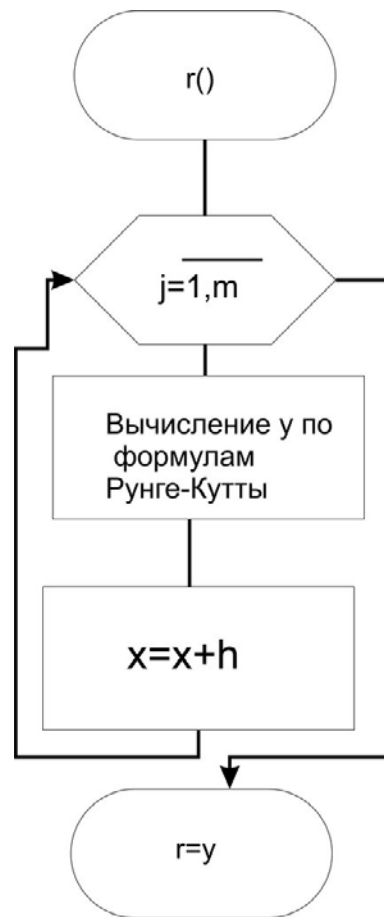


Рис. 64: Алгоритм решения ОДУ в текущий момент времени

В реализуемой программе будем использовать метод Рунге-Кутты четвёртого порядка.

Рассмотрим реализованную программу. Данная программа предназначена для имитации движения цепочки частиц длины  $N$  для модели следования за лидером и модели "Заднего привода". В программе задаются граничные условия, начальные условия, длина, коэффициент  $M_1$  - ограничение на скорость сверху,  $M_2$  - ограничение на ускорение снизу (торможение),  $M_3$  - ограничение на ускорение сверху (разгон),  $C_0$  - средняя длина автомобиля,  $C_1$  - время реакции водителя,  $C_2$  - функция торможения.

Эмпирическим методом были получены некоторые значения этих коэффициентов, рассмотрим их. Коэффициент  $C_0 \approx 5,7$ , среднее время реакции водителя  $C_1 \approx 0,504$ , коэффициент  $C_2$  сильно зависит от дорожных условий, например для сухого асфальта  $C_2 \approx 0,00285$ , в случае обледенения асфальта  $C_2 \approx 0,1650$ .

Рассмотрим интерфейс программы.

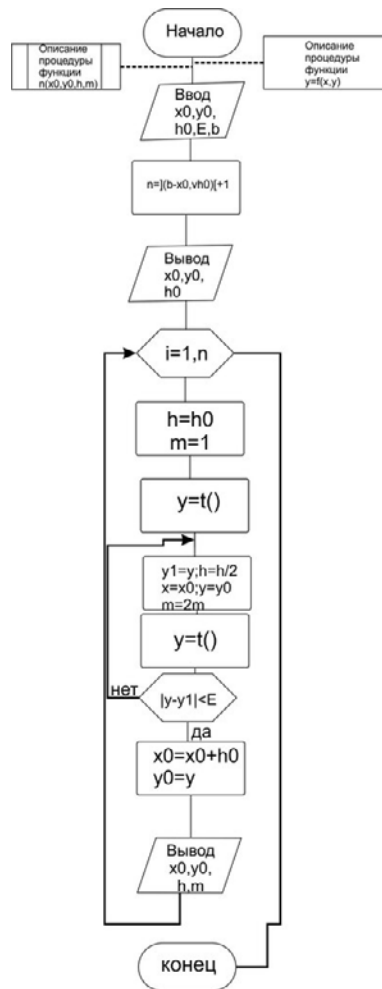


Рис. 65: Алгоритм интегрирования ОДУ методом Рунге-Кутты с автоматическим выбором шага

На рисунке 66 представлен интерфейс программного обеспечения. В левой части располагается панель управления, где пользователь задает модель движения цепочки, длину цепочки, начальные и граничные условия, параметры модели. В правой части рисунка 66 находятся окна вывода графической информации. На верхнем графике рисунка 66 представлена зависимость координат каждой частицы от времени. Средний график рисунка 66 показывает зависимость скорости каждой частицы цепочки от времени, а также ограничения на скорость (скорость должна быть положительна и меньше коэффициента  $M_1$ ). Нижний график рисунка 66 демонстрирует зависимость ускорения от времени и его ограничения  $M_2, M_3$ . Если скорость или ускорение какой-либо частицы выходит за ограничения, то выводится сообщение о номере частицы и моменте времени нарушения правил.

Данная программа поддерживает режим анимации движения каждой частицы во времени.

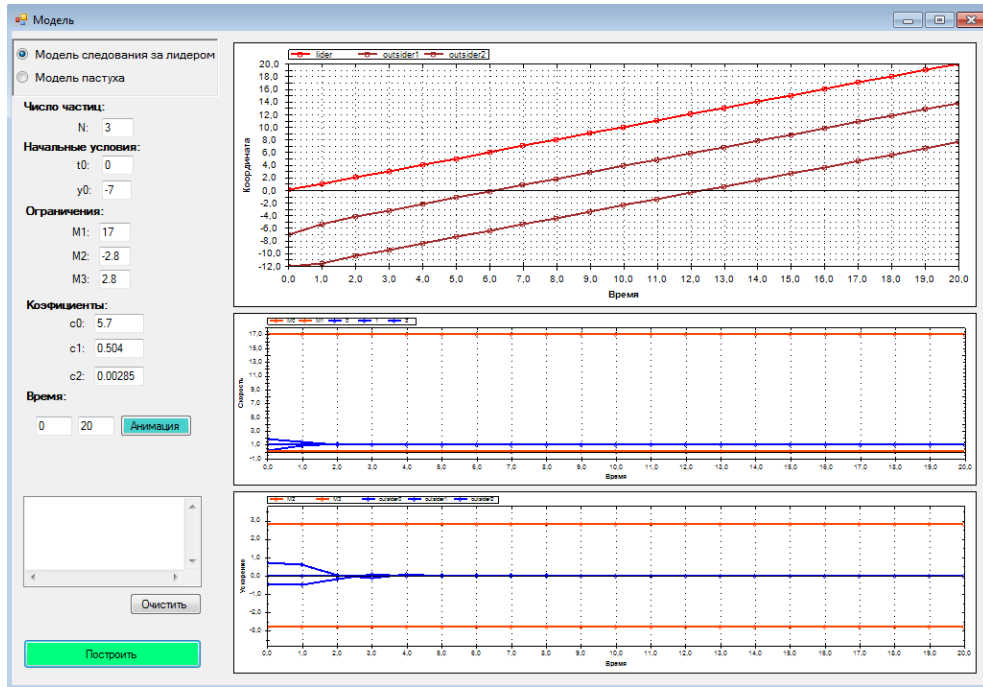


Рис. 66: Интерфейс программы

### 3.8.1 Исследование критических режимов

Для анализа возьмем функцию в виде:

$$x(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{2} - \frac{\pi t}{2}, & \text{если } 0 \leq t \leq \pi; \\ -\frac{t^2}{2} - \frac{\pi t}{2}, & \text{если } -\pi \leq t \leq 0. \end{cases} \quad (3.12)$$

И продолжим эту функцию с периодом  $2\pi$ .

Тогда,

$$\dot{x}(t) = \begin{cases} t - \frac{\pi}{2}, & \text{если } 0 \leq t \leq \pi; \\ -t - \frac{\pi}{2}, & \text{если } -\pi \leq t \leq 0, \end{cases} \quad (3.13)$$

$$\ddot{x}(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } 0 \leq t \leq \pi; \\ -1, & \text{если } -\pi \leq t \leq 0. \end{cases} \quad (3.14)$$

И также продолжим эти функции с периодом  $2\pi$ .

Рассмотрим поставленную задачу с граничными условиями:  $x_n = f(x)$ , где  $f(x)$  равна (3.12). Согласно (2.7) задача сводится к модели "Следования за лидером". Будем считать, что две соседние частицы связаны соотношением:  $x_{n+1} - x_n = C_0 + C_1 \dot{x}_n + C_2 \dot{x}_n^2$ . Начальные условия:  $x_2(0) = 0; x_1(0) = -5$ . Возьмём  $C_0 = 5.7$  (м), среднее время реакции водителя  $C_1 = 0.504$  (с),



$$C_2 = 0.00285 \text{ (} c^2/m \text{)}, M_1 = 17 \text{ (} m/c \text{)}, M_2 = -2.8 \text{ (} m/c^2 \text{)}, M_3 = 2.8 \text{ (} m/c^2 \text{)}.$$

Результат моделирования приведён ниже.

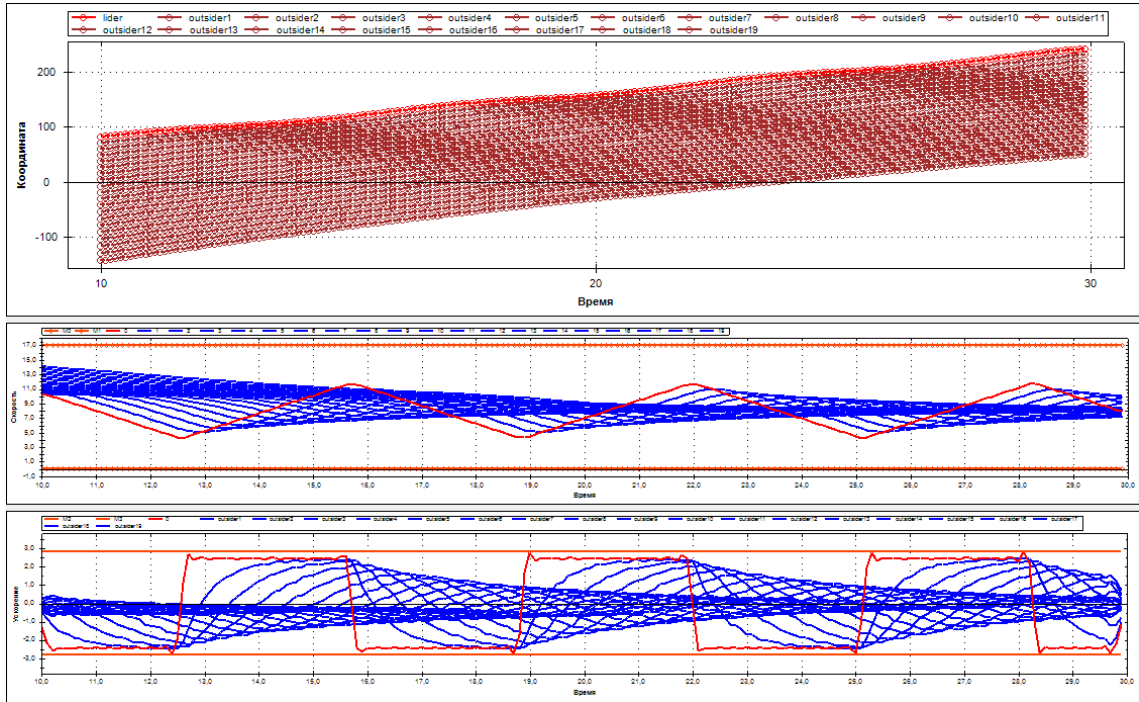


Рис. 67: Результаты моделирования

График на рис. (68) зависимости координаты частиц от времени подтверждает теорию трёх фаз Кернера, [14]. На графике отчетливо видна фаза  $F$  (свободный поток - Free flow), в этой фазе достаточно невысокой плотности, частицы устанавливают комфортную для них скорость. Это хорошо видно на среднем графике зависимости скорости от времени рис. (68). На данном участке частицы достигают максимальной скорости. Далее происходит спонтанный  $F \rightarrow S \rightarrow J$  переход, т.е. наблюдается увеличение плотности (например связанное с возникновением преграды на дороге, узкого места). Скорость частиц уменьшается и становится меньше скорости движения частиц в свободном потоке, и наблюдается локальный затор, т.е. фаза  $J$  широкого движущегося кластера.

Можно сделать вывод, что при таком режиме движения лидера, удовлетворяющего условиям (2.7), все частицы данной цепочки так же будут удовлетворять данным условиям.

Модель "Заднего привода":

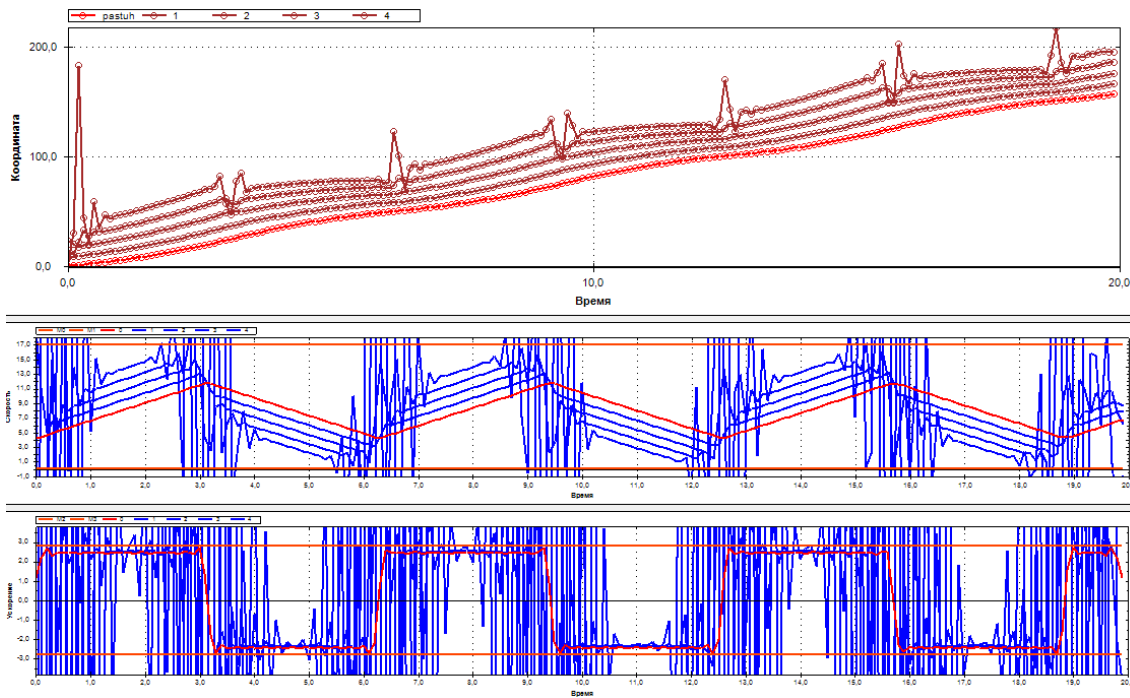


Рис. 68: Критические режимы модели "Заднего привода"

На графике скорости мы видим, что скорость лидера лежит на верхней границе, а скорость аутсайдера первые 2 секунды возрастает, а когда достигает скорости лидера становится константой и равной скорости лидера. Ускорение нарушает наложенные ограничения, а после колебаний входит в коридор допустимых значений и становится константой. Если принять время реакции водителя  $C_1 = 4.504$  видно, что ускорение не пересекает ограничения.

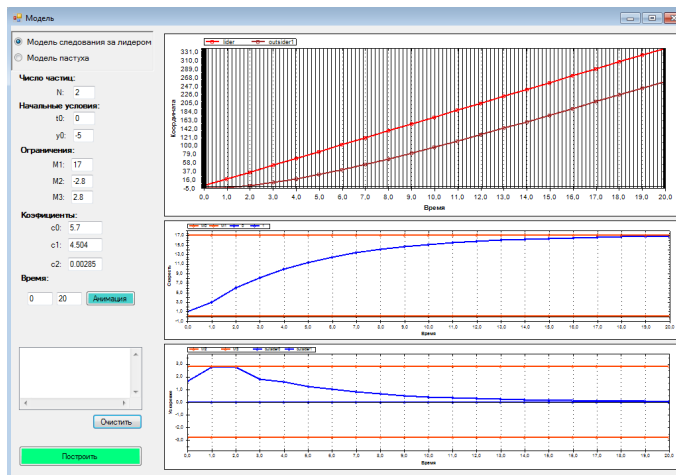


Рис. 69: Движение тандема

### 3.9 Выводы

В третьей главе представлены реализованные методы управления потоком частиц, основанные на математических моделях, сформулированных и аналитически исследованных во второй главе, что позволяет делать прогноз поведения цепочки. Данный метод позволяет формировать связные цепочки частиц.

В данной главе решены следующие задачи:

1. Разработан метод управления движением пары частиц, при котором задётся режим движения лидера.
2. На основе режима движения пары частиц, алгоритмически и программно реализовано связное движение цепочки частиц с заданным режимом.
3. Разработаны альтернативные методы измерения расстояния между соседними частицами.
4. Создана виртуальная модель критического движения в окрестности узкого места.

При помощи синхронизации цепочки транспортных средств, движущейся по улично-дорожной сети, можно поддерживать высокие требования безопасности. Разработанная система позволяет оптимизировать расстановку частиц (автомобилей) в колонне, что позволяет обеспечить проезд узких мест без значительного замедления.

Автоматизация этой задачи и добавление инфокоммуникационной компоненты для связи с окружающими транспортными средствами, могут минимизировать безопасное расстояние между автомобилями. Поддержание связного режима движения позволяет повысить пропускную способность участка, следовательно уменьшить экологическую нагрузку.



## Глава 4

# Заключение

В диссертационной работе обоснована актуальность темы исследования, научная новизна. Рассмотрена история развития вычислительной техники. Проведён анализ существующих результатов и моделей российских и международных исследователей.

В работе проведён полный цикл исследования цепочки частиц с мотивированным поведением.

1) Разработан автоматический метод идентификации наблюдаемой системы для исследования движения цепочки частиц. Для наблюдения разработаны пассивный и интерактивный методы наблюдения для определения параметров системы. На основании полученных параметров строится математическая модель движения. Разработанные методы, максимально адаптированы к теме трафик и пешеходов (пешеходные) потоков. Тема приложения выбрана в связи с бурным развитием автотранспорта на протяжении более 80 лет, а также важностью обеспечения безопасного движения и оптимизации. Однако, разработанные методы возможно применить к различным социальным и социально-техническим системам.

2) На основании полученных в первой главе результатов созданы две математические модели движения цепочки адекватно описывающих реальное движение. Это модель "Следования за лидером" и модель "Заднего привода". Введены основные понятия, такие как динамический габарит и тотально-связное движение. Приведена классификация функций динамического габарита.

3) Аналитически получены условия существования тотально-связного движения. Это позволяет обеспечить безопасный режим движения и оптимизировать

расположение частиц в цепочке. Рассмотрена динамика цепочки в зависимости от граничных условий и начальных условий.

4) Получены необходимые и достаточные условия существования тотально-связного режима движения для цепочки частиц в модели "Следования за лидером" с линейным динамическим габаритом, при движении лидера близком к равномерному.

5) Выявлены взаимосвязи между параметрами системы, при которых цепочка произвольной конечной длины существует. Данное утверждение получено для модели "Следования за лидером" с квадратичном динамическим габаритом.

6) Аналитически показано, что при движении близком к равномерному и удовлетворяющем ограничениям, последующие звенья системы также будут стремиться к равномерному движению, а это означает, что движение цепочки будет тотально-связным.

7) Для линейной функции динамического габарита в модели "Заднего привода" получены достаточные условия существования цепочки длины  $N$ .

8) Показана принципиальная разница модели "Следования за лидером" от модели "Заднего привода". Разница заключается в том, что при колебаниях с маленькой амплитудой и большой частотой, в модели "Заднего привода" проявляет неустойчивость, тогда как модель "Следования за лидером" устойчива.

9) Основываясь на параметрах полученных в ходе наблюдений (глава 1) и результатах аналитического исследования моделей "Следования за лидером" и "Заднего привода" создана система автоматического управления движением цепочки частиц с мотивированным поведением при помощи инфокоммуникационных средств.

10) Созданы методы измерения расстояние между частицами.

11) Реализовано имитационное программное обеспечение, моделирующие критические режимы движения в окрестности узких местах.

## Список использованной литературы

1. Lighthill M.J., Whitham G.B. On kinematic waves: Theory of traffic flow on long crowded roads, Proc. R. Soc. London, Ser. A. 1955
2. Telfor, G. W. (1931). The Refractory Phase of Voluntary and Associative Responses. Journal of Experimental Psychology, 14, pp. 1.
3. Greenshields B.D. The Photographic Method of Studing Traffic Behavior Highway RES. Board Proc. 1933,v.13
4. Greenshields, B. D. (1935). A Study of Traffic Capacity. Proceedings of the Highway Research Board, 14, 468.
5. Uttley, A. (1941). The Human Operator as an Intermittent Servo. Report of the 5th Meeting of Manual Tracking Panel, GF/171.SR1A.
6. Taylor, F. V. (1949). Certain Characteristics of the Human Serve. Electrical Engineering 68, pp. 235.
7. Tustin, A. (1947). The Nature of the Operator Response in Manual Control and its Implication iota for Controller Design. J.I.E.E. 92, pp. 56.
8. Ellson, D. G. (1949). The Application of Operational Analysis to Human Motor Behavior. Psychology Review 9,pp. 56.
9. Reuschel, A. (1950). Fahrzeugbewegungen in der Kolonne Beigleichformig beschleunigtem oder vertzogerten Leitfahrzeub, Zeit. D. Oster. Ing. U. Architekt Vereines Ed. (Vehicle Movements

- in a Platoon with Uniform Acceleration or Deceleration of the Lead Vehicle), pp. 50- 62 and 73-77.
10. Pipes, L. A. (1951). A Proposed Dynamic Analogy of Traffic. ITTE Report, Institute of Transportation and Traffic Engineering, University of California, Berkeley.
  11. Pipes, L. A. (1953). An Operational Analysis of Traffic Dynamics. *Journal of Applied Physics* 24, pp. 271-281
  12. Lighthill M.J., Whitham G.B. On kinematic waves: Theory of traffic flow on long crowded roads, *Proc. R. Soc. London, Ser. A.* 1955
  13. Kometani, E. and T. Suzuki (1958). On the Stability of Traffic Flow. *J. Operations Research, Japan* 2, pp. 11-26. Lam, T. and R. W. Rothery Spectral Analysis of Speed fluctuations on a Freeway. *Transportation Science* 4(3).
  14. Kerner B.S. *The Physics of Traffic.* — Berlin: Springer, 2004.
  15. Chandler, F. E., R. Herman, and E. W. Montroll, (1958). Traffic Dynamics: Studies in Car Following, *Operations Research*, 6, pp. 165-184.
  16. Chow, T. S. (1958). Operational Analysis of a Traffic Dynamics Problem. *Operations Research*, 6(6), pp. 165-184.
  17. Edie L.C. and Foote R.S. (1958). Traffic Flow in Tunnels. *Highway Research Board Proc.* Vol 37, pp.334-344
  18. Greenberg H. (1959). An Analysis of Traffic Flow, *Operations Research* Vol. 7, pp.79-85
  19. Herman, R., E. W. Montroll, R. B. Potts and R. W. Rothery (1958). Traffic Dynamics: Analysis of Stability in Car Following. *Operations Research*, E. 17, pp. 86-106.
  20. Herman, R. and R. B. Potts (1959). Single Lane Traffic Theory and Experiment. *Proceedings Symposium on Theory of Traffic Flow.* Ed. R. Herman, Elsevier Publications Co., pp. 120-146.



21. Forbes, T. W., M. J. Zagorski, E. L. Holshouser, and W. A. Deterline (1959). Measurement of Driver Reaction to Tunnel Conditions. Proceedings of the Highway Research Board 37, pp. 345-357.
22. Gazis, D. C., R. Herman, and R. B. Potts (1959). Car Following Theory of Steady State Traffic Flow. Operations Research 7(4), pp. 499-505.
23. Gazis, D. C., R. Herman, and R. W. Rothery (1961). Non-Linear Follow the Leader Models of Traffic Flow. Operations Research, 9, pp. 545-567.
24. Edie L.C. (1961). Following and Steady-State Theory for Non-congested Traffic, Operations Research Vol 9, pp.66-76
25. Newell, G. F. (1961). Nonlinear Effects in the Dynamics of Car Following. Operations Research 9(2), pp. 209-229.
26. Newell, G. F. (1962). Theories of Instability in Dense Highway Traffic. J. Operations Research Society of Japan 5(1), pp. 9-54.
27. Herman, R. and R. W. Rothery (1962). Microscopic and Macroscopic Aspects of Single Lane Traffic Flow. Operations Research, Japan, pp. 74.
28. Cumming, R. W. (1963). The Analysis of Skills in Driving. Journal of the Australian Road Research Board 1, pp. 4.
29. Gazis, D. C., R. Herman, and R. W. Rothery (1963). Analytical Methods in Transportation: Mathematical Car-Following Theory of Traffic Flow. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE Proc. Paper 3724 89 (Paper 372), pp. 29-46
30. Harris, A. J. (1964). Following Distances, Braking Capacity and the Probability of Danger of Collision Between Vehicles. Australian Road Research Board, Proceedings 2, Part 1, pp. 496-412.
31. Rothery, R. W., R. Silver, R. Herman and C. Torner (1964). Analysis of Experiments on Single Lane Bus Flow. Operations Research 12, pp. 913.

32. Drew, D. R. (1965). Deterministic Aspects of Freeway Operations and Control. Highway Research Record, 99, pp. 48-58.
33. Newell, G. F. (1965). Instability in Dense Highway Traffic. a Review. Proc. 2nd Intl. Symp. on the theory of Road Traffic Flow (J/ Almond ed.), Paris, pp. 73-83
34. Herman, R. and R. W. Rothery (1965). Car Following and Steady-State Flow. Proceedings of the 2nd International Symposium on the Theory of Traffic Flow. Ed J. Almond, O.E.C.D., Paris.
35. Wardrop, J. G. (1965). Experimental Speed/Flow Relations in a Single Lane. Proceedings of the 2nd International Symposium on the Theory of Road Traffic Flow. Ed. J. Almond O.E.C.D.
36. Drake J.S., Schofer J.L. and May A.D. (1967). A statical Analysis of Speed Density Hypothesis. Highway Research Record 154
37. Herman, R. and R. W. Rothery (1969). Frequency and Amplitude Dependence of Disturbances in a Traffic Stream. Proceedings of 4th International Symposium on the Theory of Traffic Flow, Ed. W. Leutzbach and P. Baron. Bonn, Germany.
38. Treiterer J., Myers J.A. (1974). The Hysteresis Phenomenon in Traffic Flow. Proc. 6th Intl. Symp. on Transportation and Traffic theory, (D.J. Buckley ed.)
39. Inose H. Road Traffic Control. University of Tokyo Press, 1975.
40. Maes W. (1979) Traffic data collection system for the Belgian motorway network - measures of effectiveness aspects. Proceedings of the International Symposium on Traffic Control Systems, Vol. 2D - Analysis and Evaluation, pp. 45-73
41. Koshi M, Iwasaki M., Ohkura I. (1983). Some Findings and an Overview on Vehicular Flow Characteristics, Proc. 8th Intl. Symp. on Transportation Symposium on Traffic Control Systems, Vol 9, pp.209-229
42. Nagel K., Schreckenberg M. A cellular automation model for freeway traffic, Phys. I France, 1992, v.2

43. Daganzo C.F. Problem Sets: Fundamentals of Transportation and Traffic Operations, Institute of Transportation Studies, University of California at Berkley, 1998
44. Kerner B.S. (1998). Experimental features of self-organization in traffic flow, *Physic. Review Letters* Vol. 81, No. 17
45. Zhang H.M. (1999). A mathematical theory of traffic hysteresis, *Transportation Research Part B* 33
46. Buslaev A.P. et al Mathematical Problems of Traffic Flow Theory. Proc. of the 10th International Conference on Computational and Mathematical Methods in Science and Engineering, CMMSE'10, 2010,p. 307-311
47. Buslaev A.P. et al Selected Mathematical Problems of Traffic Flow Theory. *Int. J. of Computer Mathematics*. Volume 89, Number 3, 2012,p. 409-432
48. Buslaev A.P., Gorodnichev M.G. Microwave Eye of "Big Brother": What is Visible from the Window of MADI. Ninth International Conference on Traffic and Granular Flow 2011. Book of abstracts. M. T - Comm, 2011, 338 - 340 p.
49. Alexander P. Buslaev, Mikhail G. Gorodnichev, Andrew V. Provorov. One-dimensional Models of Particles Flow and Infocommunication Methods of Verification. The 2014 International Conference on Computational Science and Computational Intelligence (CSCI'14), March 10-12, 2014, Las Vegas, USA
50. Gorodnichev M.G. Some mathematical problems of car-following model. Proc. of Int. Conf. CMMSE 2012, V.2. 673-677.
51. Gorodnichev M.G., Nigmatulin A.N. Technical and program aspects on monitoring of highway flows (case study of Moscow city), Ninth International Conference on Dependability and Complex Systems, DepCoS-RELCOMEX 2013.
52. Буслаев А.П., Новиков А.В., Приходько В.М., Таташев А.Г., Яшина М.В. Вероятностные и имитационные подходы к оптимизации автодорожного движения

53. Буслаев А.П., Городничев М.Г., Яшина М.В. Интеллектуальные системы: SSHD - мониторинг многополосного движения и автоматическая обработка информации о трафике. Учебное пособие. М. - МТУСИ, 2012, - 100 стр.
54. Буслаев А.П., Городничев М.Г. О некоторых математических задачах в модели следования за лидером. Саратовская зимняя школа, тезисы доклада. 2012 - 1 с.
55. Валуев А.М. Моделирование транспортных процессов в формализме гибридных систем, 12-ое Всероссийское собрание по проблемам управления (ВСПУ-2014)
56. Глухарёв К.К., Валуев А.М., Калинин И.Н., Улюков И.Н. О моделировании автомобильных потоков на магистралях. Труды МФТИ, Информатики и математика, том 5, №4, 2013
57. Дрю Д. Теория транспортных потоков и управление ими. М.: Транспорт, 1972. – 424 с.
58. Таненбаум Э., Ван Стеен М., Распределенные системы. Принципы и парадигмы, Питер, 2003
59. Тихомиров В.М. Некоторые вопросы теории приближений, Наука, 1976
60. Хейт Ф. Математическая теория транспортных потоков: Пер. с англ. 1966. - 288 с.
61. Дж. Уизем. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. - 624 с.
62. Иносэ Х., Хамада Т. Управление дорожным движением. Под ред. М. Я. Блинкина. Пер. с англ. М. Транспорт 1983г. 248с.
63. М. А. Трапезникова, А. А. Чечина, Н. Г. Чурбанова, Д. Б. Поляков Математическое моделирование потоков автотранспорта на основе макро- и микроскопических подходов, Вестн. Астрахан. гос. техн. ун-та. Сер. управление, вычисл. техн. информ., 2014, № 1, 130–139
64. М. А. Трапезникова, И. Р. Фурманов, Н. Г. Чурбанова, Р. Липп Моделирование многополосного движения автотранспорта на основе теории клеточных автоматов, Матем. моделирование, 23:6 (2011), 133–146

65. <http://www.mercedes-benz.com>

66. <http://www.volvocars.com>