Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский технический университет связи и информатики»

На правах рукописи

ЛИПАТКИН Владислав Игоревич

## Повышение качества обнаружения широкополосного сигнала и точности совместного оценивания его параметров в условиях частотной дисперсии ионосферы Земли

Специальность 2.2.13 – Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата технических наук

> Научный руководитель: кандидат технических наук, доцент Лобов Е.М.

Москва, 2022

## Оглавление

введение	5
1 СОВМЕСТНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛА И ОЦЕНИВАНИЕ ЕГО	
ПАРАМЕТРОВ	
1.1 Основы оценивания параметров сигнала и потенциальная точность	ИХ
ОЦЕНИВАНИЯ	
1.1.1 Оценивание одного неизвестного параметра сигнала	
1.1.1.1 Основные выражения	
1.1.1.2 Потенциальная точность оценивания	18
1.1.2 Совместное оценивание нескольких параметров сигналов и потенция	ільная
точность их оценивания	
1.1.2.1 Основные выражения	21
1.1.2.2 Потенциальная точность оценивания ключевых параметров сигналов	22
1.1.2.3 Оценка трёх неизвестных неэнергетических параметров сигнала	24
1.2 Общая теория обнаружения сигнала с оцениванием нескольких неиз	ЗВЕСТНЫХ
НЕЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ	
1.2.1 Основные выражения	
1.2.2 Характеристики обнаружителя	
1.3 Дисперсионные искажения фазоманипулированных сигналов и влия	ание их
НА КАЧЕСТВО ОБНАРУЖЕНИЯ И ПРИЕМА ИНФОРМАЦИИ	
1.3.1 Математическая модель ионосферного канала	
1.3.2 Искажение отклика согласованного фильтра и энергетические потер	и из-за
дисперсионных искажений	
1.4 Постановка научной задачи исследования	
1.4.1 Ближайший прототип	
1.4.2 Алгоритмы обнаружения сигнала с оцениванием его параметров в ус	ловиях
лисперсионных искажений	38
	۸2 ۸2
2 СОВМЕСТНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛА В УСЛОВИЯХ	K
ШИРОКОПОЛОСНОГО ИОНОСФЕРНОГО КАНАЛА	

2.1 Математическая модель сигнала и выражения для вычисления компонент	
матрицы Фишера	. 44
2.1.1 Общие выражения	. 44
2.1.2 Частный случай для симметричных фазоманипулированных сигналов	. 55
2.1.3 Частный случай для фазоманипулированных сигналов большой длины	. 60
2.1.4 Сравнение полученных выражений с выражениями ближайшего прототипа	. 64
2.2 Имитационное моделирование	. 67
2.2.1 Оценивание параметров коротких несимметричных последовательностей	. 67
2.2.2 Оценивание параметров одиночного импульса	. 76
2.2.3 Оценивание параметров последовательности импульсов	. 84
2.3 РАСЧЕТ ПОТЕРЬ ПРИ ОЦЕНИВАНИИ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛА ПРИ ОТСУТСТВИИ	
КОМПЕНСАЦИИ ДИСПЕРСИОННЫХ ИСКАЖЕНИЙ	. 93
2.4 Выводы по разделу 2	103
3 АЛГОРИТМ СОВМЕСТНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛА. ПОЛВЕРЖЕННОГО	)
ДИСПЕРСИОННЫМ ИСКАЖЕНИЯМ, И ОЦЕНИВАНИЯ ЕГО ПАРАМЕТРОВ	105
<b>5.1</b> Обнаружение сигнала с неизвестным наклоном дисперсионной	105
З 1 1         Усполнатични общолизици од очини до о ноизволяти и и ноизвологи ПУ и	105
5.1.1 Аарактеристики оонаружителя сигнала с неизвестным наклоном дл и	106
начальной фазой	100
5.2 Обнагужение сигнала с неизбестным частотным сдбигом, задегжкой,	100
321 Уараитаристики обнаружиталя сигнала с наизрасти им настати им спригам	107
3.2.1 Ларактеристики обпаружителя сигнала с неизвестным частотным едвитом,	110
<b>3.3</b> REBORE TO PASTE TV <b>3</b>	114
<b>4</b> УСТРОИСТВО СОВМЕСТНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ И ОЦЕНИВАНИ	Я
ИХ ПАРАМЕТРОВ В УСЛОВИЯХ ШИРОКОПОЛОСНОГО ИОНОСФЕРНОГО	
КАНАЛА	116
4.1 АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ЧАСТОТНОГО СДВИГА ЧЕРЕЗ КОМПЛЕКСНЫЕ ГАРМОНИЧЕСКИЕ	
СИГНАЛЫ	116
4.2 Алгоритм оценки частотного сдвига через БПФ	119
4.3 Особенности реализации устройства на графическом процессоре	120
4.4 Вычислительная сложность алгоритмов	125
4.5 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕЛОВАНИЕ РАБОТЫ УСТРОЙСТВА	
	127

4.5.2	Работа устройства в реальном масштабе времени	
4.5.3	Исследования на модельных сигналах	132
4.5.4	Натурные испытания с использованием записей эфира	135
4.6 Вы	воды по разделу 4	137
ЗАКЛЮЧ	ЕНИЕ	139
список	ЛИТЕРАТУРЫ	143
ПРИЛОЖ	СЕНИЕ А. АКТЫ О ВНЕДРЕНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИИ	157

## Введение

#### Актуальность темы исследования.

В настоящее время, декаметровый диапазон активно используется для осуществления связи в удалённых и труднодоступных регионах мира, в том числе в Арктике и Антарктике. Актуальность применения декаметровой радиосвязи в данных районах связана с тем, что такие системы могут предложить надёжные и дешёвые решения с минимальной инфраструктурой, хорошо себя зарекомендовавшие на протяжении десятилетий. Разработка принципиально новых решений в области создания перспективных высокоскоростных интеллектуальных систем связи декаметрового диапазона является необходимым условием для обеспечения связанности территории Российской Федерации, а также занятия и удержания лидерских позиций в освоении и использовании Арктики и Антарктики (согласно Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации).

Развитие систем связи декаметрового диапазона в настоящее время в Мире направлено на расширение используемой полосы частот с целью увеличения скорости передачи информации или использования частотного ресурса на вторичной основе. Как правило, такие системы работают в полосе частот, не превышающей 100 кГц, в которой искажения используемых сигналов, связанные с частотной дисперсией коэффициента диэлектрической проницаемости плазмы ионосферы Земли, не оказывают существенного влияния на качество связи. Указанные дисперсионные искажения с учетом нестационарности ионосферы Земли являются существенным препятствием для расширения спектра используемых сигналов свыше 100 кГц и приводят также к снижению количественных показателей качества обнаружения и различения сигналов, а также к снижению показателей точности сопутствующего оценивания параметров этих сигналов.

Обычно оценивание параметров сигнала происходит одновременно с его обнаружением по известной части радиограммы или зондирующего (обучающего) синхроимпульса. В едином алгоритме может оцениваться множество параметров принимаемого сигнала: задержка сигнала, сдвиг частоты сигнала, амплитуда и начальная фаза сигнала. Повышение показателей качества обнаружения сигнала и оценивания его параметров может быть достигнуто путем дополнительного оценивания степени дисперсионных искажений сигнала с последующей их компенсацией, что требует модификации известных алгоритмов и составляет актуальную задачу. Аналогичная задача обнаружения сигнала с одновременным оцениванием множества его параметров, включая параметры специфичных для ионосферного канала искажений, возникает при разработке перспективных широкополосных загоризонтных радиолокаторов и ионозондов.

### Степень разработанности темы.

Исследованию дисперсионный искажений широкополосных сигналов в ионосфере Земли в различных гео- и гелиофизических условиях посвящено множество работ. В России можно выделить две крупные научные школы, занимающихся непосредственно компенсацией дисперсионных искажений широкополосных сигналов в ионосферном канале в задачах связи и зондирования: Поволжский государственный технологический университет (Иванов В.А., Иванов Д.В., Рябова Н.В. и др. [1-11]), Московский технический университет связи и информатики (Аджемов С.С., Лобов Е.М. и др. [13-24]). В качестве зарубежных работ стоит отметить работы сотрудников корпорации MITRE [25-27]. В качестве работ, посвящённых исследованию применения широкополосных сигналов в ионосферном канале, стоит отметить работы сотрудников корпорации Harris (John W. Nieto, William N. Furman и др. [28–31]), а также работы (A. Johansen и M. Jorgenson [32-34]). Большое количество зарубежных работ посвящено исследованию свойств ионосферы с помощью зондирования (М. Hervas, М. Stanic, Н. Lamy, J. Vanhamel и др. [35-45]). Отечественные ученые используют параметрическую модель для описания дисперсионных свойств ионосферного канала, в которой параметром является наклон дисперсионной характеристики канала (о котором подробно будет изложено в разделе 1). Наклон дисперсионной характеристики канала может быть оценен на приемной стороне на основе наблюдаемой реализации смеси сигнала с шумом, наряду с остальными параметрами сигнала.

Разработкой оптимальных алгоритмов оценивания параметров сигналов в различных условиях, а также исследованием качества этих алгоритмов занимается множество ученых в самых разных отраслях науки. Отдельно следует отметить две отечественные научные школы: Московский технический университет связи и информатики (Левин Б.Р., Шинаков Ю.С. и др. [46-52]), и Воронежский государственный университет (Е.И. Куликов, А.П. Трифонов и др. [53-55]). Существенный вклад в теорию обнаружения и оценивания внесли В.И. Тихонов и Б.И. Шахтарин [56-60]. Среди зарубежных исследователей, которые достигли значительных результатов в задачах обнаружения и оценивания, можно выделить ряд ученых: Д. Миддлтон, Г.Л. Ван Трис, С.М. Кэй, Б.С. Леви, Г.В. Мустракис и др. [61-78]

Основные теоретические результаты и практические разработки в области загоризонтной радиолокации в России были получены специалистами НИИДАР, РТИ им. академика А.Л. Минца. Наиболее актуальные результаты в открытой литературе на данный момент приведены в [79-81], при этом наибольшая используемая полоса сигнала составляет 100 кГц [81].

Исследователи упомянутых научных школ по алгоритмам оценивания параметров сигналов:

- при исследовании совместного оценивания параметров сигналов не учитывали возможные дисперсионные искажения сигналов, влияние этих искажений и процедуры их оценивания на точность оценивания других параметров;

- при исследовании задачи обнаружения сигналов, не учитывали влияние дисперсионных искажений и процедуры их оценивания на качество обнаружения сигналов.

Известные в настоящее время ионозонды и алгоритмы обработки сигналов вертикального и наклонного зондирования ионосферы предполагают работу в широкой полосе частот (~10 МГц), однако одновременная обработка осуществляется в диапазоне частот не превышающем десятки кГц [4, 6, 8, 9, 12], а также не исследуется потенциальная точность оценки частотного сдвига, который оказывает существенное влияние при длительном когерентном накоплении [5, 10, 11].

Отправной точкой для написания настоящей диссертации является классическая литература из области статистической радиотехники и радиолокации, в которой решаются задачи обнаружения сигналов и оценивания их параметров, а также работы [22, 113, 114]. В указанных работах получены следующие результаты, касающиеся исследования дисперсионных искажений сигналов и оценивания значения наклона дисперсионной характеристики, в частности:

- показано, что наклон дисперсионной характеристики является неэнергетическим параметром сигнала, поэтому его максимально правдоподобная оценка является асимптотически несмещенной и эффективной;

- получены аналитические выражения для расчета дисперсии оценки наклона дисперсионной характеристики при известной начальной фазе и неизвестной начальной фазе сигнала (все остальные параметры известны и не оцениваются);

 показано, что дисперсия оценки наклона дисперсионной характеристики обратно пропорциональна четвертой степени ширины спектра сигнала (для модельного сигнала с равномерным спектром);

- показано, что главный максимум отклика классического согласованного фильтра на сигнал, искаженный частотной дисперсией ионосферы Земли, уменьшается по уровню и увеличивается по длительности, что приводит к потерям в качестве обнаружения сигналов и потенциально может привести к ошибкам синхронизации по задержке (однако, количественных оценок качества синхронизации в известных работах не приводится);

- рассчитаны потери при обнаружении сигналов (без учета оценивания каких-либо параметров сигнала) и приеме информации при наличии дисперсионных искажений.

7

В открытой литературе отсутствуют алгоритмы обнаружения сигнала и совместного оценивания его параметров, которые учитывали бы наличие дисперсионных искажений сигнала и оценивание этих искажений наряду с остальными параметрами сигнала, что обусловило актуальность исследования. Отсутствие упомянутых алгоритмов не позволяет сделать вывод о качестве обнаружения сигнала и оценивания параметров сигнала в условиях дисперсионных искажений, с учетом неизбежного влияния дополнительного оцениваемого параметра, – наклона дисперсионной характеристики.

В настоящей диссертации под эффективностью алгоритмов понимается качество обнаружения сигналов и точность оценивания их параметров. Количественными показателями качества алгоритмов, используемыми в задаче обнаружения сигналов и показателями точности (эффективности) оценивания их параметров в классической литературе и в настоящей диссертации, являются:

- вероятность пропуска сигнала при его обнаружении (пропуск цели) для заданного уровня вероятности ложного обнаружения (ложной тревоги) в зависимости от отношения сигнал/шум;

- среднеквадратическое отклонение (или дисперсия) оценки в зависимости от отношения сигнал/шум.

Также рассматривается разность отношений сигнал/шум при одинаковых значениях показателя качества для разных алгоритмов или одного и того же алгоритма в различных условиях, для определения эквивалентного энергетического выигрыша или потерь в дБ.

**Цель работы.** Повышение качества обнаружения широкополосного сигнала и точности совместного оценивания его параметров в условиях частотной дисперсии ионосферы Земли.

**Научная задача** заключается в синтезе оптимальных алгоритмов совместного оценивания множества параметров сигнала с одновременным его обнаружением, включая оценивание наклона дисперсионной характеристики ионосферного канала, а также исследование количественных показателей эффективности полученных алгоритмов.

Для достижения поставленной цели и решения научной задачи в работе требуется решить комплекс взаимосвязанных частных научных задач:

- разработать алгоритм оптимального совместного оценивания параметров широкополосного сигнала декаметрового диапазона (начальной фазы, задержки, смещения частоты) в условиях дисперсионных искажений сигнала, включая оценивание наклона дисперсионной характеристики, как параметра, количественно описывающего дисперсионные искажения;

- получить выражения для вычисления показателей точности оценивания параметров сигнала в условиях дисперсионных искажений;

8

- разработать алгоритм оптимального совместного оценивания параметров широкополосного сигнала декаметрового диапазона с одновременным его обнаружением;

- получить выражения для вычисления вероятностей пропуска цели и ложной тревоги, а также для расчета порога обнаружения по критерию Неймана-Пирсона, в условиях оценивания параметров сигнала, включая параметр дисперсионных искажений;

- провести вычислительные эксперименты для определения показателей эффективности разработанных алгоритмов;

- разработать вычислительно эффективный алгоритм совместного оценивания параметров широкополосного сигнала декаметрового диапазона с одновременным его обнаружением и устройство, реализующее указанный алгоритм на базе графических процессоров (GPU);

- провести эксперимент на реальной трассе для проверки разработанного устройства и подтверждения основных выводов, сформулированных по результатам исследования.

Объектом исследования являются широкополосные радиосигналы декаметрового диапазона длин волн.

**Предметом исследования** являются алгоритмы совместного оценивания множества параметров сигнала с одновременным его обнаружением, включая оценивание наклона дисперсионной характеристики ионосферного канала.

Методология и методы исследования. При решении поставленных задач исследования использовались методы цифровой обработки сигналов, теории электрической связи, теории случайных процессов, теории вероятностей, статистической радиотехники, методы вычислительного эксперимента.

### Научная новизна работы.

- Аналитические выражения элементов матрицы Фишера в рамках задачи оценивания четырех параметров сигнала, – начальной фазы, смещения частоты, задержки и наклона дисперсионной характеристики канала, – получены впервые. Выражения для дисперсий соответствующих оценок и корреляционных функций (а также коэффициентов корреляции) пар оценок получены впервые.
- 2. Установлена корреляционная связь между оценками наклона дисперсионной характеристики канала и начальной фазой широкополосного фазоманипулированного сигнала. Установлено, что дисперсионные искажения сигнала приводят к ненулевой корреляционной связи между оценками задержки и частотного сдвига фазоманипулированного сигнала, уменьшающейся с ростом длительности сигнала.
- 3. Аналитические выражения, позволяющие вычислить среднеквадратическое отклонение оценок начальной фазы, смещения частоты, задержки в условиях

неоптимального приема, т.е. при отсутствии компенсации дисперсионных искажений - получены впервые.

4. Получены аналитические выражения для расчета вероятностей ложной тревоги и пропуска цели в задаче совместного оценивания параметров сигнала и одновременного его обнаружения, отличающиеся от известных тем, что учитывают область неопределенности оценки наклона дисперсионной характеристики.

Достоверность результатов и выводов обеспечивается корректностью применения математических методов и соответствием результатов, полученных путем аналитических расчетов, численного моделирования и натурного эксперимента.

**Теоретическая и практическая значимость работы**. Теоретическая значимость работы заключается в полученных новых аналитических выражениях, позволяющих рассчитать дисперсию оценок параметров широкополосного сигнала в условиях дисперсионных искажений, включая дисперсию оценки наклона дисперсионной характеристики канала, а также вероятности ложной тревоги и пропуска цели при одновременном обнаружении упомянутого сигнала.

Практическая значимость заключается в разработанном вычислительно эффективном алгоритме и устройстве обнаружения сигнала с одновременным совместным оцениванием его параметров, которые были апробированы на модельных и натурных записях сигналов.

Результаты диссертационного исследования использовались:

- при разработке программных модулей обработки широкополосных сигналов декаметрового диапазона в рамках СЧ ОКР «Близнец-ТУС»;

- при решении задач НИР «Алгоритмы обнаружения широкополосных сигналов со сверхбольшой базой, когерентным накоплением энергии сигналов и одновременным оцениванием их параметров в условиях дисперсионных искажений в ионосферном радиоканале».

## Апробация работы.

Результаты, изложенные в диссертации, были представлены и обсуждены на следующих конференциях:

- 2020 Systems of signals generating and processing in the field of on board communications (SOSG 2020), г. Москва, МТУСИ, 2020 г. [82];
- 2020 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO 2020), г. Светлогорск, Российская Федерация [83];
- 2021 Systems of signals generating and processing in the field of on board communications (SOSG 2021), г. Москва, МТУСИ, 2021 г. [84];
- 2021 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO 2021), г. Светлогорск, Российская Федерация [85,86].

## Публикации результатов.

По теме диссертации было опубликовано 14 работ [82-95]. Из них 3 опубликованы в журнале из списка ВАК [89-91], 6 работ проиндексированы в базах данных Web of Science и SCOPUS [82-87] (одна из которых в Q1 [87]). Получено 4 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ [92-95].

## Личный вклад автора.

Все выносимые на защиту научные результаты получены соискателем лично. Из работ, опубликованных в соавторстве, в диссертацию включена только та их часть, которая выполнена лично соискателем.

## Структура работы.

Диссертация состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка литературы и одного приложения. Основная часть изложена на 156 страницах машинописного текста, содержит 107 рисунков и 3 таблицы; список литературы состоит из 149 наименований.

### Соответствие паспорту специальности.

Проведенное автором исследование соответствует п. 2 «Исследование методов и алгоритмов обработки радиосигналов, учитывающих эффекты их рассеяния и отражения при прохождении через различные среды распространения» и п. 3 «Разработка и исследование радиотехнических устройств и систем, обеспечивающих улучшение характеристик точности, быстродействия и помехоустойчивости» паспорта специальности 2.2.13 – Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения.

## Положения, выносимые на защиту.

1. Дисперсионные искажения фазоманипулированных сигналов **приводят** к ненулевой корреляции оценок задержки и сдвига частоты сигнала, уменьшающейся с увеличением длительности сигнала, при этом качество оценивания задержки сигнала и сдвига частоты будет стремиться к соответствующему значению при отсутствии дисперсионных искажений.

2. Оценивание параметров фазоманипулированных сигналов с одновременным оцениванием наклона дисперсионной характеристики в полосе 400 кГц позволяет уменьшить СКО оценки задержки до 10 раз, СКО оценки частотного сдвига до 1.7 раз, СКО оценки фазы до 2.4 раза при ОСШ выше 16 дБ, что эквивалентно энергетическому выигрышу от 4.5 дБ до 20 дБ при заданном уровне СКО оценок.

3. Разработанный алгоритм совместного оценивания параметров сигнала и его обнаружения в условиях дисперсионных искажений **позволяет уменьшить** вероятность пропуска цели более чем в 100 раз для ОСШ выше 15 дБ и обеспечивает энергетический выигрыш порядка 2 дБ в части обнаружения при фиксированном уровне вероятности ложной

тревоги 1.0е-3 по сравнению с алгоритмом обнаружения без компенсации дисперсионных искажений.

4. Устройство обнаружения широкополосного сигнала с одновременным совместным оцениванием начальной фазы, задержки, частотного сдвига сигнала и наклона дисперсионной характеристики канала, реализованное на GPU имеет вычислительно эффективную структуру и, в отличие от известных, позволяет в реальном масштабе времени обрабатывать сигналы длительностью до 2 с в полосе до 400 кГц с базой порядка 59 дБ и потерями в качестве оценивания относительно модели, не превышающими 1 дБ.

## 1 Совместное обнаружение сигнала и оценивание его параметров

## 1.1 Основы оценивания параметров сигнала и потенциальная точность их оценивания

## 1.1.1 Оценивание одного неизвестного параметра сигнала 1.1.1.1 Основные выражения

Пусть на выходе аналого-цифрового преобразователя приёмного устройства наблюдается сигнально-шумовая смесь:

$$x_i = s_i(\alpha) + n_i , i = 1 \div N$$
(1.1)

где  $s_i(\alpha)$ ,  $i=1 \div N$  - отсчёты полезного сигнала,  $\alpha$  - случайный полезный параметр, который требуется оценить,  $n_i$ ,  $i=1 \div N$  - отсчёты комплексного квазибелого гауссовского шума с нулевым средним (m=0) и дисперсией  $\sigma_{uu}^2$ , N – длина выборки.

Оцениваемые параметры можно разделить на два класса: энергетические и неэнергетические. Энергетические параметры – это те, от которых зависит отношение сигналшум (ОСШ) на выходе оптимального приёмника. Например, амплитуда и длительность сигнала. Если ОСШ на выходе оптимального приёмника не зависит от конкретного значения оцениваемого параметра, то такой параметр называется неэнергетическим.

Оценку параметра  $\alpha$  обозначим как  $\hat{\alpha}$ . Так как абсолютно точное определение параметра  $\alpha$  невозможно из-за случайного характера  $x_i$ ,  $i = 1 \div N$ , то между оценкой и истинным значением параметра наблюдается расхождение, называемое ошибкой оценивания, влекущей за собой потери. При этом в зависимости от цели получения оценок, последствия от ошибок могут быть различными. Поскольку вероятность ошибки всегда не равна нулю, то необходимо каким-либо образом охарактеризовать качество различных оценок. С этой целью в теории принятия решений введена функция потерь  $C(\alpha, \hat{\alpha})$  [53]. Эта функция каждой комбинации из оценки и истинного значения параметра приписывает определённое значение потерь. Обычно потери неотрицательны, то есть  $C(\alpha, \hat{\alpha}) \ge 0$ .

Физический смысл функции потерь состоит в том, что каждой возможной ошибке приписывается определённый неотрицательный вес. При этом, наименее желательным ошибкам

приписываются наибольшие веса. Естественно, что определение «наименее желательной» ошибки зависит от цели оценивания. Поэтому выбор конкретного вида функции потерь  $C(\alpha, \hat{\alpha})$  зависит от решаемой задачи. К сожалению, не существует объективного выбора функции потерь, и он в той или иной степени является субъективным.

Потери при любом типе оценки являются случайными, следовательно, не могут быть использованы для описания качества оценки. Поэтому для этой цели используют среднее значение функции потерь  $M[C(\alpha, \hat{\alpha})]$ , так как оно учитывает все возможные типы поведения системы оценки, все типы ошибок и относительную частоту их появления. Среднее значение (условное или безусловное) функции потерь называется средним риском (условным или безусловным).

Оценка, получаемая по критерию минимума безусловного среднего риска, носит имя Байесовской оценки.

Безусловный средний риск определятся как:

$$R(\hat{\alpha}) = \int_{z} dx \int_{-\infty}^{\infty} C(\alpha - \hat{\alpha}) \omega(\alpha, \mathbf{x}) d\alpha , \qquad (1.2)$$

где *z* - *i* -мерная область пространства, которая охватывает выборки всех возможных реализаций вектора наблюдений  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, ..., x_N]^T$ ,  $\omega(\alpha, \mathbf{x})$  – совместная функция плотности вероятности (ФПВ)  $\mathbf{x}$  (совокупная выборка) и параметра  $\alpha$ .

Так как  $\omega(\mathbf{x})$  положительная функция, то минимизация выражения (1.2) сводится к минимизации апостериорного риска  $R_{ps}(\hat{\alpha}) = \int_{0}^{\infty} C(\alpha - \hat{\alpha})\omega(\alpha / \mathbf{x})d\alpha$ :

$$\frac{d}{d\hat{\alpha}} \Big[ R_{ps}(\hat{\alpha}) \Big] \Big|_{\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_{b}} = \frac{d}{d\hat{\alpha}} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} C(\alpha - \hat{\alpha}) \omega(\alpha / \mathbf{x}) d\alpha \right] \Big|_{\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_{b}} = 0, \quad (1.3)$$

где  $\hat{\alpha}_{E}$  – искомая Байесовская оценка. Минимальное значение безусловного среднего риска, соответствующие Байесовской оценке, называется Байесовским риском.

Безусловный средний риск  $R(\hat{\alpha})$  можно вычислить для любого правила точечной оценки, причём всегда выполняется условие

$$R(\hat{\alpha}) \geq R_m = R(\hat{\alpha}_B)$$

Заметим, что из выражения (1.3) следует, что от вида функции риска  $C(\alpha - \hat{\alpha})$  главным образом зависит получаемое в результате процедуры оценивания значение оценки  $\hat{\alpha}$ .

Критерий Байеса при всех видах функции потерь связан с апостериорной ФПВ. Таким образом, критерий Байеса основан на полной априорной информации об оцениваемом параметре, то есть он даёт ответ на вопрос, каким образом нужно использовать всю априорную информацию, чтобы получить наилучшую оценку. Однако, при решении многих прикладных задач в радиотехнике полная априорная информация отсутствует, что затрудняет применение Байесовской оценки. Один из возможных путей решения этой проблемы – предположить то или иное распределение оцениваемого параметра и использовать его.

При простой функции потерь  $C(\alpha - \hat{\alpha}) = c_0 - \delta(\alpha - \hat{\alpha})$  происходит минимизация вероятности неправильного решения. Всем ошибкам приписывается одинаковый вес  $c_0$ , то есть любые ошибки нежелательны. Такая Байесовская оценка также называется оценкой по максимуму апостериорной ФПВ  $\omega(\alpha / \mathbf{x})$ . Однако, если  $\omega(\alpha) \approx const$  в интервале возможных значений оцениваемого параметра, то  $\omega(\alpha / \mathbf{x})$  с точностью до постоянного параметра совпадает с  $\omega(\mathbf{x}/\alpha)$ . Функция  $\omega(\mathbf{x}/\alpha)$  называется функцией правдоподобия и представляет собой ФПВ наблюдений  $\mathbf{x}$  при фиксированном значении параметра  $\alpha$ .

Такая оценка называется оценкой максимального правдоподобия (МП) и определяется как положение максимума  $\omega(\mathbf{x}/\alpha)$ .

МП оценка применяется, если:

- 1. Оцениваемый параметр неизвестен, но не случаен.
- 2. Априорное распределение оцениваемого параметра  $\omega(\alpha)$  не известно.
- 3. Получение  $\omega(\alpha / \mathbf{x})$  сложнее, чем функции правдоподобия  $\omega(\mathbf{x} / \alpha)$ .

Преимущества МП оценки:

- 1. В большинстве прикладных случаев МП оценка близка к Байесовской оценке (при простой функции потерь).
- МП оценка не зависит от взаимно-однозначного безынерционного (по оцениваемому параметру) преобразованию сигнала.
- 3. Аналитическое определение качества оценки параметра проще, чем при других методах.
- 4. Если существует эффективная оценка, то МП оценка эффективна.

- 5. При гауссовском шуме алгоритм МП оценивания не зависит от мощности шума.
- При неограниченном увеличении ОСШ МП оценка асимптотически эффективная и несмещённая.

Существенный недостаток: при больших уровнях помех и интервалов возможных значений оцениваемого параметра появляются ложные максимумы, что снижает её эффективность из-за аномальных ошибок.

В диссертации рассматривается только МП оценка, так как все оцениваемые параметры полагаются неизвестными, а не случайными, а также, из-за вышеприведённых преимуществ.

Рассмотрим более подробно вычисление МП оценок для сигналов, принятых на фоне аддитивного белого гауссовского шума (АБГШ). На практике обычно вместо максимума функции правдоподобия используют максимум логарифма функции правдоподобия. Тогда логарифм функции правдоподобия для наблюдений (1.1) при оценивании неэнергетического параметра имеет вид (без постоянных параметров, которые не влияют на результат при нахождении максимума)

$$L = \ln \left[ \omega \left( \mathbf{x} / \alpha \right) \right] = \frac{1}{\sigma_{u}^2} \sum_{i=1}^N x_i \tilde{s}_i \left( \hat{\alpha} \right), i = 1 \div N, \qquad (1.4)$$

Энергетического

$$L = \ln \left[ \omega \left( \mathbf{x} / \alpha \right) \right] = \frac{1}{\sigma_{u}^{2}} \sum_{i=1}^{N} x_{i} \tilde{s}_{i} \left( \hat{\alpha} \right) - Q(\hat{\alpha}) / 2, \ i = 1 \div N$$
(1.5)

где  $\tilde{s}_i(\hat{\alpha})$ ,  $i = 1 \div N$  – отсчёты опорного сигнала, сформированного на основе априорных сведений о информационном сигнале и неизвестном параметре  $\alpha$ ,  $\hat{\alpha}$  – текущая оценка значения параметра  $\alpha$ ,  $Q(\hat{\alpha}) = \frac{1}{\sigma_w^2} \sum_{i=1}^N \tilde{s}_i^2(\hat{\alpha})$  – ОСШ.

Удобным способом записи (1.4) и (1.5) для проведения аналитических процедур при вычислении качества оценки является:

$$L = \rho^2 \mathbf{S}(\alpha, \hat{\alpha}) + \rho N(\hat{\alpha}), \qquad (1.6)$$

$$L = \rho^2 \mathbf{S}(\alpha, \hat{\alpha}) + \rho N(\hat{\alpha}) - Q(\hat{\alpha})/2, \qquad (1.7)$$

где S( $\alpha$ , $\hat{\alpha}$ ) – сигнальная составляющая логарифма функции правдоподобия,  $N(\hat{\alpha}_k)$  – шумовая составляющая логарифма функции правдоподобия,  $\rho^2 = \frac{E_s}{\sigma_w^2}$  – отношение сигнал-шум (ОСШ),

 $E_{s}$  – энергия информационного сигнала,  $S(\alpha, \hat{\alpha}) = \frac{1}{E_{s}} \sum_{i=1}^{N} s_{i}(\alpha) \tilde{s}_{i}(\hat{\alpha})$  и  $N(\hat{\alpha}) = \frac{1}{\sqrt{E_{s}}\sigma_{u}} \sum_{i=1}^{N} n_{i} \tilde{s}_{i}(\hat{\alpha})$ 

Если (1.1) сформулирована в виде комплексной огибающей сигнала:

$$\dot{x}_i = \dot{s}_i(\alpha) + \dot{n}_i$$
,  $i = 1 \div N$ 

где  $\dot{x}_i = \operatorname{Re}(\dot{x}_i) + j \operatorname{Im}(\dot{x}_i)$ ,  $\dot{s}_i(\alpha) = \operatorname{Re}(\dot{s}_i(\alpha)) + j \operatorname{Im}(\dot{s}_i(\alpha))$ ,  $\dot{n}_i = \operatorname{Re}(\dot{n}_i) + j \operatorname{Im}(\dot{n}_i)$  Квадратуры квазибелого гауссовского шума  $\dot{n}_i$ ,  $i = 1 \div N$  независимы и некоррелированы:  $M\left[\operatorname{Re}(\dot{n}_i)\operatorname{Re}(\dot{n}_{i+1})\right] = 0$  и  $M\left[\operatorname{Im}(\dot{n}_i)\operatorname{Im}(\dot{n}_{i+1})\right] = 0$ ,  $M\left[\operatorname{Re}(\dot{n}_i)\operatorname{Im}(\dot{n}_j)\right] = 0$  при любых i, j, их математическое ожидание равно нулю  $M\left[\operatorname{Re}(\dot{n}_i)\right] = M\left[\operatorname{Im}(\dot{n}_i)\right] = 0$ , а дисперсия - $D\left[\operatorname{Re}(\dot{n}_i)\right] = D\left[\operatorname{Im}(\dot{n}_i)\right] = \sigma_{ui}^2$ .

Тогда логарифм функции правдоподобия без постоянных параметров, которые сократятся при нахождении максимума, для энергетического и неэнергетического параметра соответственно примет вид

$$L = \ln\left[\omega(\mathbf{x}/\alpha)\right] = \operatorname{Re}\left(\frac{1}{\sigma_{u}^{2}}\sum_{i=1}^{N}\dot{x}_{i}(\alpha)\tilde{s}_{i}^{*}(\hat{\alpha})\right) = \rho^{2}\operatorname{S}(\alpha,\hat{\alpha}) + \rho N(\hat{\alpha}), i = 1 \div N, \quad (1.8)$$
$$L = \ln\left[\omega(\mathbf{x}/\alpha)\right] = \operatorname{Re}\left(\frac{1}{\sigma_{u}^{2}}\sum_{i=1}^{N}\dot{x}_{i}(\alpha)\tilde{s}_{i}^{*}(\hat{\alpha})\right) - Q(\hat{\alpha})/2 =$$
$$= \rho^{2}\operatorname{S}(\alpha,\hat{\alpha}) + \rho N(\hat{\alpha}) - Q(\hat{\alpha})/2, i = 1 \div N, \quad (1.9)$$

где

$$\mathbf{S}(\alpha, \hat{\alpha}) = \operatorname{Re}\left(\frac{1}{E_s}\sum_{i=1}^{N} \dot{s}_i(\alpha)\tilde{s}_i^*(\hat{\alpha})\right), N(\hat{\alpha}) = \operatorname{Re}\left(\frac{1}{\sqrt{E_s}\sigma_u}\sum_{i=1}^{N} \dot{n}_i\tilde{s}_i^*(\hat{\alpha})\right), Q(\hat{\alpha}) = \frac{1}{\sigma_u^2}\sum_{i=1}^{N} \left|\tilde{s}_i(\hat{\alpha})\right|^2.$$

Максимально правдоподобная оценка неизвестных параметра *α* определяется как положение максимума логарифма функции правдоподобия:

$$\hat{\alpha}_{_{MII}} = \arg \max_{\hat{\alpha} \in (-\infty,\infty)} (L).$$
(1.10)

Для сигналов с неизвестной равномерно распределённой на интервале  $[0;2\pi)$  начальной фазой  $\varphi_0$  ( $\varphi_0$  не оценивается) оценка  $\hat{\alpha}$  находится как аргумент максимума (1.10) следующих выражений:

$$\lambda = \left| \frac{1}{\sigma_{u}^{2}} \sum_{i=1}^{N} \dot{x}_{i} \left( \alpha \right)_{i} \tilde{s}_{i}^{*} \left( \hat{\alpha} \right) \right| = \rho^{2} r \left( \alpha, \hat{\alpha} \right)$$
(1.11)

- *α* неэнергетический параметр,

$$L = \ln \left[ I_0 \left( \rho^2 r(\alpha, \hat{\alpha}) \right) \right] - Q(\hat{\alpha}) / 2$$
(1.12)

 $-\alpha$  энергетический параметр,

где 
$$r(\alpha, \hat{\alpha}) = \left\{ G^2(\alpha, \hat{\alpha}) + 2\varepsilon N_1(\hat{\alpha}) + \varepsilon^2 N_2(\hat{\alpha}) \right\}^{1/2}, \ G(\alpha, \hat{\alpha}_k) = \left| \frac{1}{E_s} \sum_{i=1}^N \dot{s}_i(\alpha) \tilde{s}_i^*(\hat{\alpha}) \right|,$$
  
 $N_1(\hat{\alpha}) = N_{\text{Re}}(\hat{\alpha}) \left[ S_{\text{Re}}(\alpha, \hat{\alpha}) \cos \varphi_0 + S_{\text{Im}}(\alpha, \hat{\alpha}) \sin \varphi_0 \right] +$   
 $+ N_{\text{Im}}(\hat{\alpha}) \left[ S_{\text{Re}}(\alpha, \hat{\alpha}) \sin \varphi_0 - S_{\text{Im}}(\alpha, \hat{\alpha}) \cos \varphi_0 \right], \qquad N_2(\hat{\alpha}) = N_{\text{Re}}^2(\hat{\alpha}) + N_{\text{Im}}^2(\hat{\alpha}) = \left| \frac{1}{\sqrt{E_s}\sigma_u} \sum_{i=1}^N \dot{n}_i \tilde{s}_i^*(\hat{\alpha}) \right|^2,$   
 $S_{\text{Re}}(\alpha, \hat{\alpha}) = \text{Re}\left( \frac{1}{E_s} \sum_{i=1}^N \dot{s}_i(\alpha) \tilde{s}_i^*(\hat{\alpha}) \right), \ S_{\text{Im}}(\alpha, \hat{\alpha}) = \text{Im}\left( \frac{1}{E_s} \sum_{i=1}^N \dot{s}_i(\alpha) \tilde{s}_i^*(\hat{\alpha}) \right),$   
 $N_{\text{Re}}(\hat{\alpha}) = \text{Re}\left( \frac{1}{\sqrt{E_s}\sigma_u} \sum_{i=1}^N \dot{n}_i \tilde{s}_i^*(\hat{\alpha}) \right), \ N_{\text{Im}}(\hat{\alpha}) = \text{Im}\left( \frac{1}{\sqrt{E_s}\sigma_u} \sum_{i=1}^N \dot{n}_i \tilde{s}_i^*(\hat{\alpha}) \right), \ I_0(\cdot) - \text{модифицированная}$ 

функция Бесселя первого рода, нулевого порядка,  $\varepsilon = 1/\rho$ .

Заметим, что для получения выражений (1.11) и (1.12) функция правдоподобия была усреднена по  $\varphi$ :

$$\omega(\mathbf{x} / \alpha) = \int_{0}^{2\pi} \omega(\mathbf{x} / \alpha, \varphi) \omega(\varphi) d\varphi$$

в предположении равномерного распределения фазы  $\omega(\varphi) = (2\pi)^{-1}$  при  $\varphi \in [0; 2\pi)$ .

## 1.1.1.2 Потенциальная точность оценивания

Как уже было написано выше о качестве оценки можно судить по значению среднего риска. Однако, в прикладных задачах более удобно оперировать такими характеристиками как смещение, рассеяние и дисперсия оценки:

$$b(\hat{\alpha}_{M\Pi} / \alpha) = M[\hat{\alpha}_{M\Pi} - \alpha] = \int_{-\infty}^{+\infty} [\hat{\alpha}_{M\Pi}(\mathbf{x}) - \alpha] \omega(\mathbf{x} / \alpha) d\mathbf{x},$$
$$Z(\hat{\alpha}_{M\Pi} / \alpha) = M[(\hat{\alpha}_{M\Pi} - \alpha)^{2}] >= \int_{-\infty}^{+\infty} [\hat{\alpha}_{M\Pi}(\mathbf{x}) - \alpha]^{2} \omega(\mathbf{x} / \alpha) d\mathbf{x},$$
$$D(\hat{\alpha}_{M\Pi} / \alpha) = M[(\hat{\alpha}_{M\Pi} - M[\alpha])^{2}].$$

Оценку параметра сигнала, для которой смещение равно нулю, называют несмещенной. В данном случае среднее значение оценки совпадает с истинным значением оцениваемого параметра:  $M[\hat{\alpha}_{MII}] = \alpha$ . Если среднее значение оценки совпадает с истинным значением с точность до константы  $M[\hat{\alpha}_{MII}] = \alpha + \beta$ , то говорят, что такая оценка имеет известное смещение. В противном случае оценка имеет неизвестное смещение, и является смещенной. Очевидно, что отсутствие смещения оценки не является достаточным критерием качества оценки, так как функция плотности вероятности  $\omega(\alpha)$ , может быть центрирована относительно  $\hat{\alpha}$ , но иметь высокую дисперсию, что приведет к большим ошибкам при оценивании. Отсюда вводят требование при построении оценок, которое заключается в получении оценок с минимальным дисперсией или минимальным рассеянием.

В математической статистике введено понятие эффективных оценок [53]. В случае смещенных оценок параметров сигналов, эффективной оценкой  $\alpha_E$  называют такую оценку, у которой среднее значение квадрата отклонения оценки от истинного значения оцениваемого параметра  $\alpha$  не превышает среднее значение квадрата отклонения любой другой оценки  $\hat{\alpha}_{MII}$ :

$$Z_{E}(\alpha) = [\langle (\alpha_{E} - \alpha)^{2} \rangle] \le [\langle (\hat{\alpha} - \alpha)^{2} \rangle].$$
(1.13)

В случае несмещенной оценки рассеяние оценки совпадает с ее дисперсией  $Z(\hat{\alpha}_{M\Pi} / \alpha) = D(\hat{\alpha}_{M\Pi} / \alpha)$ . Отсюда можно заметить, что оценка с минимальной дисперсией будет являться эффективной несмещенной оценкой.

Нижняя граница (минимум) условной дисперсии  $D(\hat{\alpha}_{M\Pi} / \alpha)$  называется границей Рао-Крамера, в честь учёных, которые получили для неё общие выражения. То есть, если дисперсия оценки минимальна (совпадает с границей Рао-Крамера), то такая оценка называется эффективной.

Заметим, что МП оценка произвольного параметра является асимптотически несмещённой и эффективной. Тогда, нижняя граница (граница Рао-Крамера) дисперсии оценки МП для произвольного параметра имеет вид [53]:

$$D(\hat{\alpha}_{M\Pi} / \alpha) = \frac{1}{\rho^2 \left(\frac{\partial^2 S(\alpha_1, \alpha_2)}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2}\right)_{\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha}}, \qquad (1.14)$$

 $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  – разные возможные значения оцениваемого параметра.

Если параметр неэнергетический, то, учитывая, что в общем случае для неэнергетических

параметров 
$$\frac{\partial^2 S(\alpha_1, \alpha_2)}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} = -\frac{\partial^2 S(\alpha - \hat{\alpha})}{\partial \hat{\alpha}^2}$$
, выражение (1.14) принимает вид [53]

$$D(\hat{\alpha}_{M\Pi} / \alpha) = -\frac{1}{\rho^2 \left(\frac{d^2 S(\hat{\alpha} - \alpha)}{d\hat{\alpha}^2}\right)_{\hat{\alpha} = \alpha}}.$$
(1.15)

Для сигналов с неизвестной, равномерно распределённой на интервале  $[0; 2\pi)$  начальной фазой, которую не требуется оценивать, минимальная дисперсия оценки энергетического параметра равна

$$D(\hat{\alpha}_{M\Pi} / \alpha, \varphi_0) = \frac{1}{\rho^2 \left(\frac{\partial^2 G(\alpha_1, \alpha_2)}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2}\right)_{\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha}}.$$
(1.16)

Неэнергетического параметра:

$$D(\hat{\alpha}_{MII} / \alpha, \varphi_0) = -\frac{1}{\rho^2 \left(\frac{d^2 G(\hat{\alpha} - \alpha)}{d\hat{\alpha}^2}\right)_{\hat{\alpha} = \alpha}}.$$
(1.17)

Дисперсии (1.14) - (1.17) ещё называют дисперсиями оценки неизвестного параметра в первом приближении.

Оценка неэнергетического параметра детерминированного сигнала и сигнала с случайной равномерно распределённой начальной фазой несмещённая. Поэтому, так как в диссертации исследуется качество оценки неэнергетических параметров, за основной показатель качества принята дисперсия оценки.

Некоторое распространение для теоретического анализа качества оценки, получили дисперсии оценки в третьем приближении. Для неэнергетических параметров для детерминированного сигнала и сигнала с неизвестной начальной фазой они, соответственно, имеют вид:

$$D(\hat{\alpha}_{M\Pi} / \alpha) = -\frac{1}{\rho^{2}} \left[ \frac{d^{2}S(\hat{\alpha} - \alpha)}{d\hat{\alpha}^{2}} \right]^{-1} \left[ 1 + \frac{1}{\rho^{2}} \frac{d^{4}S(\hat{\alpha} - \alpha)}{d\hat{\alpha}^{4}} \left( \frac{d^{2}S(\hat{\alpha} - \alpha)}{d\hat{\alpha}^{2}} \right)^{-2} \right]_{\hat{\alpha} = \alpha}, \quad (1.18)$$

$$D(\hat{\alpha}_{M\Pi} / \alpha) = -\frac{1}{\rho^{2}} \left[ \frac{d^{2}G(\hat{\alpha} - \alpha)}{d\hat{\alpha}^{2}} \right]^{-1} \left[ 1 + \frac{1}{\rho^{2}} \left( 1 + \frac{d^{4}G(\hat{\alpha} - \alpha)}{d\hat{\alpha}^{4}} \left( \frac{d^{2}G(\hat{\alpha} - \alpha)}{d\hat{\alpha}^{2}} \right)^{-2} \right) \right]_{\hat{\alpha} = \alpha}. \quad (1.19)$$

Заметим, что все вышеприведённые выражения для дисперсии оценок не учитывают аномальных ошибок.

## 1.1.2 Совместное оценивание нескольких параметров сигналов и потенциальная точность их оценивания

### 1.1.2.1 Основные выражения

В случае оценки не одного неизвестного параметра, а нескольких, сигнал на выходе аналого-цифрового преобразователя приёмного устройства можно записать как:

$$x_i = s_i(\mathbf{0}, \mathbf{\gamma}) + n_i \quad , i = 1 \div N \tag{1.20}$$

где  $s_i(\theta, \gamma)$ ,  $i = 1 \div N$  - отсчёты полезного сигнала,  $-\theta$  вектор, содержащий набор неизвестных оцениваемых параметров сигнала  $s_i(\theta, \gamma)$ :  $\theta = \theta_1, \theta_2, ..., \theta_\mu, \mu$  – количество неизвестных параметров,  $\gamma$  - вектор неоцениваемых мешающих параметров размерностью *G* (например начальная фаза, как рассматривалось в 1.1)  $n_i$ ,  $i = 1 \div N$  – некоррелированные и независимые отсчёты белого гауссовского шума с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_u^2$ , N – длина принятой выборки в отсчётах.

Предположим, что сигнал не содержит никаких мешающих параметров, т.е. все его неизвестные параметры являются информационными и, следовательно, подлежат измерению. Тогда выражение (1.20) можно записать в виде:

$$x_i = s_i(\mathbf{\theta}) + n_i, \ i = 1 \div N \tag{1.21}$$

Тогда, задача оценивания сводится в оценке векторной случайной величины  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, ..., \theta_\mu]$ . В таком случае можно проследить общность задачи оценивания вектора полезных параметров с задачей оценки одного неизвестного параметра, рассмотренной в разделе 1.1. В соответствие с критерием МП оценка вектора неизвестных параметров будет равна аргументу абсолютного максимума функции правдоподобия:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{M\Pi} = \underset{\hat{\boldsymbol{\theta}} \in (-\infty,\infty)}{\arg \max} \left( \omega \left( \mathbf{x} \,/\, \boldsymbol{\theta} \right) \right). \tag{1.22}$$

Либо

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{M\Pi} = \underset{\hat{\boldsymbol{\theta}} \in (-\infty,\infty)}{\arg \max} \left( L \right), \tag{1.23}$$

 $\mathbf{L} = \ln \omega (\mathbf{x} / \mathbf{\theta}).$ 

В случае совместной оценки нескольких параметр логарифм отношения правдоподобия можно представить аналогично (1.6), (1.7) заменив один оцениваемый параметр на вектор  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, ..., \theta_{\mu}]$ . При оценке нескольких неизвестных параметров по комплексной огибающей сигнала, правила решения (1.8), (1.9), (1.11), (1.12) расширяются аналогично, заменой одного параметра на вектор  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, ..., \theta_{\mu}]$ .

Рассмотрим случай, когда вектор мешающих параметров присутствует в полезном сигнале. В данном случае векторы полезных  $\boldsymbol{\Theta}$  и мешающих параметров  $\boldsymbol{\gamma}$  можно объединить в один ( $\mu$ +G) - мерный вектор  $\mathbf{l} = \{\boldsymbol{\Theta}, \boldsymbol{\gamma}\}$ , считая, что все его элементы подлежат оцениванию. Получив оценку  $\hat{\mathbf{l}}$  вектора I по методу МП, можно отбросить оценки G неинформационных мешающих параметров  $\hat{\boldsymbol{\gamma}}$ . Однако, если мешающие параметры являются случайными величинами с достоверно известной априорной  $\Phi \Pi B \omega(\boldsymbol{\gamma})$ , более удобным оказывается избавится от мешающих параметров путем усреднения функции правдоподобия для I по всем  $\boldsymbol{\gamma}$  с учетом известного распределения вероятностей возможных значений мешающих параметров  $\boldsymbol{\gamma}$ :

$$\omega(\mathbf{x}/\mathbf{\theta}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega(\mathbf{x}/\mathbf{l})\omega(\mathbf{y})d\mathbf{y}$$

Теперь оценка по МП сводится к выражению (1.22).

## 1.1.2.2 Потенциальная точность оценивания ключевых параметров сигналов

При совместной оценке нескольких параметров помимо смещения и дисперсии оценок требуется знать статистическую связь между ошибками оценки. С этой целью используется функция взаимной корреляции оценок. Условная взаимная корреляционная функция оценок параметров  $\theta_i$  и  $\theta_m$  равна

$$K_{jp}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{M\Pi} / \boldsymbol{\theta}\right) = M\left[\left(\hat{\theta}_{j} - M\left[\hat{\theta}_{j}\right]\right)\left(\hat{\theta}_{p} - M\left[\hat{\theta}_{p}\right]\right)\right], \ j = 1 \div \mu, \ p = 1 \div \mu.$$
(1.24)

Для совпадающих  $\theta_{j}$  и  $\theta_{p}$ , j = p (1.24) совпадает с дисперсией оценки  $K_{pp}\left(\hat{\theta}_{M\Pi p} \mid \theta_{p}\right) = D\left(\hat{\theta}_{M\Pi p} \mid \theta_{p}\right)$ 

Для многомерного случая оценку векторного параметра  $\boldsymbol{\Theta}$  считают несмещенной, если несмещенными будут оценки  $\theta_{MIIp}$ ,  $p = 1...\mu$  всех индивидуальных параметров  $\theta_p$ ,  $p = 1...\mu$  :  $M[\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{MII}] = \boldsymbol{\Theta}$  при любом значении  $\boldsymbol{\Theta}$ . Необходимые и достаточные условия существования

совместной эффективной оценки векторного параметра аналогичные условиям существования эффективной оценки одного неизвестного параметра [53]. Это значит, что совместные МП оценки будут асимптотически несмещёнными и эффективными при  $\rho \rightarrow \infty$ .

Корреляционная матрица МП оценок неизвестных параметров в первом приближении в отсутствии неоцениваемых неизвестных параметров равна [53]

$$K_{jp}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{M\Pi} / \boldsymbol{\theta}\right) = \frac{A_{pj}}{\rho^2 \Omega} \bigg|_{\hat{\boldsymbol{\theta}} \to \boldsymbol{\theta}} , \quad j = 1 \div \mu, \quad p = 1 \div \mu, \quad (1.25)$$

где  $\Omega$  – определитель матрицы Фишера *W*, состоящей из набора частных производных  $\frac{\partial^2 S(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_{1j} \partial \theta_{2p}}$ ,  $S(\theta_1, \theta_2)$  - сигнальная составляющая логарифма функции правдоподобия или её вещественная часть, если оценка производится по комплексной огибающей сигнала (компактная запись),  $A_{nij}$  – алгебраические дополнения матрицы *W*,  $j=1\div\mu$ ,  $p=1\div\mu$ ,  $\mu$  - количество оцениваемых параметров. Для совпадающих индексов j и p (1.25) соответствует дисперсиям оценок исследуемых параметров, для несовпадающий – взаимным функциям корреляции оценок.

Для случая совместной оценки нескольких параметров узкополосного радиосигнала со случайной равномерно распределённой начальной фазой взаимная корреляционная функция оценок максимального правдоподобия имеет вид:

$$K_{jp}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{M\Pi} / \boldsymbol{\theta}, \varphi\right) = \frac{A_{pj}}{\rho^2 \Omega_{\varphi}} \bigg|_{\hat{\boldsymbol{\theta}} \to \boldsymbol{\theta}} , \quad j = 1 \div \mu , \quad p = 1 \div \mu$$
(1.26)

 $\Omega_{\varphi}$  – определитель матрицы  $W_{\varphi}$ , состоящей из набора частных производных  $\frac{\partial^2 G(\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2)}{\partial \theta_{1j} \partial \theta_{2m}}$ ,  $G(\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2)$  - модуль сигнальной составляющей логарифма функции правдоподобия.

Если ограничиваться только первым приближением, то совместные оценки произвольных параметров в первом приближении несмещённые и имеют нормальное распределение.

Для неэнергетического параметра в весьма общем случае [53] соблюдается  $\frac{\partial^2 S(\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2)}{\partial \theta_{1j} \partial \theta_{2p}} = -\frac{\partial^2 S(\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \hat{\theta}_j \partial \hat{\theta}_p}, \qquad \frac{\partial^2 G(\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2)}{\partial \theta_{1j} \partial \theta_{2m}} = -\frac{\partial^2 G(\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \hat{\theta}_j \partial \hat{\theta}_p}.$  В таком случае оценки строго

несмещенные.

Выражение для коэффициента корреляции можно записать как

$$r_{jp}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MTI} / \boldsymbol{\theta}\right) = \frac{K_{jp}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MTI} / \boldsymbol{\theta}\right)}{\sqrt{K_{jj}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MTI} / \boldsymbol{\theta}\right)K_{pp}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MTI} / \boldsymbol{\theta}\right)}}, \quad j = 1 \div \mu, \quad p = 1 \div \mu.$$
(1.27)

## 1.1.2.3 Оценка трёх неизвестных неэнергетических параметров сигнала

Рассмотрим вычисление дисперсий оценок при совместном оценивании трех параметров радиосигнала: задержки, частоты и начальной фазы. Такая постановка задачи является классической, так как именно эти параметры обычно неизвестны на приёмной стороне. Комплексная огибающая принимаемого сигнала может быть представлена в форме:

$$\dot{x}(t,\varphi,\tau,f_d) = e^{-j\varphi} e^{j2\pi f_d(t-\tau)} \dot{x}_0(t-\tau) + \dot{n}(t), t = -T_{\mu}/2 \div T_{\mu}/2$$

где  $\dot{x}_0(t)$  – комплексная огибающая сигнала с нулевыми значениями оцениваемых параметров,  $\tau$ ,  $f_d$ ,  $\varphi$  – неизвестная задержка, частотный сдвиг и фаза сигнала,  $\dot{n}(t)$  - комплексная огибающая белого гауссовского шума с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_u^2$ ,  $T_n$  – время наблюдения, которое учитывает длительность сигнала и его возможные сдвиги на оси времени из-за наличия задержки.

Модель сигнала приведена в непрерывном времени с целью предоставления более компактных аналитических выражений. Вместо функции правдоподобия будем рассматривать функционал правдоподобия и логарифм от него.

Модель опорного сигнала тогда записывается в форме:

$$\dot{x}^{*}(t,\hat{\varphi},\hat{\tau},\hat{f}_{d}) = e^{j\hat{\varphi}}e^{-j2\pi\hat{f}_{d}(t-\hat{\tau})}\dot{x}_{0}^{*}(t-\hat{\tau})$$

где  $\hat{\tau}$ ,  $\hat{f}_d$ ,  $\hat{\phi}_0$  – оценки задержки, частотного сдвига и фазы соответственно.

Тогда сигнальная составляющая функционала правдоподобия имеет вид:

$$S(f_{d_1}, f_{d_2}, \tau_1, \tau_2, \varphi_1, \varphi_2) = \operatorname{Re}\left[\frac{1}{E_s} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}(t, \varphi_1, \tau_1, f_{d_1}) \dot{x}^*(t, \varphi_2, \tau_2, f_{d_2}) dt\right] = \\ = \operatorname{Re}\left[e^{-j(\varphi_1 - \varphi_2)} e^{j2\pi f_{d_2}\tau_2} e^{-j2\pi f_{d_1}\tau_1} \frac{1}{E_s} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}_0 (t - \tau_1) \dot{x}_0^*(t - \tau_2) e^{j2\pi t(f_{d_1} - f_{d_2})} dt\right].$$

Воспользовавшись формулой (1.25), получим, что выражения для условной дисперсии фазы, задержки, частотного сдвига и их взаимных функций корреляции равны

$$D(\hat{\varphi}_{M\Pi} / \tau, \varphi, f_d) = \frac{1}{\rho^2} \left( 1 + \frac{f_d^2}{F_{_{3\phi\phi}}^2 \left( 1 - \rho_{\tau_f}^2 \right)} \right), \tag{1.28}$$

$$D(\hat{\tau}_{M\Pi} / \tau, \varphi, f_d) = \frac{1}{\rho^2} \frac{1}{4\pi^2 F_{_{3\phi\phi}}^2 \left(1 - \rho_{\tau f}^2\right)},$$
(1.29)

$$D(\hat{f}_{d,M\Pi} / \tau, \varphi, f_d) = \frac{1}{\rho^2} \frac{1}{4\pi^2 T_{_{s\phi\phi}}^2 \left(1 - \rho_{\tau f}^2\right)},$$
(1.30)

$$K(\hat{\varphi}_{M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi} / \tau, \varphi, f_d) = \frac{1}{\rho^2} \frac{-f_d}{2\pi F_{s\phi\phi}^2 \left(1 - \rho_{\tau f}^2\right)}, \qquad (1.31)$$

$$K(\hat{\varphi}_{M\Pi}, \hat{f}_{d,M\Pi} / \tau, \varphi, f_d) = \frac{1}{\rho^2} \frac{-f_d \rho_{\tau f}}{2\pi F_{_{\varphi \phi \phi}} T_{_{\varphi \phi \phi}} \left(1 - \rho_{\tau f}^2\right)},$$
(1.32)

$$K(\hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi} / \tau, \varphi, f_d) = \frac{1}{\rho^2} \frac{\rho_{\tau f}}{4\pi^2 F_{_{3}\phi\phi} T_{_{3}\phi\phi} \left(1 - \rho_{\tau f}^2\right)},$$
(1.33)

где

$$F_{_{_{3}\phi\phi\phi}} = \sqrt{\frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty} f^{2} \left| \dot{X} \left( j2\pi f \right) \right|^{2} df}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{X} \left( j2\pi f \right) \right|^{2} df}} - 3\phi\phi$$
ективная ширина спектра сигнала,  

$$T_{_{3}\phi\phi} = \sqrt{\frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty} \left( t - \tau_{_{0}} \right)^{2} \left| \dot{x}_{_{0}} \left( t - \tau \right) \right|^{2} dt}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{x}_{_{0}} \left( t - \tau \right) \right|^{2} dt}} - 3\phi\phi$$
ективная длительность сигнала, 
$$\rho_{\tau f} = \frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty} t f_{_{s}}(t) \left| \dot{x}_{_{0}} \left( t \right) \right|^{2} dt}{F_{_{3}\phi\phi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{x}_{_{0}} \left( t \right) \right|^{2} dt}$$

– коэффициент частотно-временной связи,  $\dot{X}(j2\pi f)$  – спектр комплексной огибающей  $\dot{x}_0(t)$ , который полагается симметричным по модулю относительно нуля,  $\gamma(t) = 2\pi \int_0^t f_s(t) dt$  – закон угловой модуляции комплексной огибающей  $\dot{x}_0(t)$ . Выражения для коэффициентов корреляции примут вид:

$$r(\hat{\varphi}_{M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi} / \tau, \varphi, f_d) = \frac{-f_d}{\sqrt{F_{s\phi\phi}^2 \left(1 - \rho_{\tau f}^2\right) + f_d^2}},$$
(1.34)

$$r(\hat{\varphi}_{M\Pi}, \hat{f}_{d,M\Pi} / \tau, \varphi, f_d) = \frac{-f_d \rho_{\tau f}}{\sqrt{F_{_{3}\phi\phi}^2 \left(1 - \rho_{\tau f}^2\right) + f_d^2}},$$
(1.35)

$$r(\hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi} / \tau, \varphi, f_d) = \rho_{\tau f}, \qquad (1.36)$$

Заметим, что выражения (1.28) - (1.36) в дальнейшем будут использоваться для анализа влияния частотной дисперсии ионосферного канала на качество оценки неизвестных параметров сигнала. Коэффициент частотно-временной связи  $\rho_{rf}$  имеет смысл коэффициента корреляции оценок сдвига частоты и задержки как двух случайных величин.

Стоит отметить важный факт: качество оценивания параметра совместно с неизвестной начальной фазой сигнала эквивалентно качеству оценивания этого же параметра при усреднении по неизвестной фазе в предположении равномерности ее распределения.

# 1.2 Общая теория обнаружения сигнала с оцениванием нескольких неизвестных неэнергетических параметров

### 1.2.1 Основные выражения

Рассмотрим две гипотезы. Первая гипотеза  $H_0$ , утверждает, что на вход приёмного устройства поступил только шум. Вторая –  $H_1$ , говорит о наличии информационного сигнала в принятой выборке:

$$\begin{cases} H_0: y_i = n_i, i = 1 \div N, \\ H_1: y_i = x_i(\mathbf{0}) + n_i, i = 1 \div N, \end{cases}$$
(1.37)

где  $x_i(\mathbf{\theta})$ ,  $i=1 \div N$  – отсчёты информационного сигнала, искажённого радиоканалом,  $x_i$ ,  $i=1 \div N$  – отсчёты переданного информационного сигнала,  $\mathbf{\theta}$  – вектор, содержащий набор неизвестных неэнергетических параметров сигнала  $x_i(\mathbf{\theta})$ :  $\mathbf{\theta} = \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{\mu}, \mu$  – количество неизвестных параметров,  $n_i$ ,  $i=1 \div N$  – некоррелированные и независимые отсчёты белого гауссовского шума с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_u^2$ , N – длина принятой выборки в отсчётах.

Задача состоит в синтезе оптимального устройства совместного обнаружения и оценивания неизвестных параметров сигнала.

Логарифм отношения правдоподобия при (1.37) имеет вид

$$\tilde{L} = \ln\left[\Lambda\left(\mathbf{y}_{N}\right)\right] = \frac{1}{\sigma_{u}^{2}} \sum_{i=1}^{N} y_{i} \tilde{x}_{i}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}\right), \ i = 1 \div N, \qquad (1.38)$$

где  $\Lambda(\mathbf{y}_N)$  – отношение правдоподобия,  $\mathbf{y}_N$  – совокупная выборка принятого сигнала,  $\tilde{x}_i(\hat{\mathbf{\theta}})$ ,  $i=1 \div N$  – отсчёты опорного сигнала, сформированного на основе априорных сведений о информационном сигнале и неизвестных параметрах  $\mathbf{\Theta}$ ,  $\hat{\mathbf{\Theta}}$  – текущая оценка неизвестных параметров  $\mathbf{\Theta}$ .

Максимально правдоподобные оценки неизвестных параметров **ө** вычисляются по аналогии с (1.22) как

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MII} = \arg \max\left(\tilde{L}\right). \tag{1.39}$$

Под  $\max(\tilde{L})$  понимается абсолютный максимум логарифма отношения правдоподобия.

Устройство обнаружения должно принимать решение о том, присутствует или нет сигнал в принятой выборке после определения оценки  $\hat{\theta}_{_{MII}}$ . Исходя из этого запишем правило принятия решения как

$$\max\left[\tilde{L}\right] = \max\left[\frac{1}{\sigma_{u}^{2}}\sum_{i=1}^{N}y_{i}\tilde{x}_{i}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}\right)\right]^{\gamma_{1}\gamma_{0}} \geq < C, \qquad (1.40)$$

где решение  $\gamma_1$  принимается, если максимум логарифма отношения правдоподобия превзошёл или равен порогу *C*, а решение  $\gamma_0$ , если  $\max[\tilde{L}]$  меньше *C*. Значение порога рассчитывается исходя из типа обнаружителя. Полученные оценки параметров  $\hat{\theta}$  имеют смысл при принятии решения в пользу наличия сигнала в наблюдаемой выборке.

Если на входе обнаружителя наблюдается не вещественный сигнал, а его комплексная огибающая, то (1.37) переписывается как

$$\begin{cases} H_0: \dot{y}_i = \dot{n}_i, i = 1 \div N, \\ H_1: \dot{y}_i = \dot{x}_i(\mathbf{0}) + \dot{n}_i, i = 1 \div N, \end{cases}$$
(1.41)

где  $\dot{y}_i = \operatorname{Re}(\dot{y}_i) + j \operatorname{Im}(\dot{y}_i), \quad \dot{x}_i(\mathbf{0}) = \operatorname{Re}(\dot{x}_i(\mathbf{0})) + j \operatorname{Im}(\dot{x}_i(\mathbf{0})), \quad \dot{n}_i = \operatorname{Re}(\dot{n}_i) + j \operatorname{Im}(\dot{n}_i).$  Квадратуры квазибелого гауссовского шума  $\dot{n}_i, \quad i = 1 \div N$  независимы:  $M\left[\operatorname{Re}(\dot{n}_i)\operatorname{Re}(\dot{n}_{i+1})\right] = 0$  и  $M\left[\operatorname{Im}(\dot{n}_i)\operatorname{Im}(\dot{n}_{i+1})\right] = 0, \quad M\left[\operatorname{Re}(\dot{n}_i)\operatorname{Im}(\dot{n}_i)\right] = 0$  при любых  $i, \quad j$ , их математическое ожидание равно нулю  $M\left[\operatorname{Re}(\dot{n}_i)\right] = M\left[\operatorname{Im}(\dot{n}_i)\right] = 0,$  а дисперсия  $-D\left[\operatorname{Re}(\dot{n}_i)\right] = D\left[\operatorname{Im}(\dot{n}_i)\right] = \sigma_u^2.$ 

Тогда, логарифм отношения правдоподобия и правило принятия решения при условиях (1.41) принимают следующий вид:

$$\tilde{L} = \operatorname{Re}\left(\frac{1}{\sigma_{u}^{2}}\sum_{i=1}^{N}\dot{y}_{i}\tilde{x}_{i}^{*}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}\right)\right), \qquad (1.42)$$

$$\max\left[\tilde{L}\right] = \max\left[\operatorname{Re}\left(\frac{1}{\sigma_{u}^{2}}\sum_{i=1}^{N}\dot{y}_{i}\tilde{x}_{i}^{*}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}\right)\right)\right] \stackrel{\gamma_{1}\gamma_{0}}{\geq} < C, \qquad (1.43)$$

где \* – символ комплексного сопряжения.

Если среди параметров  $\boldsymbol{\Theta}$  находится случайная равномерно распределённая начальная фаза сигнала  $\varphi_0$ , которую нет необходимости оценивать, то отношение правдоподобия усредняют по  $\varphi_0$ , в следствие чего, выражение для правила принятия решения записывается как

$$\max\left[\Lambda\left(\mathbf{y}_{N}\right)\right] = \max\left[\left|\frac{1}{\sigma_{u}^{2}}\sum_{i=1}^{N}\dot{y}_{i}\tilde{x}_{i}^{*}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}\right)\right|\right]^{\gamma_{1}\gamma_{0}} \leq C , \qquad (1.44)$$

где обозначим

$$\tilde{L} = \left| \frac{1}{\sigma_{u}^2} \sum_{i=1}^N \dot{y}_i \tilde{x}_i^* \left( \hat{\boldsymbol{\theta}} \right) \right| \,. \tag{1.45}$$

Оценка параметров  $\hat{\theta}_{_{MII}}$  определяется по (1.39), где  $\tilde{L}$  соответствует (1.38), (1.42) или (1.45) в зависимости от постановки задачи.

## 1.2.2 Характеристики обнаружителя

Важными характеристиками работы устройства обнаружения являются вероятность ложной тревоги и пропуска цели. Их также называют ошибками первого и второго рода.

Для получения выражений вероятностей ложной тревоги и пропуска цели необходимо рассмотреть логарифм отношения правдоподобия и найти распределение его максимума для обоих гипотез.

Перепишем выражение логарифма отношения правдоподобия как

$$L = \rho^2 \mathbf{S}(\mathbf{\theta}, \hat{\mathbf{\theta}}) + \rho N(\hat{\mathbf{\theta}}) , \qquad (1.46)$$

где S $(\mathbf{\theta}, \hat{\mathbf{\theta}})$  – сигнальная составляющая логарифма отношения правдоподобия,  $N(\hat{\mathbf{\theta}})$  – шумовая составляющая логарифма отношения правдоподобия,

$$\mathbf{S}(\boldsymbol{\theta}, \hat{\boldsymbol{\theta}}) = \mathbf{Re}\left(\frac{1}{E_s}\sum_{i=1}^{N} \dot{x}_i(\boldsymbol{\theta}) \dot{\tilde{x}}_i^*(\hat{\boldsymbol{\theta}})\right), \text{ или } \mathbf{S}(\boldsymbol{\theta}, \hat{\boldsymbol{\theta}}) = \frac{1}{E_s}\sum_{i=1}^{N} x_i(\boldsymbol{\theta}) \tilde{x}_i^*(\hat{\boldsymbol{\theta}}) - \text{для вещественных сигналов,}$$

$$N(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \operatorname{Re}\left(\frac{1}{\sqrt{E_s}\sigma_{u}}\sum_{i=1}^{N}\dot{n}_i\dot{\tilde{x}}_i^*(\hat{\boldsymbol{\theta}})\right) \quad \text{или} \quad N(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \frac{1}{\sqrt{E_s}\sigma_{u}}\sum_{i=1}^{N}\dot{n}_i\dot{\tilde{x}}_i^*(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \quad \text{для вещественных сигналов}$$

(вероятностные характеристики у них совпадают). Рассмотрим выражение (1.46) для двух случаев.

При справедливости гипотезы  $H_0$ 

$$L = \rho N\left(\hat{\mathbf{\theta}}\right). \tag{1.47}$$

Тогда вероятность ложной тревоги равна вероятности того, что абсолютный максимум логарифма отношения правдоподобия превысит порог при отсутствии сигнала в принятой выборке:

$$\alpha = P\left(\max\left[L\right] \ge C / H_0\right) = P\left(\rho N\left(\hat{\theta}_m\right) \ge C\right) ,$$

 $\hat{\mathbf{\theta}}_{m}$  — точка максимума.

На основании изложенного в работе [55] было получено выражение для вероятности ложной тревоги:

$$\alpha = P\left(\rho N\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}\right) \ge C\right) = 1 - P\left(\hat{N}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}\right) < C\right) \simeq$$

$$\simeq \begin{cases} 1 - \exp\left(-\frac{\xi C^{\mu-1}}{\left(2\pi\right)^{(\mu+1)/2} \rho^{\mu-1}} \exp\left(-\frac{C^2}{2\rho^2}\right)\right), C \ge \rho \sqrt{\mu-1} \\ 1, \qquad C < \rho \sqrt{\mu-1} \end{cases}, \quad (1.48)$$

где  $\xi = v\sqrt{\Omega}$  – приведённый объём априорной области  $\Theta$ , характеризующий число различимых значений неизвестных параметров в области  $\Theta$ ,  $\Omega$  – определитель матрицы Фишера  $W = \|S_{ij}\|$ ,

$$S_{ij} = \frac{\partial^2 S\left(\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2\right)}{\partial \theta_{1i} \partial \theta_{2j}} \bigg|_{\boldsymbol{\theta}}, i, j = 1...\mu , \text{ fige } M\left[\hat{N}\left(\boldsymbol{\theta}_1\right)\hat{N}\left(\boldsymbol{\theta}_2\right)\right] = S\left(\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2\right), \ \rho N\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_k\right) = \hat{N}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_k\right).$$

Для получения выражения вероятности пропуска цели  $\beta$  подробно рассматривается логарифм отношения правдоподобия при гипотезе  $H_1$ . Полный анализ проведен в работе [55] и получено, что

$$\beta = \begin{cases} \exp\left(-\frac{\xi C^{\mu-1}}{(2\pi)^{(\mu+1)/2}}\exp\left(-\frac{C^{2}}{2\rho^{2}}\right)\right) \times \\ \times \frac{\rho^{\mu/2-1}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{C} \exp\left(\frac{4\rho^{4}-M^{2}}{4\rho^{2}}\right) D_{-\mu/2}\left(\frac{(2\rho^{2}-M)}{\rho}\right) dM, C \ge \rho\sqrt{\mu-1} \\ 0, \qquad C < \rho\sqrt{\mu-1} \end{cases}$$
(1.49)

где 
$$D_{-\mu/2}\left(\frac{(2\rho^2 - M)}{\rho}\right) = 2^{\mu/4} \exp\left(-\frac{(2\rho^2 - M)^2}{4\rho^2}\right) H_{-\mu/2}\left(\frac{2\rho^2 - M}{\sqrt{2}\rho}\right) - функция параболического$$

цилиндра,  $H_{-\mu/2}\left(\frac{2\rho^2 - M}{\sqrt{2}\rho}\right) = \frac{1}{\Gamma(\mu/2)} \int_{0}^{\infty} t^{\mu/2-1} \exp\left(-t^2 - 2t\left(\frac{2\rho^2 - M}{\sqrt{2}\rho}\right)\right) dt$  – интегральное

представление функции Эрмита,  $\Gamma(x) - \Gamma$ амма-функция.

Не все системы имитационного моделирования содержат интегральное представление функции параболического цилиндра  $D_n(z)$  в виде специальной функции. Поэтому, может быть удобно воспользоваться следующим, более общим выражением для расчёта вероятности пропуска цели:

$$\beta = \begin{cases} \exp\left(-\frac{\xi C^{\mu-1}}{(2\pi)^{(\mu+1)/2}} \exp\left(-\frac{C^2}{2\rho^2}\right)\right) \int_{-\infty}^{C} W_{M_s}(M) dM, \ C \ge \rho \sqrt{\mu-1} \\ 0, \qquad \qquad C < \rho \sqrt{\mu-1} \end{cases}$$
(1.50)

где  $W_{M_{S}}\left(M\right)$  определяется как

$$W_{M_{s}}(M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\rho\Gamma(\mu/2)} \int_{0}^{\infty} \lambda^{\mu/2-1} \exp\left(-\frac{\left(M-\rho^{2}-\lambda\right)^{2}}{2\rho^{2}}-\lambda\right) d\lambda$$

В задаче обнаружения сигнала и совместного оценивания его параметров, процедура оценивания осуществляется оптимальным алгоритмом по критерию максимума функции правдоподобия, а процедура обнаружения осуществляется оптимальным алгоритмом по критерию Неймана-Пирсона.

## 1.3 Дисперсионные искажения фазоманипулированных сигналов и влияние их на качество обнаружения и приема информации

## 1.3.1 Математическая модель ионосферного канала

Частотная дисперсия среды распространения электромагнитных волн (в т.ч. ионосферы Земли) – это зависимость коэффициента диэлектрической проницаемости этой среды от частоты распространяющейся в ней электромагнитной волны [103]. В совокупности с неравномерностью электронной концентрации ионосферы по высоте, частотная дисперсия приводит к тому, что гармонические сигналы преломляются и распространяются различным образом в ионосфере в зависимости от их частоты (по различным траекториям при наклонном падении на ионосферный слой). Сказанное справедливо и для отдельных гармонических составляющих спектра Гармонические составляющие широкополосного широкополосного сигнала. сигнала, распространяясь по различным траекториям, претерпевают различные фазовые задержки, такие, что общая зависимость задержки от составляющей частоты в спектре сигнала становится нелинейной. Это приводит к тому, что отдельные узкополосные участки спектра широкополосного сигнала распространяются в ионосфере с различной групповой скоростью, и будут приняты с различной групповой задержкой распространения. Сказанное иллюстрируется рисунком 1.1. Как результат – широкополосный сигнал искажается и возникают потери при его обработке.

Приведем основные положения модели канала с частотной дисперсией, которую будем использовать при решении поставленной задачи [107]. Основой модели канала с частотной

дисперсией являются результаты прогнозирования упомянутой выше групповой задержки распространения узкополосного сигнала на трассе в зависимости от его центральной частоты. Методы и средства выполнения указанного прогнозирования выходят за рамки настоящего исследования работы и рассматриваться не будут.

На рисунке 1.2 изображены прогнозируемые ионограммы распространения сигнала в ионосферном канале на трассе Москва-Омск на 26 октября 2016, 9:00 UTC (полученные с помощью комплекса прогнозирования, разработанного в МТУСИ [131,132]). На ионограмме приведены обыкновенная и необыкновенная компоненты, которые были отражены от слоёв Е и F2 (Ео и Ex, F2o и F2x для обыкновенной и необыкновенной компоненты соответственно). При прогнозировании учитывалось наличие магнитного поля Земли.



Рисунок 1.1 – Траектории распространения отдельных гармонических составляющих широкополосного сигнала [113]

Жирными линиями для наглядности изображен интересующий диапазон частот, – от 23.5 МГц до 24.5 МГц. Этот диапазон частот также выделен на рисунке тонкими вертикальными линиями. В указанном диапазоне принимаются 4 различные многолучевые компоненты сигнала – по 2 пары магнитоионных компонент, отраженных от нижней (с задержкой порядка 7.8 мс) и верхней (с задержкой порядка 8.3 мс) части слоя F2. Зависимость времени распространения от частоты (дисперсионная характеристика – ДХ) для каждого луча в интересуемом диапазоне аппроксимируется полиномом от частоты

$$\tau(f) = \sum_{k=0}^{K} \alpha_k f^k , \qquad (1.51)$$

где К - максимальная степень полинома.

Из результатов, которые отражены в [107], известно, что для односкачковых трасс (1F2) в зависимости от расстояния *D* можно принять следующие параметры: K = 3 для  $0 < D \le 200$  (в км), K = 2 для  $200 < D \le 1000$  и K = 1 для  $1000 < D \le 4000$ ; для двухскачковых (2F2): K = 2 для  $4000 < D \le 5500$  и K = 1 для  $5500 < D \le 8000$ . Заметим также, что коэффициент наклона касательной к дисперсионной характеристике (1.51) увеличивается в ночное время в 2.5 - 3.5 раза и увеличиваются в 3-5 раз с увеличением числа скачков (порядка моды) по сравнению со своим значением в дневное время для односкачковой трассы. Из модели ионосферного канала следует, что крутизна ДХ увеличивается с приближением рабочей частоты к максимально применимой частоте (МПЧ).





Частотная характеристика ионосферного канала [107] для *i*-го луча определяется следующим выражением:

$$\dot{U}_i(f) = U_{i0}(f) e^{-j\varphi_i(f)},$$
 (1.52)

где  $U_{i0}(f)$  – АЧХ канала для *i*-го луча,  $\varphi_i(f)$  – ФЧХ канала для *i*-го луча.

ФЧХ описывается с помощью выражения

$$\varphi_i(f) = \varphi_i(f_p) + 2\pi \int_{f_p}^f \tau_{\scriptscriptstyle Hi}(f) df$$
,  $f_p$  – рабочая частота, (1.53)

 $\tau_{w}(f)$  – групповая задержка наклонного распространения на трассе (1.51).

Вычислить импульсную характеристику ионосферного канала, соответствующую *i*-му лучу распространения можно с помощью применения обратного преобразования Фурье к частотной характеристики ионосферного канала (1.52).

Для большинства трасс дальнего распространения (и в условиях работы вдали от МПЧ) можно ограничиться линейным законом в (1.51) и квадратичным в (1.53):

$$\tau_{_{Hi}}(f) = \tau_{_{0i}}(f_p) + s_i(f - f_p), \qquad (1.54)$$

$$\varphi_i(f) = \varphi_i(f_p) + 2\pi\tau_{0i}(f_p) \left(f - f_p\right) + \pi s_i \left(f - f_p\right)^2, \qquad (1.55)$$

где *s<sub>i</sub>* – наклон дисперсионной характеристики (ДХ) канала для *i*-го луча.

Отчеты компании MITRE [133-136] доказывают справедливость и адекватность модели ионосферного канала с квадратичной ФЧХ. Современные публикации отечественных авторов из республики Марий Эл [5-8,10] содержат описание набора экспериментов по измерению ФЧХ ионосферного канала с помощью ионосферного зонда, использующего серию импульсов с дискретным переключением центральной частоты.

Исследования различных авторов [1-11, 13-24, 107-130, 133-136] показали, что дисперсионные искажения широкополосных сигналов приводят к размытию по задержке и уменьшению по уровню отклика согласованного фильтра на приемной стороне. Это приводит к энергетическим потерям (снижению по уровню и расширению пика сигнала на выходе согласованного фильтра) при обнаружении и различении принимаемых сигналов, а также к сложностям в синхронизации (см. раздел 1.3.2). Указанные потери возникают из-за рассогласования алгоритма обработки сигнала с самим искаженным сигналом. Устранение потерь возможно при должной компенсации дисперсионных искажении, которая может быть выполнена согласованием алгоритма обработки с сигналом с учетом его дисперсионных искажений.

Рассмотрим частотную характеристику ионосферного канала для одного луча в предположении линейного закона ДХ и единичной АЧХ:

$$\dot{U}_{i}(\omega) = U(\omega) e^{-j\varphi(f)} = e^{-j\varphi(f)} = e^{-j\left[\varphi(f_{p}) + 2\pi\tau_{0}(f_{p})(f - f_{p}) + \pi_{s}(f - f_{p})^{2}\right]}$$
(1.56)

Упростим формулу (1.56) для анализа дисперсионных искажений. Фазовый сдвиг на рабочей частоте  $\varphi(f_p)$  и значение групповой задержки  $\tau_0(f_p)$  не влияют на искажения сигналов, следовательно, их значения можно считать нулевыми. Также, в работе полагается, что компенсаторы дисперсионных искажений работают в области видеочастот и, как следствие, обрабатывают квадратуры принимаемого сигнала. Примем, что искаженный сигнал без дополнительных аппаратурных искажений переносится из диапазона рабочих частот в диапазон видеочастот. С учётом вышеизложенного, в (1.56) можно положить, что  $f_p = 0$ . Тогда частотная характеристика ионосферного канала примет вид:

$$U(j2\pi f) = e^{-j\pi s f^{2}}, \ f \in [-\Delta f / 2; \ \Delta f / 2],$$
(1.57)

где  $\Delta f$  - полоса пропускания канала. Такая передаточная функция ионосферного канала соответствует комплексной огибающей импульсной характеристики канала в отсутствии многолучевого распространения сигнала. Также, будем считать, что канал с частотной дисперсией не вносит задержку, а только искажает форму полезного сигнала.

## 1.3.2 Искажение отклика согласованного фильтра и энергетические потери из-за дисперсионных искажений

Комплексная огибающая сигнала на выходе канала  $\dot{x}(t,s)$  определяется выражением:

$$\dot{x}(t,s) = \int_{-\Delta f/2}^{\Delta f/2} \dot{S}_{x}(j2\pi f)U(j2\pi f)e^{j2\pi tf}df = \int_{-\Delta f/2}^{\Delta f/2} \dot{S}_{x}(j2\pi f)e^{-j\pi sf^{2}}e^{j2\pi tf}df, \qquad (1.58)$$

где  $\dot{S}_x(j2\pi f)$  – спектральная плотность сигнала на входе канала,  $\Delta f$  – ширина спектра сигнала,  $U(j2\pi f)$  – частотная характеристика канала с частотной дисперсией, которая определяется выражением (1.57).

В отсутствии существенной частотной дисперсии ( $s \approx 0$ ) все частотные компоненты сигнала на выходе корреляционного приемника складываются синфазно в момент окончания принимаемого сигнала. Тогда как квадратичный закон ФЧХ при наличии частотной дисперсии нарушает синфазность частотных компонент, что приводит к уменьшению уровня напряжения на выходе интегратора. Рассмотрим коэффициент энергетических потерь в форме [2,113,114]

$$K(s) = \frac{A(s)}{A_0} = \frac{\left| \int_{-\Delta f/2}^{\Delta f/2} \left| S_x(f) \right|^2 e^{-j\pi s f^2} e^{j2\pi \tau_0 f} df \right|}{\left( \int_{-\Delta f/2}^{\Delta f/2} \left| S_x(f) \right|^2 df \right)}.$$
(1.59)

где  $A_0$  – уровень напряжения на выходе согласованного фильтра в отсутствие дисперсионных искажений, A(s) – уровень напряжения на выходе согласованного фильтра с учетом дисперсионных искажений сигнала,  $\tau_0$  – момент времени, соответствующий максимальному значению напряжения на выходе СФ. Отношение сигнал/шум на входе устройства принятия решений уменьшается на  $10\log K^2(s)$  дБ из-за наличия частотной дисперсии в канале связи. Полученный в результате численного расчета график функции  $K^2(s)$  изображен на рисунке 1.3. В качестве  $S_x(f)$  была принята спектральная плотность шумоподобного ФМ сигнала, синтезированного на основе M -последовательности длиной 2047 с длительностью элемента последовательности 5 мкс, ограниченная в диапазоне от -200 кГц до 200 кГц (см. рисунок 1.4). Ширина спектра сигнала составила  $\Delta F = 400\,$  кГц. Из рисунка видно, что чем больше наклон ДХ *s*, тем меньше значение коэффициента потерь и тем больше уменьшится уровень отклика согласованного фильтра, а значит и отношение/сигнал шум. Следовательно, ухудшается качество обнаружения сигнала и приема информации. Потери в ОСШ достигают 8 дБ.



Рисунок 1.3 – Зависимость коэффициента потерь от наклона ДХ



Рисунок 1.4 – Спектральная плотность фазоманипулированного сигнала с шириной спектра

На рисунке 1.5 приведены модули откликов согласованного фильтра на искаженный сигнал. Кроме уменьшения уровня отклика, наблюдается также увеличение его длительности (по заданному уровню), что неизбежно приведет к дополнительному ухудшению качества оценки задержки сигнала (кроме того ухудшения, которое возникнет из-за уменьшения ОСШ).



Рисунок 1.5 – Отклик согласованного фильтра на фазоманипулированный сигнал с шириной спектра 400 кГц при наличии и отсутствии дисперсионных искажений

Компенсация дисперсионных искажений на приемной стороне позволит улучшить энергетический потенциал радиолинии на величину обратную коэффициенту энергетических потерь, т.е. на величину порядка 8 дБ в полосе до 400 кГц, что является существенным. Упомянутая компенсация возможна после оценивания значения параметра дисперсионных искажений наряду с оцениванием других параметров сигнала.

## 1.4 Постановка научной задачи исследования1.4.1 Ближайший прототип

Ближайшим прототипом, взятым за основу в настоящей диссертации, является алгоритм обнаружения сигнала по критерию Неймана-Пирсона с одновременной совместной оценкой трех неизвестных параметров сигнала по критерию максимального правдоподобия.

Сформулируем соответствующую классическую задачу в непрерывном времени. Рассматривается две гипотезы.
Первая гипотеза  $H_0$  утверждает о том, что на входе приёмного устройства наблюдается только белый гауссовский шум.

Вторая гипотеза *H*<sub>1</sub> утверждает о том, что на входе приёмного устройства наблюдает смесь полезного сигнала и шума. Запишем:

$$\begin{cases} H_0: \dot{y}(t) = \dot{n}(t), & t \in [-T_{_H}/2, \ T_{_H}/2] \\ H_1: \dot{y}(t) = \dot{x}(t, \varphi, \tau, f_d) + \dot{n}(t), & t \in [-T_{_H}/2, \ T_{_H}/2] \end{cases}$$

где  $\varphi, \tau, f_d$  – неизвестные параметры сигнала, подлежащие оценке (начальная фаза, задержка и сдвиг частоты). Математическая модель сигнал  $\dot{x}(t, \varphi, \tau, f_d)$  известна, интервал наблюдения  $[-T_n/2, T_n/2]$  задан таким образом, что для любых комбинаций неизвестных параметров  $\varphi, \tau, f_d$ , полезный сигнал в составе сигнально-шумовой смеси попадал в интервал наблюдения.

Для того, чтобы обнаружить сигнал и одновременно оценить его три параметра требуется найти глобальный максимум логарифма функционала правдоподобия (той его части, которая зависит от этих параметров) в заданных областях поиска параметров  $2\pi$ ,  $\Delta_{\tau}$ ,  $\Delta_{f_d}$  в форме:

$$\begin{split} [\hat{\varphi}_{M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{f}_{d,M\Pi}]^T &= \operatorname*{arg\,max}_{\hat{\varphi} \in [0; 2\pi], \hat{\tau} \in \Delta_{\tau}, \hat{f}_d \in \Delta_{fd}} \left( L(\varphi, \tau, f_d) \right) \\ L(\varphi, \tau, f_d) &= \frac{2}{N_0} \int_{-T_u/2}^{T_u/2} \dot{y}(t) \dot{x}^* \left( t, \varphi, \tau, f_d \right) dt \,, \end{split}$$

 $N_0$  – двусторонняя спектральная плотность мощности шума,  $L_{\max} = L(\hat{\phi}, \hat{\tau}, \hat{f}_d)$ . Полученные оценки имеют смысл и выдаются наружу в качестве результата, только если устройство приняло решение о наличии сигнала. Указанное решение принимается, если найденный глобальный максимум логарифма функционала правдоподобия превышает заданный порог, вычисленный исходя из критерия Неймана-Пирсона для заданного уровня ложной тревоги. Алгоритм обнаружения математически можно записать в следующем виде:

$$\begin{split} \gamma &= \Pi(\dot{y}(t)) = \begin{cases} \gamma_1, \ L_{\max} \geq C_{nop} \\ \gamma_0, \ L_{\max} < C_{nop} \end{cases}, \\ L_{\max} &= L(\hat{\varphi}, \hat{\tau}, \hat{f}_d) = \frac{2}{N_0} \int_{-T_n/2}^{T_n/2} \dot{y}(t) \dot{x}^* \left(t, \hat{\varphi}, \hat{\tau}, \hat{f}_d\right) dt \geq < C_{nop} \end{split}$$

 $\Pi(\dot{y}(t))$  – правило принятия решения,  $C_{nop}$  – порог.

Как уже было отмечено выше в разделе 0 оценки неэнергетических параметров  $\varphi, \tau, f_d$ являются асимптотически несмещенными и эффективными. Известно также, что дисперсия получаемых оценок (см. формулы (1.28) – (1.30)) обратно пропорциональна отношению сигнал/шум  $E_s/N_0$  и не зависят от соответствующих истинных значений оцениваемых параметров (за исключение перекрёстной зависимости дисперсии оценки фазы от истинного значения сдвига частоты). При этом качество оценивания также зависит от параметров сигнала, в частности, от среднеквадратичной длительности  $T_{s\phi\phi}$  и ширины спектра  $F_{s\phi\phi}$  сигнала, а также от закона угловой модуляции сигнала, от которого зависит значение коэффициент частотновременной связи  $\rho_{rf}$ . Например, известно, что у фазоманипулированных сигналов с двоичной манипуляцией значение  $\rho_{rf} \equiv 0$ , тогда как у сигналов с линейной частотной модуляцией  $\rho_{rf} \neq 0$ . Коэффициенты корреляции оценок также обратно пропорциональны отношению сигнал/шум  $E_s/N_0$ , зависят от истинных значений оцениваемых параметров и свойств сигнала.

Процесс оценивания параметров неизбежно влияет на качество обнаружения сигнала. Известно, что при заданной вероятности ложной тревоги и уровня отношения сигнал/шум, вероятность правильного обнаружения будет уменьшаться с увеличением числа оцениваемых параметров сигнала и/или увеличения объема областей поиска оценок параметров  $2\pi$ ,  $\Delta_r$ ,  $\Delta_f$ .

## 1.4.2 Алгоритмы обнаружения сигнала с оцениванием его параметров в условиях дисперсионных искажений

Сформулируем задачу в непрерывном времени. Рассматривается две гипотезы.

Первая гипотеза *H*<sub>0</sub> утверждает о том, что на входе приёмного устройства наблюдается только белый гауссовский шум.

Вторая гипотеза *H*<sub>1</sub> утверждает о том, что на входе приёмного устройства наблюдает смесь полезного сигнала, искажённого частотной дисперсией ионосферы Земли, и шума. Запишем:

$$\begin{cases} H_0: \dot{y}(t) = \dot{n}(t), & t \in [-T_{_H}/2, \ T_{_H}/2] \\ H_1: \dot{y}(t) = \dot{x}(t, \varphi, \tau, f_d, s) + \dot{n}(t), & t \in [-T_{_H}/2, \ T_{_H}/2] \end{cases}$$

где  $\varphi, \tau, f_d, s$  – неизвестные параметры сигнала, подлежащие оценке (начальная фаза, задержка и сдвиг частоты, наклон дисперсионной характеристики канала),

$$\dot{y}(t) = \dot{x}(t,\varphi,\tau,f_d,s) + \dot{n}(t) = e^{-j\varphi}e^{j2\pi f_d(t-\tau)}\dot{x}(t-\tau,s) + \dot{n}(t), \quad t \in [-T_{_H}/2, \ T_{_H}/2]$$

где  $\dot{x}(t,s) = \dot{x}(t) * \dot{h}(t,s)$  – комплексная огибающая полезного сигнала, искажённая ионосферным каналом,  $\dot{h}(t,s)$  – комплексная огибающая импульсной характеристики (ИХ) канала с частотной дисперсией.

Для того, чтобы обнаружить сигнал и одновременно оценить его четыре параметра (включая наклон дисперсионной характеристики) требуется найти глобальный максимум логарифма функционала правдоподобия (той его части, которая зависит от этих параметров) в заданных областях поиска параметров  $2\pi$ ,  $\Delta_{\tau}$ ,  $\Delta_{f_{t}}$ ,  $\Delta_{s}$  в форме:

$$\begin{split} [\hat{\varphi}_{M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{s}_{M\Pi}]^T &= \underset{\hat{\varphi} \in [0, 2\pi], \hat{\tau} \in \Delta_r, \hat{f}_d \in \Delta_{f_d}, s \in \Delta_s}{\arg \max} \left( L(\varphi, \tau, f_d, s) \right), \\ L(\varphi, \tau, f_d, s) &= \frac{2}{N_0} \int_{-T_u/2}^{T_u/2} \dot{y}(t) \dot{x}^* \left( t, \varphi, \tau, f_d, s \right) dt , \\ L_{\max} &= L \left( \hat{\varphi}_{M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{s}_{M\Pi} \right). \end{split}$$

Здесь, как и ранее учтены свойство независимости энергии сигнала от оцениваемых параметров  $\varphi, \tau, f_d, s$ , т.е. оцениваемые параметры являются неэнергетическими:

$$E_{s}(\varphi,\tau,f_{d},s) = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{x}(t,\varphi,\tau,f_{d},s) \right|^{2} dt = E_{s}$$

Эквивалентные энергетические потери, к которым приводят дисперсионные искажения (см. раздел 1.3), являются результатом неоптимального приема, т.е. рассогласования искаженного сигнала и опорного сигнала коррелятора (или согласованного фильтра) устройства обработки. При этом энергия искаженного сигнала не уменьшается, а только «растягивается» во времени из-за различной задержки распространения отдельных участков спектра в ионосферном канале [13-17].

Полученные оценки имеют смысл и выдаются наружу в качестве результата, только если устройство приняло решение о наличии сигнала. Указанное решение принимается, если найденный глобальный максимум логарифма функционала правдоподобия превышает заданный порог, вычисленный исходя из критерия Неймана-Пирсона для заданного уровня ложной тревоги. Алгоритм обнаружения математически можно записать в следующем виде:

$$\gamma = \Pi(\dot{y}(t)) = \begin{cases} \gamma_1, \ L_{\max} \ge C_{nop} \\ \gamma_0, \ L_{\max} < C_{nop} \end{cases}$$

$$L_{\max} = L\left(\hat{\varphi}_{M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{s}_{M\Pi}\right) = \frac{2}{N_0} \int_{-T_n/2}^{T_n/2} \dot{y}(t) \dot{x}^* \left(t, \hat{\varphi}_{M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{s}_{M\Pi}\right) dt \ge < C_{nop}$$

 $\Pi(\dot{y}(t))$  – правило принятия решения,  $C_{nop}$  – порог.

Рассмотренные алгоритмы оценивания параметров и обнаружения сигнала учитывают возможные дисперсионные искажения (и оценивают их) и являются оптимальными для заданных условий. В этом смысле задачи синтеза алгоритмов в общем виде можно считать решенными.

Однако, остается множество вопросов к показателям качества обнаружения и точности оценивания полученных алгоритмов, в частности:

- какова дисперсия оценки  $\hat{s}_{MII}$  в задаче совместного оценивания?

- коррелирует ли оценка  $\hat{s}_{M\Pi}$  с оценками  $\hat{\phi}_{M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{f}_{d,M\Pi}$ ? Каковы значения коэффициентов корреляции, от чего зависят?

- увеличиваются ли дисперсии оценок  $\hat{\phi}_{_{M\!I\!I}}, \hat{ au}_{_{M\!I\!I}}, \hat{f}_{_{d,M\!I\!I}}$  и насколько?

- возникают ли новые или дополнительные корреляционные связи между оценками  $\hat{\varphi}_{_{M\!\Pi\!\Pi}}, \hat{\tau}_{_{M\!\Pi\!\Pi}}, \hat{f}_{_{d.M\!\Pi}}$  из-за дисперсионных искажений?

- возникает ли смещение оценок  $\hat{\phi}_{_{M\Pi}}, \hat{\tau}_{_{M\Pi}}, \hat{f}_{_{d,M\Pi}}, \hat{f}_{_{d,M\Pi}}$ ?

- как изменятся выражения для вычисления вероятности ложной тревоги и вероятности пропуска цели при добавлении оценивания четвертого параметра – наклона дисперсионной характеристики?

- насколько ухудшатся показатели обнаружения сигнала при заданной вероятности ложной тревоги из-за введение дополнительной оценки?

Только на один из заданных вопросов можно ответить быстро, руководствуюсь общими свойствами максимально правдоподобных оценок, а именно: смещение оценок  $\hat{\varphi}_{M\Pi}$ ,  $\hat{t}_{M\Pi}$ ,  $\hat{f}_{d,M\Pi}$  при добавлении четвертого неэнергетического параметра в первом приближении не возникает. Асимптотическая несмещенность оценок сохраняется. Для того, чтобы ответить на остальные вопросы, следует получить соответствующие выражения для вычисления дисперсий оценок и значений их корреляций, а также выражения для вычисления порога обнаружения (по критерию Неймана-Пирсона) и выражение для вычисления вероятности пропуска цели, учитывающие наличие четвертого оцениваемого параметра (наклона дисперсионной характеристики) и его область оценивания.

Главной задачей диссертации является оценка повышения качества обнаружения широкополосного сигнала и точности совместного оценивания его параметров в условиях частотной дисперсии ионосферы Земли. Однако, для этого следует рассчитать не только показатели качества и точности, которыми обладают упомянутые выше алгоритмы, но и оценить значение показателей качества и точности при отсутствии попыток оценивания наклона дисперсионной характеристики и его учета при наличии реальных дисперсионных искажениях сигнала, как это будет происходить при использовании классический устройств обнаруженияоценивания (которые ничего не знают про дисперсионные искажения сигнала в составе сигнально-шумовой смеси). Сформулируем задачу обнаружения сигнала с оцениванием его параметров без учета реальных дисперсионных искажений в канале.

Первая гипотеза  $H_0$  утверждает о том, что на входе приёмного устройства наблюдается только белый гауссовский шум.

Вторая гипотеза *H*<sub>1</sub> утверждает о том, что на входе приёмного устройства наблюдает смесь полезного сигнала, искажённого частотной дисперсией ионосферы Земли, и шума. Запишем:

$$\begin{cases} H_0: \dot{y}(t) = \dot{n}(t), & t \in [-T_{_H}/2, \ T_{_H}/2] \\ H_1: \dot{y}(t) = \dot{x}(t, \varphi, \tau, f_d, s) + \dot{n}(t), & t \in [-T_{_H}/2, \ T_{_H}/2] \end{cases}$$

где  $\varphi, \tau, f_d, s$  – неизвестные параметры сигнала, подлежащие оценке (начальная фаза, задержка и сдвиг частоты, наклон дисперсионной характеристики канала).

Устройство осуществляет оценивание только трех параметров сигнала, т.е. ничего не знает о дисперсионных искажениях как таковых и не обладает моделью искаженного сигнала. Тогда оценки ищутся в форме:

$$\begin{split} [\hat{\varphi}_{M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{f}_{d,M\Pi}]^{T} &= \underset{\hat{\varphi} \in [0, 2\pi], \hat{\tau} \in \Delta_{r}, \hat{f}_{d} \in \Delta_{f_{d}}}{\arg \max} \left( L(\varphi, \tau, f_{d}, 0) \right), \\ L(\varphi, \tau, f_{d}, 0) &= \frac{2}{N_{0}} \int_{-T_{u}/2}^{T_{u}/2} \dot{y}(t) \dot{x}^{*} \left( t, \varphi, \tau, f_{d}, 0 \right) dt , \\ L_{\max} &= L \left( \hat{\varphi}_{M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{f}_{d,M\Pi}, 0 \right). \\ \gamma &= \Pi(\dot{y}(t)) = \begin{cases} \gamma_{1}, \ L_{\max} \geq C_{nop} \\ \gamma_{0}, \ L_{\max} < C_{nop} \end{cases} \\ L_{\max} &= L \left( \hat{\varphi}_{M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{f}_{d,M\Pi}, 0 \right) = \frac{2}{N_{0}} \int_{-T_{u}/2}^{T_{u}/2} \dot{y}(t) \dot{x}^{*} \left( t, \hat{\varphi}_{M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{f}_{d,M\Pi}, 0 \right) dt \geq < C_{nop} \end{split}$$

 $\Pi(\dot{y}(t))$  – правило принятия решения,  $C_{nop}$  – порог.

Очевидно, что в таких условиях осуществляется неоптимальное оценивание параметров сигнала и его обнаружение и следует ожидать ухудшения показателей качества обнаружения и точности оценивания. Ухудшение точности оценивания будет складываться из-за ряда эффектов: энергетических потерь (уменьшение отношение сигнал/шум), искажение формы отклика согласованного фильтра и появление корреляционных связей между оцениваемыми параметрами. Действительно точность оценивания задержки сигнала, например, напрямую зависит от «остроты» глобального максимума функционала отношения правдоподобия (кроме явной зависимости от отношения сигнал/шум), тогда как дисперсионные искажения приводят и к уменьшению уровня отклика (т.е. уменьшению отношения сигнал/шум) и к размытию его по

длительности. В этом смысле ухудшение точности оценивания задержки с точки зрения соответствующих энергетических потерь может превышать соответствующее ухудшение качества обнаружения сигнала или его демодуляции. Поэтому в настоящей диссертации решается также задача расчета потенциальной точности оценивания при неоптимальном приеме, когда устройство обнаружения-оценивания ничего не знает о искажениях сигнала.

Подытоживая, отметим, что в диссертации рассматриваются 3 сценария обнаружения сигнала с оцениванием его параметров:

1. Обнаружение неискаженного сигнала с оптимальным оцениванием трех параметров: задержки, частотного сдвига и начальной фазы.

2. Обнаружение искаженного сигнала с оптимальным оцениванием четырех параметров: задержки, частотного сдвига, начальной фазы и наклона дисперсионной характеристики.

3. Обнаружение искаженного сигнала с неоптимальным оцениванием трех параметров: задержки, частотного сдвига и начальной фазы.

Выигрыш в качестве обнаружения сигнала и точности оценивания параметров, заявленный в защищаемых положениях, будет оцениваться при сравнении сценариев №2 и №3.

Сравнение сценариев №1 и №2 позволит выявить новые зависимости между оцениваемыми параметрами, возникающие вследствие дисперсионных искажений обнаруживаемого сигнала.

#### 1.5 Выводы по разделу 1

В данном разделе были представлены основные положения, понятия и обозначения, касающиеся как алгоритмов оценки неизвестных параметров сигнала, так и обнаружения сигналов с неизвестными параметрами, которые в дальнейшем будут использоваться для проводимого в диссертации исследования. Особо важными для диссертационного исследования являются общие выражения для вычисления дисперсий, корреляционных функций оценок, вероятностей пропуска цели и ложной тревоги при совместном обнаружении сигнала и оценке его неизвестных параметров, а также выражения (1.28) – (1.33). Последние упомянутые выражения необходимы для получения характеристик потенциальной точности совместной оценки трёх неизвестных параметров: задержки, частотного сдвига и начальной фазы для частотной дисперсии ионосферного канала.

Сформулированы оптимальные алгоритмы оценивания параметров сигнала и его обнаружения в условиях частотной дисперсии ионосферы Земли, т.е. решены задачи диссертации по синтезу оптимальных алгоритмов.

Расчет показателей точности синтезированного алгоритма оценивая параметров сигнала в условиях дисперсионных искажений проводится в разделе 2.

Расчет показателей качества синтезированного алгоритма обнаружения сигнала с оцениванием его параметров в условиях дисперсионных искажений проводится в разделе 3.

# 2 Совместное оценивание параметров сигнала в условиях широкополосного ионосферного канала

# 2.1 Математическая модель сигнала и выражения для вычисления компонент матрицы Фишера

#### 2.1.1 Общие выражения

В настоящем разделе предлагается подробно рассмотреть влияние оценивания наклона дисперсионной характеристики ионосферного канала на точность совместного оценивания других параметров сигналов, таких как задержка, частотный сдвиг и начальная фаза сигнала. В работе [22] были получены аналитические выражения для дисперсии когерентной/некогерентной оценки наклона ДХ в первом (граница Рао-Крамера) и третьем приближении. Однако, анализ влияния оценивания наклона ДХ на другие часто оцениваемые на практике параметры не проводился, выражения для их дисперсий при совместном оценивании и корреляций получены не были.

Комплексная огибающая сигнала на выходе квадратурного демодулятора представлена в виде смеси комплексной огибающей полезного сигнала, искаженного частотной дисперсией ионосферного канала, и комплексной огибающей белого гауссовского шума

$$\dot{y}(t) = \dot{x}(t,\varphi,\tau,f_d,s) + \dot{n}(t) = e^{-j\varphi} e^{j2\pi f_d(t-\tau)} \dot{x}(t-\tau,s) + \dot{n}(t), \ t = -T_{\mu}/2 \div T_{\mu}/2$$
(2.1)

где  $\dot{x}(t,s) = \dot{x}(t) * \dot{h}(t,s)$  – комплексная огибающая полезного сигнала, искажённая ионосферным каналом,  $\dot{h}(t,s)$  – комплексная огибающая импульсной характеристики (ИХ) ионосферного канала,  $\dot{x}(t)$  – комплексная огибающая полезного неискажённого сигнала с симметричным амплитудным спектром (справедливо для фазоманипулированных сигналов с двоичными последовательностями),  $f_d$  – частотный сдвиг,  $\tau$  – задержка, s – наклон дисперсионной характеристики (ДХ) – параметр, характеризующий дисперсионные искажения,  $\varphi$  – неизвестный фазовый сдвиг,  $\dot{n}(t)$  - комплексная огибающая белого гауссовского шума с нулевым средним и двухсторонней спектральной плотностью мощности  $N_0/2$ ,  $T_n$  – время наблюдения, которое учитывает длительность сигнала и его возможные сдвиги на оси времени из-за наличия задержки.

В качестве модели канала с частотной дисперсией принята модель канала с линейной зависимостью групповой задержки сигнала от центральной частоты (линейная дисперсионная

характеристика с наклоном *s*) [2]. Частотная характеристика ионосферного канала в отсутствии многолучевого распространения сигнала может быть записана в форме

$$H(j2\pi f) = \mathrm{e}^{-j\pi s f^2}, \ f \in \left[-\Delta f / 2; \Delta f / 2\right]$$
(2.2)

где  $\Delta f$  - ширина полосы пропускания ионосферного канала *s* - наклон дисперсионной характеристики (наклон ДХ). Фазочастотная характеристика канала описывается квадратичной зависимостью от частоты, а групповая задержка распространения – линейной с наклоном *s* мкс/МГц.

При оценивании неэнергетических параметров решение принимается по абсолютному максимуму вещественной части корреляционного интеграла (суммы в дискретном варианте алгоритма) (см. формулу (1.8)). Тогда для уравнения наблюдения (2.1), МП оценка  $f_d$ ,  $\tau$ , s,  $\varphi$  определяется как

$$\left[\hat{f}_{d,M\Pi},\hat{\tau}_{M\Pi},\hat{s}_{M\Pi},\hat{\varphi}_{M\Pi}\right] = \arg\max_{\hat{f}_{d},\hat{\tau},\hat{s},\hat{\varphi}} \left(\operatorname{Re}\left[\frac{2}{N_{0}}\int_{-T_{u}/2}^{T_{u}/2}\dot{y}(t)\tilde{u}^{*}(t,\hat{f}_{d},\hat{\tau},\hat{s},\hat{\varphi})dt\right]\right), \quad (2.3)$$

где  $\dot{y}(t)$  - аддитивная смесь квадратур полезного сигнала и белого гауссовского шума в непрерывном времени, определяемая по (2.1),  $\hat{f}_d$  - оценка частотного сдвига,  $\hat{\tau}$  - оценка задержки,  $\hat{s}$  - оценка наклона ДХ,  $\hat{\phi}$  - оценка начальной фазы,  $\tilde{u}(t, \hat{f}_d, \hat{\tau}, \hat{s}, \hat{\phi})$  - комплексная огибающая опорного сигнала, сформированного на основе априорных сведений об информационном сигнале и неизвестных оцениваемых параметрах,  $\hat{f}_d \in \Delta_{f_d}$  – текущая оценка частотного сдвига,  $\hat{\tau} \in \Delta_{\tau}$  – текущая оценка задержки,  $\hat{s} \in \Delta_s$  – текущая оценка неизвестного наклона ДХ,  $\hat{\phi} \in [0; 2\pi]$  – текущая оценка неизвестной задержки, \* - символ комплексного сопряжения,  $\Delta_{f_d}$  – область определения неизвестного частотного сдвига,  $\Delta_{\tau}$  – область определения неизвестной задержки,  $\Delta_s$  – область определения неизвестного наклона ДХ.

Для анализа точности совместного оценивания  $f_d$ ,  $\tau$ , s,  $\varphi$  необходимо вычислить дисперсии и смещения оценок всех исследуемых параметров и их взаимную корреляционную функцию.

Для этого запишем выражение для вещественной части сигнальной составляющей логарифма функции правдоподобия:

$$S(f_{d1}, f_{d2}, \tau_{1}, \tau_{2}, s_{1}, s_{2}, \varphi_{1}, \varphi_{2}) = \operatorname{Re}\left[e^{-j(\varphi_{1}-\varphi_{2})}e^{-j2\pi f_{d1}\tau_{1}}e^{j2\pi f_{d2}\tau_{2}}\frac{1}{E_{s}}\int_{-\infty}^{\infty}\dot{x}(t-\tau_{1}, s_{1})\dot{x}^{*}(t-\tau_{2}, \hat{s}_{2})e^{j2\pi t(f_{d1}-f_{d2})}dt\right]$$

$$(2.4)$$

где  $\dot{x}(t-\tau_1,s_1)$  – задержанный и искажённый частотной дисперсией полезный сигнал  $\dot{x}(t)$ ,  $\dot{x}(t-\tau_2,s_2)$  – опорный сигнал с учетом искажений в соответствии с принятой моделью,  $E_s$  – энергия сигнала  $\dot{x}(t)$ ,  $f_{d1}$ ,  $f_{d2}$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  – разные возможные значения частотного сдвига, задержки, наклона ДХ и начальной фазы соответственно.

Заметим сразу, что смещение совместной оценки исследуемых параметров в первом приближении отсутствует в соответствии с общей теорией точечной оценки [53]. Однако, так как для данной модели нельзя представить сигнальную составляющую логарифма отношения правдоподобия как  $S(f_{d1}, f_{d2}, \tau_1, \tau_2, s_1, s_2, \varphi_1, \varphi_2) = S(f_{d1} - f_{d2}, \tau_1 - \tau_2, s_1 - s_2, \varphi_1 - \varphi_2)$ , то можно говорить только об асимптотической несмещённости оценок, то есть для приближений выше первого смещение не равно строго нулю, а стремится к нему с ростом ОСШ.

Функция корреляции и коэффициент корреляции оценки неизвестных параметров в первом приближении вычисляется по выражениям (1.25) и (1.27) соответственно при  $\mu = 4$ .

Составим матрицу W для четырёх оцениваемых параметров:  $f_d$ ,  $\tau$ , s,  $\varphi$ . Так как все оцениваемые параметры являются неэнергетическими, то матрицу W можно представить как

$$W = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 S}{\partial f_{d1} \partial f_{d2}} & \frac{\partial^2 S}{\partial f_{d1} \partial \tau_2} & \frac{\partial^2 S}{\partial f_{d1} \partial s_2} & \frac{\partial^2 S}{\partial f_{d1} \partial \varphi_2} \\ \frac{\partial^2 S}{\partial \tau_1 \partial f_{d2}} & \frac{\partial^2 S}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} & \frac{\partial^2 S}{\partial \tau_1 \partial s_2} & \frac{\partial^2 S}{\partial \tau_1 \partial \varphi_2} \\ \frac{\partial^2 S}{\partial s_1 \partial f_{d2}} & \frac{\partial^2 S}{\partial s_1 \partial \tau_2} & \frac{\partial^2 S}{\partial s_1 \partial s_2} & \frac{\partial^2 S}{\partial s_1 \partial \varphi_2} \\ \frac{\partial^2 S}{\partial \varphi_1 \partial f_{d2}} & \frac{\partial^2 S}{\partial \varphi_1 \partial \tau_2} & \frac{\partial^2 S}{\partial \varphi_1 \partial s_2} & \frac{\partial^2 S}{\partial \varphi_1 \partial \varphi_2} \end{pmatrix} \Big|_{\substack{f_{d1} = f_{d2} \to f_d \\ s_1 = s_2 \to s \\ \varphi_1 = \varphi_2 \to \varphi}}} .$$
(2.5)

Проведя все необходимы математические преобразования и взяв пределы, получим следующие выражения для производных, составляющих матрицу (2.5):

$$\begin{split} \frac{\partial^2 S}{\partial f_{d1} \partial f_{d2}} \bigg|_{\substack{f_{d1} = f_{d2} \to f_d \\ \tau_1 = \tau_2 \to \tau \\ \varphi_1 = \varphi_2 \to \varphi}} &= \frac{4\pi^2}{E_s} \int_{-\infty}^{\infty} (t - \tau)^2 \left| \dot{x} (t - \tau, s) \right|^2 dt = 4\pi^2 T_{g\phi\phi}^2(s) \,, \\ \frac{\partial^2 S}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} \bigg|_{\substack{f_{d1} = f_{d2} \to f_d \\ \tau_1 = \tau_2 \to \tau \\ \varphi_1 = \varphi_2 \to \varphi}} &= \frac{4\pi^2}{E_s} \int_{-\infty}^{\infty} f^2 \left| \dot{X} (j2\pi f) \right|^2 df + 4\pi^2 f_d^2 = 4\pi^2 \left( F_{g\phi\phi}^2 + f_d^2 \right) \,, \\ \frac{\partial^2 S}{\partial s_1 \partial s_2} \bigg|_{\substack{f_{d1} = f_{d2} \to f_d \\ \tau_1 = \tau_2 \to \tau \\ \varphi_1 = \varphi_2 \to \varphi}} &= \frac{1}{E_s} \int_{-\infty}^{\infty} \pi^2 f^4 \left| \dot{X} (j2\pi f) \right|^2 df = \pi^2 \overline{f^4} \,, \end{split}$$

$$\begin{split} \frac{\partial^2 S}{\partial q_0 \partial q_1} & \left|_{\substack{I_1 = I_1 = I_1 \\ I_1 = I_2 = I_2 \\ \frac{\partial q_1 \partial q_1}{\partial q_1 = I_2 = I_2}}} \right|_{\substack{I_1 = I_1 = I_1 \\ \frac{\partial q_1 \partial q_1}{\partial q_1 = I_2 = I_2}}} \\ \frac{\partial^2 S}{\partial f_1 \partial q_1} & \left|_{\substack{I_1 = I_1 = I_1 \\ \frac{\partial q_1 \partial q_1}{\partial q_1 = I_2}}} \right| \hat{x}(t - \tau, s) \right|^2 dt = -2\pi \frac{1}{E_s} \int_{-\infty}^{\infty} t \frac{\partial^2 (t - \tau, s)}{\partial t} |\hat{x}(t, s)|^2 dt = \\ & -2\pi \frac{1}{E_s} \int_{-\infty}^{\infty} (t - \tau) \frac{\partial \gamma(t - \tau, s)}{\partial t} |\hat{x}(t - \tau, s)|^2 dt = -2\pi \frac{1}{E_s} \int_{-\infty}^{\infty} t \frac{\partial \gamma(t, s)}{\partial t} |\hat{x}(t, s)|^2 dt = \\ & -2\pi \frac{1}{E_s} \int_{-\infty}^{\infty} (t - \tau) \frac{\partial \gamma(t - \tau, s)}{\partial t} |\hat{x}(t - \tau, s)|^2 dt = -2\pi \frac{1}{E_s} \int_{-\infty}^{\infty} t \frac{\partial \gamma(t, s)}{\partial t} |\hat{x}(t, s)|^2 dt = \\ & -2\pi \frac{1}{E_s} \int_{-\infty}^{\infty} (t - \tau) \frac{\partial \gamma(t, \tau, s)}{\partial t} |\hat{x}(t, s)|^2 dt = 2\pi \eta (s) - 2\pi \frac{1}{E_s} \int_{-\infty}^{\infty} t \hat{x}(t, s) \frac{\partial \hat{x}^*(t, s)}{\partial s} dt \Big| = \\ & -4\pi^2 F_{sph} \int_{-\infty}^{\infty} (t - \tau) \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{x}(t, s)|^2 dt = 2\pi \eta (s) - 2\pi^2 T_{sph}(s) \rho_{\beta}(s) \sqrt{\left(\overline{f^*} - F_{sph}^*\right)}} \\ & \frac{\partial^2 S}{\partial f_{sl} \partial q_{sl}} \Big|_{\substack{I_{sl} = I_{sl} = -i_s \\ \eta = 0}^{-2} \frac{\partial^2 S}{\partial q_{sl} \partial q_{sl}} - \frac{\partial^2 S}{\partial q_{sl} \partial q_{sl}} \Big|_{\substack{I_{sl} = I_{sl} = -i_s \\ \eta = 0}^{-2} \frac{\partial^2 S}{\partial q_{sl} \partial q_{sl}}} \Big|_{\substack{I_{sl} = I_{sl} = -i_s \\ \eta = 0}^{-2} \frac{\partial^2 S}{\partial q_{sl} \partial q_{sl}} \Big|_{\substack{I_{sl} = I_{sl} = -i_s \\ \eta = 0}^{-2} \frac{\partial^2 S}{\partial q_{sl} \partial q_{sl}} \Big|_{\substack{I_{sl} = I_{sl} = -i_s \\ \eta = 0}^{-2} \frac{\partial^2 S}{\partial q_{sl} \partial q_{sl}} \Big|_{\substack{I_{sl} = I_{sl} = -i_s \\ \eta = 0}^{-2} \frac{\partial^2 S}{\partial q_{sl} \partial q_{sl}} \Big|_{\substack{I_{sl} = I_{sl} = -i_s \\ \eta = 0}^{-2} \frac{\partial^2 S}{\partial q_{sl} \partial q_{sl}} \Big|_{\substack{I_{sl} = I_{sl} = -i_s \\ \eta = 0}^{-2} \frac{\partial^2 S}{\partial q_{sl} \partial q_{sl}} \Big|_{\substack{I_{sl} = I_{sl} = -i_s \\ \eta = 0}^{-2} \frac{\partial^2 S}{\partial q_{sl} \partial q_{sl}} \Big|_{\substack{I_{sl} = I_{sl} = -i_s \\ \eta = 0}^{-2} \frac{\partial^2 S}{\partial q_{sl} \partial q_{sl}} \Big|_{\substack{I_{sl} = I_{sl} = -i_s \\ \eta = 0}^{-2} \frac{\partial^2 S}{\partial q_{sl} \partial q_{sl}} \Big|_{\substack{I_{sl} = I_{sl} = -i_s \\ \eta = 0}^{-2} \frac{\partial^2 S}{\partial q_{sl} \partial q_{sl}} \Big|_{\substack{I_{sl} = I_{sl} = -i_s \\ \eta = 0}^{-2} \frac{\partial^2 S}{\partial q_{sl} \partial q_{sl}} \Big|_{\substack{I_{sl} = I_{sl} = -i_s \\ \eta = 0}^{-2} \frac{\partial^2 S}{\partial q_{sl} \partial q_{sl}} \Big|_{\substack{I_{sl} = I_{sl} = -i_s \\ \eta = 0}^{-2} \frac{\partial^2 S}{\partial q_{sl}$$

истинного значения наклона ДХ,  $\gamma(t,s) = 2\pi \int_{0}^{t} f_{s}(t,s) dt$  – закон угловой модуляции,

$$\begin{split} F_{s\phi\phi} &= \sqrt{\sum_{-\infty}^{\infty} f^2 \left| \dot{X} \left( j2\pi f \right) \right|^2 df} & - \ \ \, \Rightarrow \phi \phi \text{ективная} & \text{ширина} & \text{спектра} & \text{сигнала,} \\ T_{s\phi\phi} \left( s \right) &= \sqrt{\sum_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{X} \left( j2\pi f \right) \right|^2 df} & - \ \ \, \Rightarrow \phi \phi \text{ективная} & \text{длительность} & \text{сигнала,} \\ \eta \left( s \right) &= \frac{1}{E_s} \int_{-\infty}^{\infty} t \frac{\partial \gamma(t,s)}{\partial s} \left| \dot{x}(t,s) \right|^2 dt, \quad \rho_{fs} \left( s \right) &= \frac{-\eta(s)}{\pi T_{s\phi\phi} \left( s \right) \sqrt{\left( f^4 - F_{s\phi\phi}^4 \right)}} & - \ \ \, \text{коэффициент} & \text{частотно-} \\ \\ \text{дисперсионной связи,} & \overline{f^4} &= \frac{1}{E_s} \int_{-\infty}^{\infty} f^4 \left| \dot{X} \left( j2\pi f \right) \right|^2 df = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f^4 \left| \dot{X} \left( j2\pi f \right) \right|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{X} \left( j2\pi f \right) \right|^2 df}. \end{split}$$

Коэффициент частотно-дисперсионной связи имеет смысл коэффициента корреляции оценок сдвига частоты  $\hat{f}_d$  и наклона ДХ  $\hat{s}$  в задаче оценивания трех параметров: начальной фазы, сдвига частоты сигнала и наклона ДХ (аналогично коэффициенту частотно-временной связи в задаче оценивания трех параметров: начальной фазы, задержки и сдвига частоты).

В полученных выше выражениях учтен симметричный характер амплитудного спектра сигнала, в частности, справедливо

$$\overline{f^{3}} = \frac{1}{E_{s}} \int_{-\infty}^{\infty} f^{3} \left| \dot{X} \left( j2\pi f \right) \right|^{2} df = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f^{3} \left| \dot{X} \left( j2\pi f \right) \right|^{2} df}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{X} \left( j2\pi f \right) \right|^{2} df} \equiv 0,$$
$$\overline{f} = \frac{1}{E_{s}} \int_{-\infty}^{\infty} f \left| \dot{X} \left( j2\pi f \right) \right|^{2} df = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f \left| \dot{X} \left( j2\pi f \right) \right|^{2} df}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{X} \left( j2\pi f \right) \right|^{2} df} \equiv 0$$

Подставив полученные производные в (2.5), вычислив определитель  $\Omega$  (см. выражение (2.16)) и алгебраические дополнения  $A_{jp}$ ,  $j = 1 \div 4$ ,  $p = 1 \div 4$ , матрицы W, можно определить все необходимые корреляционные связи между оценками неизвестных параметров с помощью выражения (1.25):

$$K_{11} = \frac{A_{11}}{\rho^2 \Omega} \bigg|_{\substack{f_d = f_{d_2} \to f_d \\ \tau_1 = \tau_2 \to \tau \\ \varphi_1 = \varphi_2 \to \varphi}} \int_{\substack{g_d = \phi_2 \to \phi}} \frac{f_{d_1, M\Pi}}{\rho^2 \Omega} \bigg|_{\substack{f_d = f_{d_2} \to f_d \\ \varphi_1 = \varphi_2 \to \varphi}} = D \bigg( \hat{f}_{d, M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi \bigg) = \frac{1}{4\pi^2 T_{g\phi\phi}^2 (s) (1 - \rho_{\tau f}^2 (s) - \rho_{fs}^2 (s)) \rho^2}$$
(2.6)

$$K_{22} = \frac{A_{22}}{\rho^2 \Omega} \bigg|_{\substack{f_{d1} = f_{d2} \to f_d \\ \tau_1 = \tau_2 \to s \\ \phi_1 = \varphi_2 \to \varphi}} = D(\hat{\tau}_{MII} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{\left(1 - \rho_{fs}^2(s)\right)}{4\pi^2 F_{s\phi\phi}^2 \left(1 - \rho_{\tau f}^2(s) - \rho_{fs}^2(s)\right) \rho^2} , \qquad (2.7)$$

$$K_{33} = \frac{A_{33}}{\rho^2 \Omega} \bigg|_{\substack{f_{d1}=f_{d2} \to f_d \\ \tau_1=\tau_2 \to \tau \\ s_1=s_2 \to s \\ \varphi_1=\varphi_2 \to \varphi}} = D(\hat{s}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{(1-\rho_{\tau f}^2(s))}{\pi^2 (\overline{f^4} - F_{_{3}\phi\phi}^4) (1-\rho_{\tau f}^2(s) - \rho_{fs}^2(s)) \rho^2} ,$$
(2.8)

$$+\frac{\rho_{fs}\left(s\right)\left(2F_{s\phi\phi}^{3}\rho_{\tau f}\left(s\right)f_{d}-\rho_{fs}\left(s\right)\sqrt{\left(\overline{f^{4}}-F_{s\phi\phi}^{4}\right)\left(F_{s\phi\phi}^{2}+f_{d}^{2}\right)\right)}}{F_{s\phi\phi}^{2}\sqrt{\left(\overline{f^{4}}-F_{s\phi\phi}^{4}\right)}}$$
(2.9)

$$K_{12} = \frac{A_{12}}{\rho^{2} \Omega} \bigg|_{\substack{f_{d1}=f_{d2} \to f_{d} \\ \tau_{1}=\tau_{2} \to \tau \\ s_{1}=s_{2} \to s \\ \phi_{1}=\phi_{2} \to \phi}} = K \Big( \hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi} / f_{d}, \tau, s, \phi \Big) = \frac{\rho_{\tau f} \left( s \right)}{4\pi^{2} T_{s\phi\phi} \left( s \right) F_{s\phi\phi} \left( 1 - \rho_{\tau f}^{2} \left( s \right) - \rho_{fs}^{2} \left( s \right) \right) \rho^{2}},$$
(2.10)

$$K_{13} = \frac{A_{13}}{\rho^2 \Omega} \bigg|_{\substack{f_{d1}=f_{d2} \to f_d \\ r_1=\tau_2 \to \tau \\ s_1=s_2 \to s \\ \phi_1=\phi_2 \to \phi}} = K\Big(\hat{f}_{d,MII}, \hat{s}_{MII} / f_d, \tau, s, \phi\Big) = \frac{\rho_{fs}(s)}{2\pi^2 T_{s\phi\phi}(s) \sqrt{\left(\overline{f^4} - F_{s\phi\phi}^4\right)} \left(1 - \rho_{\tau f}^2(s) - \rho_{fs}^2(s)\right) \rho^2} , \quad (2.11)$$

$$K_{-} = \frac{A_{14}}{\rho_{14}} \bigg|_{s=0} = -\rho_{fs}(s)$$

$$K_{14} = \frac{1}{\rho^{2}\Omega} \int_{\substack{f_{1}=f_{d_{2}}\to\tau\\ s_{1}=s_{2}\tos\\ \phi_{1}=\phi_{2}\to\phi}} \int_{\substack{g_{1}=f_{d_{2}}\to\tau\\ g_{1}=\phi_{2}\to\phi}} \int_{\phi_{1}=\phi_{2}\to\phi} \int_{\phi_{1}=\phi_{2}\to\phi} \int_{\phi_{1}=\phi_{2}\to\phi} \int_{\phi_{1}=\phi_{2}\to\phi} \int_{\phi_{2}=\phi_{2}\to\phi} \int_{\phi_{1}=\phi_{2}\to\phi} \int_{\phi_{2}=\phi_{2}\to\phi} \int_{\phi_{2}=\phi} \int_{\phi_{2}=\phi_{2}\to\phi} \int_{\phi_{2}=\phi_{2}\to\phi} \int_{\phi_{2}=\phi_{2}\to\phi} \int_{\phi_{2}=\phi} \int_{\phi_{2$$

$$K_{23} = \frac{A_{23}}{\rho^{2} \Omega} \Big|_{\substack{f_{d1} = f_{d2} \to f_{d} \\ s_{1} = \tau_{2} \to \tau \\ s_{1} = s_{2} \to s \\ \varphi_{1} = \varphi_{2} \to \varphi}} = K(\hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{s}_{M\Pi} / f_{d}, \tau, s, \varphi) = \frac{\rho_{\tau f}(s) \rho_{fs}(s)}{2\pi^{2} F_{s\phi\phi} \sqrt{(f^{4} - F_{s\phi\phi}^{4})} (1 - \rho_{\tau f}^{2}(s) - \rho_{fs}^{2}(s)) \rho^{2}}$$

$$(2.13)$$

$$K_{24} = \frac{A_{24}}{\rho^{2}\Omega} \bigg|_{\substack{f_{d1}=f_{d2}\to f_{d}\\s_{1}=z_{2}\to s\\g_{1}=\varphi_{2}\to \varphi}} = K\left(\hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_{d}, \tau, s, \varphi\right) = \\ = \frac{-1}{2\pi\left(1-\rho_{\tau f}^{2}\left(s\right)-\rho_{fs}^{2}\left(s\right)\right)\rho^{2}} \left[\frac{f_{d}\left(1-\rho_{fs}^{2}\left(s\right)\right)}{F_{s\phi\phi}^{2}} + \frac{\rho_{\tau f}\left(s\right)\rho_{fs}\left(s\right)F_{s\phi\phi}}{\sqrt{\left(\overline{f^{4}}-F_{s\phi\phi}^{4}\right)}}\right], \quad (2.14)$$

$$K_{34} = \frac{A_{34}}{\rho^2 \Omega} \bigg|_{\substack{f_{d1}=f_{d2} \to f_d \\ s_1=s_2 \to s \\ \varphi_1=\varphi_2 \to \varphi}} =$$

$$K(\hat{s}_{MII}, \hat{\phi}_{MII} / f_{d}, \tau, s, \phi) = \frac{-1}{\left(1 - \rho_{\tau f}^{2}(s) - \rho_{fs}^{2}(s)\right)\rho^{2}} \left[\frac{F_{s\phi\phi}^{2}\left(1 - \rho_{\tau f}^{2}(s)\right)}{\pi\left(\overline{f^{4}} - F_{s\phi\phi}^{4}\right)} + \frac{f_{d}\rho_{\tau f}(s)\rho_{fs}(s)}{\pi F_{s\phi\phi}\sqrt{\left(\overline{f^{4}} - F_{s\phi\phi}^{4}\right)}}\right], (2.15)$$

где определитель матрицы *W* равен

$$\Omega = 16\pi^{6}T_{s\phi\phi}^{2}(s)F_{s\phi\phi}^{2}\left(\overline{f^{4}} - F_{s\phi\phi}^{4}\right)\left(1 - \rho_{\tau f}^{2}(s) - \rho_{fs}^{2}(s)\right)$$
(2.16)

Приведём также выражения для вычисления коэффициентов корреляции полученных оценок, необходимые для анализа степени влияния параметров друг на друга:

$$r\left(\hat{f}_{d,MII}, \hat{\tau}_{MII} / f_d, \tau, s, \varphi\right) = \frac{\rho_{\tau f}\left(s\right)}{\sqrt{\left(1 - \rho_{fs}^2\left(s\right)\right)}},$$
(2.17)

$$r\left(\hat{f}_{d,M\Pi},\hat{s}_{M\Pi} / f_{d},\tau,s,\varphi\right) = \frac{\rho_{fs}\left(s\right)}{\sqrt{\left(1 - \rho_{\tau f}^{2}\left(s\right)\right)}} , \qquad (2.18)$$

$$r(\hat{s}_{M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_{d}, \tau, s, \varphi) = -\left(F_{s\phi\phi}^{2}\left(1 - \rho_{\tau f}^{2}(s)\right) + \rho_{fs}(s)\rho_{\tau f}(s)f_{d}F_{s\phi\phi}^{-1}\sqrt{\left(\overline{f^{4}} - F_{s\phi\phi}^{4}\right)}\right)\left(\sqrt{1 - \rho_{\tau f}^{2}(s)}\right)^{-1} - \left(F_{s\phi\phi}^{2}\left(1 - \rho_{fs}^{2}(s)\right) + f_{d}^{2}F_{s\phi\phi}^{-2}\left(1 - \rho_{fs}^{2}(s)\right)\left(\overline{f^{4}} - F_{s\phi\phi}^{4}\right) + \rho_{fs}(s)\left(\rho_{fs}(s)F_{s\phi\phi\phi}^{4} + 2F_{s\phi\phi\phi}f_{d}\rho_{\tau f}(s)\sqrt{\left(\overline{f^{4}} - F_{s\phi\phi\phi}^{4}\right)}\right)\right) = -\frac{-F_{s\phi\phi\phi}^{2}\sqrt{1 - \rho_{\tau f}^{2}(s)}}{\sqrt{f^{4}}\left(1 - \rho_{\tau f}^{2}(s) - \rho_{fs}^{2}(s)\right) + f_{d}^{2}F_{s\phi\phi}^{-2}\left(1 - \rho_{fs}^{2}(s)\right)\left(\overline{f^{4}} - F_{s\phi\phi\phi}^{4}\right) + V_{1}(s)} + \frac{-\rho_{fs}(s)\rho_{\tau f}(s)f_{d}F_{s\phi\phi\phi}^{-1}\sqrt{\left(\overline{f^{4}} - F_{s\phi\phi\phi}^{4}\right)}}{\sqrt{1 - \rho_{\tau f}^{2}(s)}\sqrt{f^{4}}\left(1 - \rho_{\tau f}^{2}(s) - \rho_{fs}^{2}(s)\right) + f_{d}^{2}F_{s\phi\phi}^{-2}\left(1 - \rho_{fs}^{2}(s)\right)\left(\overline{f^{4}} - F_{s\phi\phi\phi}^{4}\right)} + V_{1}(s)}$$

$$(2.19)$$

где  $V_1(s) = \rho_{fs}(s) \left( \rho_{fs}(s) F_{s\phi\phi}^4 + 2F_{s\phi\phi} f_d \rho_{\tau f}(s) \sqrt{\left(\overline{f^4} - F_{s\phi\phi}^4\right)} \right).$ 

$$\begin{split} r\left(\hat{f}_{d,M\Pi},\hat{\varphi}_{M\Pi} \mid f_{d},\tau,s,\varphi\right) &= \\ & -\left(\rho_{\tau f}\left(s\right)F_{s\phi\phi}^{-1}f_{d}\sqrt{\left(\overline{f^{4}}-F_{s\phi\phi}^{4}\right)} + \rho_{fs}\left(s\right)F_{s\phi\phi}^{2}\right) \\ & \overline{\sqrt{f^{4}}\left(1-\rho_{\tau f}^{2}\left(s\right)-\rho_{fs}^{2}\left(s\right)\right) + f_{d}^{2}F_{s\phi\phi}^{-2}\left(1-\rho_{fs}^{2}\left(s\right)\right)\left(\overline{f^{4}}-F_{s\phi\phi}^{4}\right) + \rho_{fs}\left(s\right)\left(\rho_{fs}\left(s\right)F_{s\phi\phi}^{4} + 2F_{s\phi\phi}f_{d}\rho_{\tau f}\left(s\right)\sqrt{\left(\overline{f^{4}}-F_{s\phi\phi}^{4}\right)}\right)} \\ &= \frac{-\rho_{\tau f}\left(s\right)f_{d}\sqrt{\overline{f^{4}}-F_{s\phi\phi}^{4}}}{\sqrt{F_{s\phi\phi}^{2}\left(1-\rho_{\tau f}^{2}\left(s\right)-\rho_{fs}^{2}\left(s\right)\right)\overline{f^{4}} + f_{d}^{2}\left(1-\rho_{fs}^{2}\left(s\right)\right)\left(\overline{f^{4}}-F_{s\phi\phi}^{4}\right) + F_{s\phi\phi}^{2}V_{1}(s)} + \\ &+ \frac{-\rho_{fs}\left(s\right)F_{s\phi\phi}^{2}}{\sqrt{\overline{f^{4}}\left(1-\rho_{\tau f}^{2}\left(s\right)-\rho_{fs}^{2}\left(s\right)\right) + f_{d}^{2}F_{s\phi\phi}^{-2}\left(1-\rho_{fs}^{2}\left(s\right)\right)\left(\overline{f^{4}}-F_{s\phi\phi}^{4}\right) + V_{1}(s)}}, \end{split}$$

$$r(\hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_{d}, \tau, s, \varphi) = -\left(\rho_{\tau f}(s)\rho_{fs}(s)F_{s\phi\phi}^{2} + f_{d}F_{s\phi\phi}^{-1}\sqrt{(f^{4} - F_{s\phi\phi}^{4})}(1 - \rho_{fs}^{2}(s))\right)\left(\sqrt{(1 - \rho_{fs}^{2}(s))}\right)^{-1} - \left(\rho_{\tau f}(s)\rho_{fs}(s)F_{s\phi\phi}^{2}(s)\right) + f_{d}^{2}F_{s\phi\phi}^{-2}(1 - \rho_{fs}^{2}(s))\left(f^{4} - F_{s\phi\phi}^{4}\right) + \rho_{fs}(s)\left(\rho_{fs}(s)F_{s\phi\phi}^{4} + 2F_{s\phi\phi}f_{d}\rho_{\tau f}(s)\sqrt{(f^{4} - F_{s\phi\phi}^{4})}\right)\right) = -f_{d}\sqrt{f^{4} - F_{s\phi\phi}^{4}}\sqrt{(1 - \rho_{fs}^{2}(s))} + f_{d}^{2}(1 - \rho_{fs}^{2}(s))\left(f^{4} - F_{s\phi\phi}^{4}\right) + F_{s\phi\phi}^{2}} + \frac{-f_{d}\sqrt{f^{4} - F_{s\phi\phi}^{4}}\sqrt{(1 - \rho_{fs}^{2}(s))}}{\sqrt{F_{s\phi\phi}^{2}(1 - \rho_{\tau f}^{2}(s) - \rho_{fs}^{2}(s))f^{4} + f_{d}^{2}(1 - \rho_{fs}^{2}(s))\left(f^{4} - F_{s\phi\phi}^{4}\right) + F_{s\phi\phi}^{2}} + \frac{\rho_{\tau f}(s)\rho_{fs}(s)F_{s\phi\phi}^{2}}{\sqrt{(1 - \rho_{fs}^{2}(s))}\sqrt{f^{4}(1 - \rho_{\tau f}^{2}(s) - \rho_{fs}^{2}(s)) + f_{d}^{2}F_{s\phi\phi}^{-2}(1 - \rho_{fs}^{2}(s))\left(f^{4} - F_{s\phi\phi\phi}^{4}\right) + V_{1}(s)}}$$

$$(2.21)$$

ГДе  $V_2(s) = V_1(s) F_{3\phi\phi}^2 / \overline{f^4}$ .

$$r(\hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{s}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{\rho_{fs}(s)\rho_{\tau f}(s)}{\sqrt{\left(1 - \rho_{\tau f}^2(s)\right)\left(1 - \rho_{fs}^2(s)\right)}} , \qquad (2.22)$$

(2.20)

Из выражений (2.17), (2.18) следует, что коэффициент корреляции между оценками частотного сдвига и задержки пропорционален коэффициент частотно-временной связи  $\rho_{rf}(s)$ , который зависит от наклона ДХ, а коэффициент корреляции между частотным сдвигом и наклоном ДХ пропорционален коэффициенту частотно-дисперсионной связи  $\rho_{fs}(s)$ , который также зависит от наклона ДХ. При этом корреляция одной пары оценок увеличивается из-за взаимной связи другой пары оценок.

С целью дальнейшего сравнительного анализа точности оценки приведём здесь формулы для расчёта дисперсии оценки наклона ДХ в первом приближении при когерентном и некогерентном МП оценивании (получены в [22]) в принятых в диссертации обозначениях:

$$D(\hat{s}_{MII} / s) = \frac{1}{\pi^2 f^4 \rho^2},$$
 (2.23)

$$D(\hat{s}_{MII} / s, \varphi) = \frac{1}{\pi^2 (\overline{f^4} - F_{s\phi\phi}^4) \rho^2} .$$
 (2.24)

Кроме вышеприведённого случая (2.1), также представляет интерес более простая ситуация, когда в сигнале присутствует только два неизвестных параметра: наклон ДХ и

начальная фаза. Тогда матрица Фишера имеет размер 2x2:  $W_1 = \begin{pmatrix} \overrightarrow{O^*S} & \overrightarrow{O^*S} & \overrightarrow{\partial s_1 \partial \varphi_2} \\ \\ \hline \partial^2 S & \overline{\partial \varphi_1 \partial \varphi_2} & \\ \hline \partial \varphi_1 \partial \varphi_2 & \overline{\partial \varphi_1 \partial \varphi_2} \end{pmatrix} \Big|_{\substack{f_{d1} = f_{d2} \to f_d \\ r_1 = \tau_2 \to \tau}}$ .

Определив детерминант матрицы, заимствовав производные из (2.5), и воспользовавшись выражением (1.25), получим выражения:

$$D(\hat{s}_{M\Pi} / s, \varphi) = \frac{1}{\pi^2 (\overline{f^4} - F_{_{3\phi\phi}}^4) \rho^2}, \qquad (2.25)$$

$$D(\hat{\varphi}_{M\Pi} / s, \varphi) = \frac{f^4}{\left(\overline{f^4} - F_{_{9}\phi\phi}^4\right)\rho^2} , \qquad (2.26)$$

$$K\left(\hat{s}_{M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / s, \varphi\right) = \frac{-F_{s\phi\phi}^2}{\pi \left(\overline{f^4} - F_{s\phi\phi}^4\right) \rho^2}.$$
(2.27)

$$r\left(\hat{s}_{M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} \,/\, s, \varphi\right) = \frac{-F_{_{3}\phi\phi}^2}{\sqrt{f^4}} \,. \tag{2.28}$$

Заметим, что дисперсия оценки наклона ДХ соответствует дисперсии оценки этого параметра при некогерентном оценивании (2.24) (когда начальная фаза полагается равномерно распределённой случайной величиной, см. [22]). Это подтверждает утверждение о том, что точность оценивания неизвестного параметра совместно с неизвестной начальной фазой сигнала эквивалентно точности оценивания этого же параметра при усреднении по неизвестной фазе в предположении равномерности ее распределения [53].

Проведём исследования некоторых параметров входящих в выражения (2.6) - (2.19). Вопервых, зависимость эффективной длительности сигнала от наклона ДХ  $T_{s\phi\phi}(s)$  увеличивается с ростом наклона ДХ, но уменьшается с ростом длины ПСП, что показано на рисунке 2.1, где  $T_{s\phi\phi}$  – эффективная длительность сигнала в отсутствии дисперсионных искажений (см. пункт 1.1.2.3). Заметим, также, что значение  $T_{s\phi\phi}(s)$  велико для коротких ПСП. Частотно-временная связь, выражающаяся посредством коэффициента  $\rho_{\tau f}(s)$ , велика из-за дисперсионных искажений и имеет тенденцию увеличиваться с ростом наклона ДХ и уменьшаться с увеличением длины ПСП, что продемонстрировано на рисунке 2.2. Коэффициент частотно-дисперсионной связи уменьшается с ростом наклона ДХ, а его зависимость от длины ПСП сложная и будет дополнительно исследована в следующих подразделах (см. рисунок 2.3).



Рисунок 2.1 – Зависимость отношения  $T_{_{}_{}_{}\phi\phi}(s)/T_{_{}_{}_{}\phi\phi}$  от наклона ДХ для ПСП малой длины



Рисунок 2.2 – Зависимость  $\rho_{\tau f}(s)$  от наклона ДХ для ПСП малой длины



Рисунок 2.3 – Зависимость  $\rho_{fs}(s)$  от наклона ДХ для ПСП малой длины Кроме того, на рисунке 2.4 дополнительно продемонстрировано, что разница  $\left(1-\rho_{\tau f}^{2}(s)-\rho_{fs}^{2}(s)\right)$  положительна для коротких ПСП, для которых значения коэффициентов

 $\rho_{\tau f}(s)$  и  $\rho_{fs}(s)$  сравнимы с единицей.



Рисунок 2.4 – Зависимость  $\left(1 - \rho_{\tau_f}^2(s) - \rho_{fs}^2(s)\right)$  от наклона ДХ для ПСП малой длины

### 2.1.2 Частный случай для симметричных фазоманипулированных сигналов

Полученные выше выражения (2.6) - (2.19) для дисперсий, функций корреляции и коэффициентов корреляций МП оценок неизвестных  $f_d$ ,  $\tau$ , s,  $\varphi$  являются общими для любого типа сигнала с симметричным амплитудным спектром. Однако, в диссертации предлагается также рассмотреть характеристики оценки исследуемых параметров для двух представляющих интерес частных случаев: для симметричных/антисимметричных во времени вещественных фазоманипулированных сигналов и для ПСП большой длины. Рассмотрим в первую очередь случай применения симметричных/антисимметричных фазоманипулированных сигналов.

Для симметричных и антисимметричных вещественных фазоманипулированных сигналов коэффициент частотно-дисперсионной связи пренебрежимо мал и близок к нулю. Расчетным

путем можно показать, что 
$$\frac{\partial \gamma(t,s)}{\partial s}$$
 в  $\frac{\partial^2 S}{\partial f_{d,1} \partial s_2} \Big|_{\substack{f_{d,1}=f_{d,2} \to f_d \\ r_1=r_2 \to \tau \\ s_1=s_2 \to s \\ \varphi_1=\varphi_2 \to \varphi}} = \frac{\partial^2 S}{\partial f_{d,2} \partial s_1} \Big|_{\substack{f_{d,1}=f_{d,2} \to f_d \\ r_1=r_2 \to \tau \\ s_1=s_2 \to s \\ \varphi_1=\varphi_2 \to \varphi}}$ для таких сигналов

является четной функцией, что обращает интеграл  $\int_{-\infty}^{\infty} t \frac{\partial \gamma(t,s)}{\partial s} |\dot{x}(t,s)|^2 dt$  в нуль. Рассмотрим пары кодов Баркера, следующих друг за другом. Причем второй код в паре является зеркальным отражением первого с точностью до знака, – таким образом сигнал является симметричным или антисимметричным. В этом случае  $\eta(s) \approx 0$ , а следовательно, и

$$\rho_{fs}(s) = \frac{-\eta(s)}{\pi T_{s\phi\phi}(s) \sqrt{\left(\overline{f^4} - F_{s\phi\phi}^4\right)}} \approx 0.$$

В подтверждении изложенного на рисунках 2.5, 2.6 в качестве примера приведены графики зависимостей  $\frac{\partial \gamma(t,s)}{\partial s}$  от времени для кода Баркера длиной 13 и для антисимметричного фазоманипулированного сигнала, сформированного на основе кода Баркера длиной 13, из которых видно, что для антисимметричного сигнала  $\frac{\partial \gamma(t,s)}{\partial s}$  – чётная функция времени, когда как для сигнала не обладающего симметрией  $\frac{\partial \gamma(t,s)}{\partial s}$  – функция общего вида.



Рисунок 2.5 – Зависимость  $\frac{\partial \gamma(t,s)}{\partial s}$  от времени для кода Баркера длиной 13



Рисунок 2.6 – Зависимость  $\frac{\partial \gamma(t,s)}{\partial s}$  от времени для антисимметричного фазоманипулированного сигнала, сформированного на основе кода Баркера длиной 13

На рисунках 2.7, 2.8 приведены графики зависимости  $\eta(s)$  и  $\rho_{fs}(s)$ , подтверждающие, что  $\eta(s) \approx 0$ ,  $\rho_{fs}(s) \approx 0$ .



Рисунок 2.7 – Зависимость  $\eta(s)$  от наклона ДХ



Рисунок 2.8 – Зависимость  $\rho_{fs}(s)$  от наклона ДХ

При этом, коэффициент частотно-временной связи  $\rho_{\tau f}(s)$  велик для симметричных/антисимметричных фазоманипулированных сигналов, следовательно, им нельзя пренебречь при расчёте точности оценки исследуемых параметров (см. рисунок 2.9).



Рисунок 2.9 – Зависимость  $\rho_{\tau f}(s)$  от наклона ДХ для симметричных/антисимметричных фазоманипулированных сигналов малой длины

В связи с изложенным, выражения (2.6) - (2.19) для рассматриваемого частного случая можно упростить, если учесть, что коэффициент частотно-дисперсной связи пренебрежимо мал (т.е.  $\rho_{fs}(s) \approx 0$ ):

$$D(\hat{f}_{d,M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{1}{4\pi^2 T_{s\phi\phi}^2(s) (1 - \rho_{\tau f}^2(s)) \rho^2}, \qquad (2.29)$$

$$D(\hat{\tau}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{1}{4\pi^2 F_{_{3}\phi\phi}^2 (1 - \rho_{_{\tau f}}^2 (s)) \rho^2} , \qquad (2.30)$$

$$D(\hat{s}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{1}{\pi^2 \left(\overline{f^4} - F_{_{s\phi\phi}}^4\right) \rho^2} , \qquad (2.31)$$

$$D(\hat{\varphi}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{1}{\rho^2} \left[ \frac{\overline{f^4}}{\left( \overline{f^4} - F_{_{3\phi\phi}}^4 \right)} + \frac{f_d^2}{F_{_{3\phi\phi}}^2 \left( 1 - \rho_{\tau_f}^2 \left( s \right) \right)} \right], \qquad (2.32)$$

$$K\left(\hat{f}_{d,M\Pi},\hat{\tau}_{M\Pi} / f_{d},\tau,s,\varphi\right) = \frac{\rho_{\tau f}\left(s\right)}{4\pi^{2}T_{\rho\phi\phi}\left(s\right)F_{\rho\phi\phi}\left(1 - \rho_{\tau f}^{2}\left(s\right)\right)\rho^{2}},$$
(2.33)

$$K\left(\hat{f}_{d,M\Pi},\hat{s}_{M\Pi} \mid f_d,\tau,s,\varphi\right) \approx 0 , \qquad (2.34)$$

$$K\left(\hat{f}_{d,M\Pi},\hat{\varphi}_{M\Pi} / f_{d},\tau,s,\varphi\right) = \frac{-f_{d}\rho_{\tau f}\left(s\right)}{2\pi F_{\rho\phi\phi}T_{\rho\phi\phi}\left(s\right)\left(1-\rho_{\tau f}^{2}\left(s\right)\right)\rho^{2}},$$
(2.35)

$$K\left(\hat{\tau}_{MII}, \hat{s}_{MII} / f_d, \tau, s, \varphi\right) \approx 0 , \qquad (2.36)$$

$$K\left(\hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi\right) = \frac{-f_d}{2\pi F_{\rho\phi\phi}^2 \left(1 - \rho_{\tau f}^2\left(s\right)\right) \rho^2}, \qquad (2.37)$$

$$K(\hat{s}_{M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{-F_{_{\partial\phi\phi}}^2}{\pi \left(\overline{f^4} - F_{_{\partial\phi\phi}}^4\right)\rho^2}, \qquad (2.38)$$

$$r\left(\hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi\right) = \rho_{\tau f}\left(s\right), \qquad (2.39)$$

$$r\left(\hat{f}_{d,M\Pi},\hat{s}_{M\Pi} / f_d,\tau,s,\varphi\right) \approx 0 , \qquad (2.40)$$

$$r(\hat{f}_{d,M\Pi},\hat{\varphi}_{M\Pi} / f_{d},\tau,s,\varphi) = \frac{-\rho_{\tau f}(s)f_{d}\sqrt{(\overline{f^{4}} - F_{_{3}\phi\phi}^{4})}}{\sqrt{F_{_{3}\phi\phi}^{2}(1 - \rho_{\tau f}^{2}(s))\overline{f^{4}} + f_{d}^{2}(\overline{f^{4}} - F_{_{3}\phi\phi}^{4})}},$$
(2.41)

$$r(\hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{s}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) \approx 0 , \qquad (2.42)$$

$$r(\hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{-f_d \sqrt{\left(\overline{f^4} - F_{_{3\phi\phi}}^4\right)}}{\sqrt{F_{_{3\phi\phi}}^2 \left(1 - \rho_{_{\tau f}}^2(s)\right)\overline{f^4} + f_d^2 \left(\overline{f^4} - F_{_{3\phi\phi}}^4\right)}},$$
(2.43)

$$r(\hat{s}_{M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{-F_{_{\partial\phi\phi}}^2 \sqrt{\left(1 - \rho_{\tau f}^2(s)\right)}}{\sqrt{\left(1 - \rho_{\tau f}^2(s)\right)\overline{f^4} + f_d^2 F_{_{\partial\phi\phi}}^{-2}\left(\overline{f^4} - F_{_{\partial\phi\phi}}^4\right)}}.$$
(2.44)

Из анализа выражений (2.29)-(2.44) видно, что

- Выражения для дисперсии частотного сдвига, дисперсии задержки, их взаимной функции корреляции и коэффициента корреляции совпадают по форме с выражениями, приведёнными в 1.1.2.3, за исключением того, что в (2.29)-(2.44) коэффициент частотновременной связи зависит от наклона ДХ и отличен от нуля (что не должно быть для фазоманипулированных сигналов с двоичной манипуляцией).
- Дисперсия оценки наклона ДХ (2.31) при совместном оценивании совпадает с дисперсией оценки наклона ДХ (2.24) (некогерентная оценка только наклона ДХ). Что говорит о том, что оценка частотного сдвига и задержки несущественно влияет на точность оценки наклона ДХ.
- Для симметричных/антисимметричных сигналов корреляция между оценками частотного сдвига и наклона ДХ, а также между оценками задержки и наклона ДХ, отсутствует r(f<sub>d,MII</sub>, ŝ<sub>MII</sub> / f<sub>d</sub>, τ, s, φ)≈0, r(τ̂<sub>MII</sub>, ŝ<sub>MII</sub> / f<sub>d</sub>, τ, s, φ)≈0.

Имитационное моделирование для подтверждения корректности выражений (2.29)-(2.44) будет проведено ниже на примере прямоугольного импульса.

## 2.1.3 Частный случай для фазоманипулированных сигналов большой длины

Рассмотрим второй частный случай – характеристики совместного оценивания исследуемых параметров для фазоманипулированных сигналов, сформированных на основе ПСП большой длины. Проведём исследование параметров аналогичное, проведённому в 2.1.1 и 0. Во-первых, зависимость эффективной длительности сигнала от наклона ДХ  $T_{_{3}\phi\phi}(s)$  мала для сигналов, сформированных на основе длинных ПСП, что показано на рисунке 2.10. Можно положить  $T_{_{3}\phi\phi}(s) \cong T_{_{3}\phi\phi}$ , где  $T_{_{3}\phi\phi}$  – эффективная длительность неискаженного сигнала.



Рисунок 2.10 – Зависимость отношения  $T_{_{3\phi\phi}}(s)/T_{_{3\phi\phi}}$  от наклона ДХ для ПСП большой длины Коэффициент частотно-дисперсионной связи для длинных ПСП не зависит от наклона ДХ и пренебрежимо мал  $\rho_{_{fs}}(s) \rightarrow 0$ , что и проиллюстрировано с помощью рисунков 2.11, 2.12.



Рисунок 2.11 – Зависимость  $\rho_{fs}(s)$  от наклона ДХ для длинных ПСП



Рисунок 2.12 – Зависимость  $\rho_{fs}(s)$  от длины ПСП

Коэффициент частотно-временной связи растёт с увеличением наклона ДХ, однако, его значения также как и у  $\rho_{fs}(s)$  пренебрежимо малы для сигналов большой длительности, то есть  $\rho_{\tau f}(s) \rightarrow 0$  (см. рисунки 2.13, 2.14).



Рисунок 2.13 – Зависимость  $\rho_{\tau f}(s)$  от наклона ДХ для ПСП большой длины



Рисунок 2.14 – Зависимость  $\rho_{\tau f}(s)$  от длины ПСП

Из вышеприведённого можно сделать вывод, что, так как для последовательностей большой длины  $T_{_{3\phi\phi}}(s) \cong T_{_{3\phi\phi}}, \ \rho_{\tau f}(s) \to 0, \ \rho_{_{fs}}(s) \to 0$  то выражения (2.29)-(2.44) можно ещё больше упростить:

$$D(\hat{f}_{d,M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{1}{4\pi^2 T_{_{s\phi\phi}}^2 \rho^2}, \qquad (2.45)$$

$$D(\hat{\tau}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{1}{4\pi^2 F_{_{3\phi\phi}}^2 \rho^2} , \qquad (2.46)$$

$$D(\hat{s}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{1}{\pi^2 \left(\overline{f^4} - F_{_{g\phi\phi}}^4\right) \rho^2} , \qquad (2.47)$$

$$D(\hat{\varphi}_{MII} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{1}{\rho^2} \left[ \frac{\overline{f^4}}{\left(\overline{f^4} - F_{_{g\phi\phi}}^4\right)} + \frac{f_d^2}{F_{_{g\phi\phi}}^2} \right], \qquad (2.48)$$

$$K\left(\hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi\right) \approx 0, \qquad (2.49)$$

$$K\left(\hat{f}_{d,M\Pi},\hat{s}_{M\Pi} \mid f_d,\tau,s,\varphi\right) \approx 0 , \qquad (2.50)$$

$$K\left(\hat{f}_{d,M\Pi},\hat{\varphi}_{M\Pi} \mid f_d,\tau,s,\varphi\right) \approx 0 , \qquad (2.51)$$

$$K\left(\hat{\tau}_{MII}, \hat{s}_{MII} / f_d, \tau, s, \varphi\right) \approx 0 \quad , \tag{2.52}$$

$$K(\hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{-f_d}{2\pi F_{s\phi\phi}^2}, \qquad (2.53)$$

$$K(\hat{s}_{M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{-F_{_{\partial\phi\phi}}^2}{\pi \left(\overline{f^4} - F_{_{\partial\phi\phi}}^4\right)\rho^2}, \qquad (2.54)$$

$$r\left(\hat{f}_{d,M\Pi},\hat{\tau}_{M\Pi} \mid f_{d},\tau,s,\varphi\right) \approx 0, \qquad (2.55)$$

$$r\left(\hat{f}_{d,M\Pi},\hat{s}_{M\Pi} / f_d,\tau,s,\varphi\right) \approx 0 , \qquad (2.56)$$

$$r\left(\hat{f}_{d,M\Pi},\hat{\varphi}_{M\Pi} \mid f_d,\tau,s,\varphi\right) \approx 0, \qquad (2.57)$$

$$r(\hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{s}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) \approx 0 , \qquad (2.58)$$

$$r(\hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{-f_d \sqrt{\left(\overline{f^4} - F_{_{3\phi\phi}}^4\right)}}{\sqrt{F_{_{3\phi\phi}}^2 \overline{f^4} + f_d^2 \left(\overline{f^4} - F_{_{3\phi\phi}}^4\right)}},$$
(2.59)

$$r(\hat{s}_{M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{-F_{_{3\phi\phi}}^2}{\sqrt{f^4 + f_d^2 F_{_{3\phi\phi}}^{-2} (\bar{f}^4 - F_{_{3\phi\phi}}^4)}}.$$
(2.60)

Из выражений (2.45) - (2.60) следует, что дисперсии оценок частотного сдвига (2.45) и задержки (2.46) соответствуют выражениям для дисперсий самостоятельной оценки этих параметров для исследуемого типа сигнала. Также, можно заметить, что дисперсия оценки наклона ДХ при совместном оценивании совпадает с дисперсией оценки наклона ДХ при некогерентной оценка только наклона ДХ. Кроме того, для фазоманипулированных сигналов,

сформированных на ПСП большой длины, корреляционная зависимость наблюдается только между задержкой и фазой и между наклоном ДХ и фазой. Коэффициент корреляции между задержкой и фазой пропорционален  $f_d / F_{_{3}\phi\phi}$  и близок к нулю для широкополосных сигналов при условии  $F_{_{3}\phi\phi} \gg f_d$ . Дисперсия фазы оценки при этом больше, чем при оценивании трех параметров без дисперсионных искажений (см. выражения в разделе 1.1.2.3).

Подтверждение правомерности применения выражений (2.45) - (2.60) будет приведено в пункте 2.2.

## 2.1.4 Сравнение полученных выражений с выражениями ближайшего прототипа

В таблице 2.1 приведены выражения для коэффициентов корреляции оценки задержки и смещения частоты  $\hat{\tau}, \hat{f}_d$  с оценкой наклона ДХ  $\hat{s}$  в задаче оценивания четырех параметров.

В таблице 2.2 приведены выражения для дисперсий оценок  $\hat{\tau}, \hat{f}_d, \hat{\varphi}$  и их коэффициентов корреляции, позволяющие их сравнить в двух условиях: оценивание трех параметров  $\tau, f_d, \varphi$  и оценивание четырех параметров  $\tau, f_d, \varphi, s$ . В таблице учитываются различные частные случаи, рассмотренные ранее.

В таблице 2.3 приведены выражения для дисперсий оценок  $\hat{s}$ ,  $\hat{\phi}$  и коэффициента их корреляции в трех условиях: оценивание одного параметра (*s* или  $\phi$ ), оценивание двух параметров  $\phi$ , *s*, оценивание четырех параметров  $\tau$ ,  $f_d$ ,  $\phi$ , *s*. В таблице учитываются различные частные случаи, рассмотренные ранее.

Таблица 2.1 – Выражения для коэффициентов корреляций оценки задержки и смещения частоты  $\hat{\tau}, \hat{f}_d$  с оценкой наклона ДХ  $\hat{s}$  в задаче оценивания четырех параметров

Фазоманипулированные	(Анти)симметричные	
сигналы с длинными	вещественные сигналы,	Общие выражения, $\rho_{rf} \neq 0$ , $\rho_{fs} \neq 0$
$\Pi C \Pi, \ \rho_{rf} = 0, \ \rho_{fs} = 0$	$ \rho_{\tau f} \neq 0, \ \rho_{fs} = 0 $	
$r\left(\hat{f}_{d,M\Pi},\hat{s}_{M\Pi} \mid f_{d},\tau,s,\varphi\right) = 0$	$r\left(\hat{f}_{d,M\Pi},\hat{s}_{M\Pi} / f_d,\tau,s,\varphi\right) = 0$	$r\left(\hat{f}_{d,M\Pi},\hat{s}_{M\Pi} / f_{d},\tau,s,\varphi\right) = \frac{\rho_{fs}\left(s\right)}{\sqrt{\left(1 - \rho_{\tau f}^{2}\left(s\right)\right)}}$
$r\left(\hat{\tau}_{MII},\hat{s}_{MII} \mid f_d,\tau,s,\varphi\right) = 0$	$r\left(\hat{\tau}_{M\Pi},\hat{s}_{M\Pi} \mid f_d,\tau,s,\varphi\right) = 0$	$r\left(\hat{\tau}_{M\Pi},\hat{s}_{M\Pi} / f_{d},\tau,s,\varphi\right) = \frac{\rho_{fs}\left(s\right)\rho_{\tau f}\left(s\right)}{\sqrt{\left(1 - \rho_{\tau f}^{2}\left(s\right)\right)\left(1 - \rho_{fs}^{2}\left(s\right)\right)}}$

Выражения для дисперс	Выражения для дисперсий оценок $\hat{\tau}, \hat{f}_d, \hat{\phi}$ и		Выражения для дисперсий оценок $\hat{ au}, \hat{f}_d, \hat{arphi}$ и коэффициентов их корреляции в задаче оценивания четырех			
коэффициентов их корреляции в задаче		параметров				
оценивания трех параметров						
выражения для	писперсий оценок	<b>.</b>				
		Фазоманипулирован ные сигналы с длинными ПСП,	(Анти)симметричные вещественные сигналы, $\rho_{rf} \neq 0$ , $\rho_{fr} = 0$	Общие выражения, $\rho_{\tau f} \neq 0$ , $\rho_{fs} \neq 0$		
$ au, f, \phi$ и	τ, ƒ, φ и					
коэффициентов	коэффициентов					
корреляции для $\rho_{\tau f} = 0$	корреляции для	$\rho_{\tau f}=0, \ \rho_{fs}=0$				
(для ФМ-сигналов)	$\rho_{\tau f} \neq 0$					
1 1	$D(\hat{\tau}_{_{MII}} / \tau, \varphi, f_d) =$	$D(\hat{ au}_{M\Pi} / f_d,  au, s, \varphi) =$	$D(\hat{ au}_{_{M\!I\!I}} / f_d,  au, s, arphi) =$	$(1 - a^2(s))$		
$D(\hat{\tau}_{MII} / \tau, \varphi, f_d) = \frac{1}{2^2} \frac{1}{4\pi^2 F^2}$	= 1 1	1	_ 1 1	$D(\hat{\tau}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{1}{\rho^2} \frac{(1 - \rho_{fs}(s))}{4\pi^2 F_{s\phi\phi}^2 \left(1 - \rho_{\tau f}^2(s) - \rho_{fs}^2(s)\right)}$		
$ ho$ 4 $\pi$ F <sub>3<math>\phi\phi</math></sub>	$ ho^2 4\pi^2 F_{_{ m o}\phi\phi}^2 \left(1- ho_{_{ au f}}^2 ight)$	$\rho^2 4\pi^2 F_{s\phi\phi}^2$	$-\rho^{2} 4\pi^{2} F_{s\phi\phi}^{2} \left(1 - \rho_{\tau f}^{2}(s)\right)$			
$D(\hat{f}_{d,MII} / \tau, \varphi, f_d) = \frac{1}{\rho^2} \frac{1}{4\pi^2 T_{sdep}^2}$	$D(\hat{f}_{d,M\Pi}  /  \tau, \varphi, f_d) =$	$D\Big( \hat{f}_{d,M\!\Pi}  /  f_{d},  au, s, arphi \Big)$	$D\Big(\hat{f}_{_{d,M\Pi}} \ / \ f_{_{d}},  au, s, arphi \Big) \!=$			
	$=\frac{1}{1}$ $\frac{1}{1}$	_ 1 1	= 1 1	$D(f_{d,MII} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{1}{\rho^2} \frac{1}{4\pi^2 T_{sdub}^2(s)(1 - \rho_{\tau f}^2(s) - \rho_{f_b}^2(s))}$		
	$\rho^2  4\pi^2 T_{\scriptscriptstyle 9\phi\phi}^2 \left(1 - \rho_{\tau f}^2\right)$	$\frac{1}{\rho^2}\frac{1}{4\pi^2 T_{_{\!$	$ ho^2 4\pi^2 T^2_{s\phi\phi}(s) \left(1 -  ho^2_{r_f}(s)\right)$	- 3944 ( - 1) ( - 3 ( - 7)		
$1\left(\begin{array}{c} f^2\end{array}\right)$		$D(\hat{\varphi}_{MII} / f_d, \tau, s, \varphi) = \\ = \frac{1}{\rho^2} \left[ \frac{\overline{f}^4}{\left(\overline{f}^4 - F_{s\phi\phi}^4\right)} + \frac{f_d^2}{F_{s\phi\phi}^2} \right]$	$D(\hat{\varphi}_{MII} / f_d, \tau, s, \varphi) =$ $= \frac{1}{\rho^2} \left( \frac{\overline{f}^4}{\left(\overline{f}^4 - F_{s\phi\phi}^4\right)} + \frac{f_d^2}{F_{s\phi\phi}^2 \left(1 - \rho_{\tau f}^2\left(s\right)\right)} \right)$	$D(\hat{\varphi}_{ug} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2})} \left[ \frac{\overline{f^4} (1 - \rho_{\tau f}^2(s))}{(1 - \frac{1}{2})} + \frac{f_d^2}{2} + \frac{1}{2} \right]$		
	$D(\hat{\phi}_{M\Pi} / \tau, \varphi, f_d) =$ $= \frac{1}{\rho^2} \left( 1 + \frac{f_d^2}{F_{s\phi\phi}^2 \left( 1 - \rho_{\tau f}^2 \right)} \right)$			$\rho^{2}\left(1-\rho_{\tau f}^{2}\left(s\right)-\rho_{f s}^{2}\left(s\right)\right)\left[\left(f^{4}-F_{3 \phi \phi}^{4}\right)-F_{3 \phi \phi}^{2}\right]$		
$D(\tilde{\varphi}_{MII} / \tau, \varphi, f_d) = \frac{1}{\rho^2} \left( 1 + \frac{f_d}{F_{add}^2} \right)$				$\rho_{f_{t}}(s)\left(2F_{sdub}^{3}\rho_{rf}(s)f_{d}-\rho_{f_{t}}(s)\sqrt{\left(\overline{f}^{4}-F_{sdub}^{4}\right)}\left(F_{sdub}^{2}+f_{d}^{2}\right)\right)$		
, ( 344				$+\frac{r^2}{r^2} \sqrt{(\overline{r^4} - r^4)}$		
				$F_{_{3}\phi\phi}\sqrt{\left(J^{-}-F_{_{3}\phi\phi}\right)}$		
$r(\hat{f}_{\cdot,-},\hat{\tau}_{\cdot,-}/\tau,\sigma,f_{\cdot})=0$	$r(\hat{f}_{1}, \dots, \hat{\tau}_{r}, \dots, \hat{\tau}_{r}, \dots, \hat{f}_{r}) = \rho$	$r(\hat{f}_{1,m},\hat{\tau}_{1,m}/f_{1,\tau},s,\varphi) \approx 0$	$r(\hat{f}_{1}, \sigma, \hat{\tau}, \sigma / f_{1}, \tau, s, \sigma) = \rho_{s}(s)$	$r\left(\hat{f}_{d,MII},\hat{\tau}_{MII} / f_{d},\tau,s,\varphi\right) = \frac{\rho_{\tau f}(s)}{\sqrt{1-\rho_{\tau f}(s)}}$		
$(\mathcal{J}_{d,M\Pi}, \mathcal{U}_{M\Pi}, \mathcal{U}, \varphi, \mathcal{J}_{d}) = 0$	(Jd,MII) MII ( , , , , , Jd) P <sub>tf</sub>		$(J_{a,MI}, MII, J_{a}, \dots, f) = r_{f}(z)$	$\sqrt{\left(1-\rho_{fs}^{2}\left(s\right)\right)}$		
$r(\hat{\varphi}_{M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi} / \tau, \varphi, f_d) = \frac{-f_d}{\sqrt{F_{s\phi\phi}^2 + f_d^2}}$	$\begin{aligned} r(\hat{\varphi}_{M\Pi}, \hat{\tau}_{M\Pi} \mid \tau, \varphi, f_d) &= \\ &= \frac{-f_d}{\sqrt{F_{s\phi\phi}^2 \left(1 - \rho_{\tau f}^2\right) + f_d^2}} \end{aligned}$	$\begin{split} r \left( \hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} \mid f_d, \tau, s, \varphi \right) &= \\ &= \frac{-f_d \sqrt{\left( \overline{f}^4 - F_{s \phi \phi}^4 \right)}}{\sqrt{F_{s \phi \phi}^2 \overline{f}^4 + f_d^2 \left( \overline{f}^4 - F_{s \phi \phi}^4 \right)}} \end{split}$	$r\left(\hat{\tau}_{M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi\right) = -f_d \sqrt{\left(\overline{f}^4 - F_{s\phi\phi}^4\right)} \\ = \frac{-f_d \sqrt{\left(\overline{f}^4 - F_{s\phi\phi}^4\right)}}{\sqrt{F_{s\phi\phi}^2 \left(1 - \rho_{rf}^2\left(s\right)\right)\overline{f}^4 + f_d^2 \left(\overline{f}^4 - F_{s\phi\phi}^4\right)}}$	$r\left(\hat{ au}_{_{M\Pi}},\hat{arphi}_{_{M\Pi}}/f_{_{d}}, au,s,arphi ight)=$		
				$-f_d\sqrt{f^4}-F^4_{s\phi\phi}\sqrt{\left(1- ho^2_{fs}(s) ight)}$		
				$= \frac{1}{\left[F_{-1}^{2}\left(1 - \rho_{-1}^{2}(s) - \rho_{+1}^{2}(s)\right)\overline{f^{4}} + f_{+1}^{2}\left(1 - \rho_{-1}^{2}(s)\right)\left(\overline{f^{4}} - F_{-1}^{4}\right) + F_{-1}^{2}V(s)\right]} + \frac{1}{\left[F_{-1}^{2}\left(1 - \rho_{-1}^{2}(s) - \rho_{+1}^{2}(s)\right)\overline{f^{4}} + f_{+1}^{2}\left(1 - \rho_{-1}^{2}(s)\right)\overline{f^{4}} + F_{-1}^{2}V(s)\right]}$		
				$ \sqrt{-3\phi\phi} \left( -r_{\tau f} \left( -r_{f} \right) \right) \left( -r_{f s} \left( -r_{f s} \left( -r_{f s} \right) \right) \left( -r_{f s} \left( -r_{f s} \right) \right) \left( -r_{f s} \right) \right) \left( -r_{f s} $		
				$+ \frac{\rho_{\tau f}(s)\rho_{fs}(s)F_{s\phi\phi}}{\sqrt{1-1-1}}$		
				$\sqrt{\left(1-\rho_{f_{5}}^{2}\left(s\right)\right)}\sqrt{f^{4}\left(1-\rho_{\tau_{f}}^{2}\left(s\right)-\rho_{f_{5}}^{2}\left(s\right)\right)}+f_{d}^{2}F_{s\phi\phi}^{-2}\left(1-\rho_{f_{5}}^{2}\left(s\right)\right)}\left(f^{4}-F_{s\phi\phi}^{4}\right)+V_{1}(s)$		
				$V_{1}(s) = \rho_{fs}\left(s\right) \left(\rho_{fs}\left(s\right)F_{s\phi\phi}^{4} + 2F_{s\phi\phi}f_{d}\rho_{\tau f}\left(s\right)\sqrt{\left(\overline{f^{4}} - F_{s\phi\phi}^{4}\right)}\right)$		

Таблица 2.2 – Таблица выражений для дисперсий оценок задержки, начальной фазы и смещения частоты для различных вариантов

$$r(\hat{\varphi}_{M\Pi}, \hat{f}_{d,M\Pi} / \tau, \varphi, f_{d}) = 0 \qquad r(\hat{\varphi}_{M\Pi}, \hat{f}_{d,M\Pi} / \tau, \varphi, f_{d}) = \\ = \frac{-f_{d} \rho_{\tau f}}{\sqrt{F_{s\phi\phi}^{2} \left(1 - \rho_{\tau f}^{2}\right) + f_{d}^{2}}} \qquad r(\hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_{d}, \tau, s, \varphi) = \\ = \frac{-f_{d} \rho_{\tau f}}{\sqrt{F_{s\phi\phi}^{2} \left(1 - \rho_{\tau f}^{2}\right) + f_{d}^{2}}} \qquad r(\hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_{d}, \tau, s, \varphi) = \\ = \frac{-\rho_{\tau f}(s) f_{d} \sqrt{(\overline{f}^{4} - F_{s\phi\phi}^{4})}}{\sqrt{F_{s\phi\phi}^{2} \left(1 - \rho_{\tau f}^{2}\right) + f_{d}^{2}}} \qquad r(\hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_{d}, \tau, s, \varphi) = \\ = \frac{-\rho_{\tau f}(s) f_{d} \sqrt{(\overline{f}^{4} - F_{s\phi\phi}^{4})}}{\sqrt{F_{s\phi\phi}^{2} \left(1 - \rho_{\tau f}^{2}\right) + f_{d}^{2}}} \qquad r(\hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_{d}, \tau, s, \varphi) = \\ = \frac{-\rho_{\tau f}(s) f_{d} \sqrt{(\overline{f}^{4} - F_{s\phi\phi}^{4})}}{\sqrt{F_{s\phi\phi}^{2} \left(1 - \rho_{\tau f}^{2}\right) + f_{d}^{2}}} \qquad r(\hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_{d}, \tau, s, \varphi) = \\ = \frac{-\rho_{\tau f}(s) f_{d} \sqrt{(\overline{f}^{4} - F_{s\phi\phi}^{4})}}{\sqrt{F_{s\phi\phi}^{2} \left(1 - \rho_{\tau f}^{2}\right) + f_{d}^{2}}} \qquad r(\hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_{d}, \tau, s, \varphi) = \\ = \frac{-\rho_{\tau f}(s) f_{d} \sqrt{(\overline{f}^{4} - F_{s\phi\phi}^{4})}}{\sqrt{F_{s\phi\phi}^{2} \left(1 - \rho_{\tau f}^{2}\right) + f_{d}^{2}}} \qquad r(\hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_{d}, \tau, s, \varphi) = \\ = \frac{-\rho_{\tau f}(s) f_{d} \sqrt{(\overline{f}^{4} - F_{s\phi\phi}^{4})}}{\sqrt{F_{s\phi\phi}^{2} \left(1 - \rho_{\tau f}^{2}\right) + f_{d}^{2}}} \qquad r(\hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_{d}, \tau, s, \varphi) = \\ = \frac{-\rho_{\tau f}(s) f_{d} \sqrt{(\overline{f}^{4} - F_{s\phi\phi}^{4})}}{\sqrt{F_{s\phi\phi}^{2} \left(1 - \rho_{\tau f}^{2}\right) + f_{d}^{2}}} \qquad r(\hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_{d}, \tau, s, \varphi) = \\ = \frac{-\rho_{\tau f}(s) f_{d} \sqrt{(\overline{f}^{4} - F_{s\phi\phi}^{4})}}{\sqrt{F_{s\phi\phi}^{2} \left(1 - \rho_{\tau f}^{2}\right) + f_{d}^{2}}} \qquad r(\hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{\varphi}_{M\Pi} / f_{d}, \tau, s, \varphi) = \\ = \frac{-\rho_{\tau f}(s) f_{d} \sqrt{(\overline{f}^{4} - F_{s\phi\phi}^{4})}}{\sqrt{F_{d}^{4} \left(1 - \rho_{\tau f}^{2}\right) + f_{d}^{2}}} \qquad r(\hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{f}_{d}, \tau, s, \varphi) = \\ = \frac{-\rho_{\tau f}(s) f_{d} \sqrt{(\overline{f}^{4} - F_{s\phi\phi}^{4})}}{\sqrt{F_{d}^{4} \left(1 - \rho_{\tau f}^{2}\right) + f_{d}^{2}}} \qquad r(\hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{f}_{d}, \tau, s, \varphi) = \\ = \frac{-\rho_{\tau f}(s) f_{d} \sqrt{(\overline{f}^{4} - F_{s\phi\phi}^{4})}}{\sqrt{F_{d}^{4} \left(1 - \rho_{\tau f}^{2}\right) + f_{d}^{2}}} \qquad r(\hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{f}_{d}, \tau, s, \varphi) = \\ = \frac{-\rho_{\tau f}(s) f_{d} \sqrt{(\overline{f}^{4} - F_{s\phi\phi}^{4})}{\sqrt{F_{d}^{4} \left(1 - \rho_{\tau f}^{2}\right) + f_{d}^{2}}} \qquad r(\hat{f}_{d,M\Pi}, \hat{f}_{d}, \tau,$$

Таблица 2.3 – Таблица выражений для дисперсий оценок наклона ДХ и начальной фазы, а также их коэффициента корреляции

Выражения для дисперсий	Выражения для дисперсий оценок $\hat{s}$ , $\hat{\varphi}$ и коэффициента их корреляции в задаче оценивания четырех				
оценок $\hat{s},  \hat{\varphi}$ и коэффициента их	параметров				
корреляции в задаче оценивания	Фазоманипулированны	(Анти)симметричные	Общие выражения		
одного и двух параметров	е сигналы с длинными	вещественные сигналы	$ ho_{ au f}  eq 0 \;,\;  ho_{f^{s}}  eq 0$		
	$\Pi C \Pi \rho_{\tau f} = 0, \ \rho_{fs} = 0$	$ ho_{ au f}  eq 0$ , $ ho_{fs} = 0$			
1 параметр: $D(\hat{s}_{MII} / s) = \frac{1}{\pi^2 f^4 \rho^2}$ 2 параметра: $D(\hat{s}_{MII} / s, \varphi) = \frac{1}{\pi^2 (f^4 - F_{spp}^4) \rho^2}$	$D(\hat{s}_{MII} / f_d, \tau, s, \varphi) =$ $= \frac{1}{\pi^2 \left(\overline{f^4} - F_{_{3}\phi\phi}^4\right) \rho^2}$	$D(\hat{s}_{MII} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{1}{\pi^2 \left(\overline{f^4} - F_{s\phi\phi}^4\right) \rho^2}$	$D(\hat{s}_{MII} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{\left(1 - \rho_{\tau_f}^2(s)\right)}{\pi^2 \left(\overline{f^4} - F_{s\phi\phi}^4\right) \left(1 - \rho_{\tau_f}^2(s) - \rho_{fs}^2(s)\right) \rho^2}$		
1 параметр: $D(\hat{\varphi}_{MII} / \varphi) = \frac{1}{\rho^2}$ 2 параметра: $D(\hat{\varphi}_{MII} / s, \varphi) = \frac{\overline{f^4}}{\left(\overline{f^4} - F_{s\phi\phi}^4\right)\rho^2}$	$egin{aligned} Dig( \hat{arphi}_{MII} / f_d,  au, s, arphi ig) = \ &= rac{1}{ ho^2} \Bigg[ rac{\overline{f^4}}{ig( \overline{f^4} - F^4_{s\phi\phi} ig)} + rac{f_d^2}{F^2_{s\phi\phi}} \Bigg] \end{aligned}$	$D(\hat{\varphi}_{MII} / f_d, \tau, s, \varphi) =$ $= \frac{1}{\rho^2} \left[ \frac{\overline{f^4}}{\left(\overline{f^4} - F_{s\phi\phi}^4\right)} + \frac{f_d^2}{F_{s\phi\phi}^2 \left(1 - \rho_{\tau f}^2\left(s\right)\right)} \right]$	$\begin{split} D\left(\hat{\varphi}_{M\Pi} / f_d, \tau, s, \varphi\right) &= \frac{1}{\rho^2 \left(1 - \rho_{\tau f}^2\left(s\right) - \rho_{f s}^2\left(s\right)\right)} \left[\frac{\overline{f^4} \left(1 - \rho_{\tau f}^2\left(s\right)\right)}{\left(\overline{f^4} - F_{s \phi \phi}^4\right)} + \frac{f_d^2}{F_{s \phi \phi}^2} + \right. \\ &+ \frac{\rho_{f s}\left(s\right) \left(2F_{s \phi \phi}^3 \rho_{\tau f}\left(s\right) f_d - \rho_{f s}\left(s\right) \sqrt{\left(\overline{f^4} - F_{s \phi \phi}^4\right)} \left(F_{s \phi \phi}^2 + f_d^2\right)\right)}{F_{s \phi \phi}^2 \sqrt{\left(\overline{f^4} - F_{s \phi \phi}^4\right)}} \right] \end{split}$		
2 параметра: $r(\hat{s}_{MII}, \hat{\varphi}_{MII} / f_d, \tau, s, \varphi) = \frac{-F_{s\phi\phi}^2}{\sqrt{f^4}}$	$egin{aligned} &rig(\hat{s}_{MII},\hat{arphi}_{MII} \mid f_d, au,s,arphiig) = \ &= rac{-F_{s\phi\phi}^2}{\sqrt{f^4} + f_d^2 F_{s\phi\phi}^{-2} \left(\overline{f^4} - F_{s\phi\phi}^4 ight)} \end{aligned}$	$r\left(\hat{s}_{MII}, \hat{\varphi}_{MII} \mid f_d, \tau, s, \varphi\right) = \\= \frac{-F_{s\phi\phi}^2 \sqrt{\left(1 - \rho_{\tau f}^2\left(s\right)\right)}}{\sqrt{\left(1 - \rho_{\tau f}^2\left(s\right)\right)}\overline{f^4} + f_d^2 F_{s\phi\phi}^{-2}\left(\overline{f}^4 - F_{s\phi\phi}^4\right)}}$	$ \begin{split} r\left(\hat{s}_{MII}, \hat{\varphi}_{MII} / f_{d}, \tau, s, \varphi\right) &= \\ &= \frac{-F_{s\phi\phi}^{2} \sqrt{1 - \rho_{rf}^{2}\left(s\right)}}{\sqrt{\left(1 - \rho_{rf}^{2}\left(s\right) - \rho_{fs}^{2}\left(s\right)\right)\overline{f^{4}} + f_{d}^{2}F_{s\phi\phi}^{-2}\left(1 - \rho_{fs}^{2}\left(s\right)\right)\left(\overline{f^{4}} - F_{s\phi\phi}^{4}\right) + V_{1}(s)} + \\ &+ \frac{-\rho_{fs}\left(s\right)\rho_{rf}\left(s\right)f_{d}F_{s\phi\phi}^{-1} \sqrt{\left(\overline{f^{4}} - F_{s\phi\phi}^{4}\right)}\left(\sqrt{1 - \rho_{rf}^{2}\left(s\right)}\right)^{-1}}{\sqrt{\left(1 - \rho_{rf}^{2}\left(s\right) - \rho_{fs}^{2}\left(s\right)\right)\overline{f^{4}} + f_{d}^{2}F_{s\phi\phi}^{-2}\left(1 - \rho_{fs}^{2}\left(s\right)\right)\left(\overline{f^{4}} - F_{s\phi\phi}^{4}\right) + V_{1}(s)} \end{split} $		

## 2.2 Имитационное моделирование

С целью определения влияния частотной дисперсии ионосферного канала на точность оценки всех исследуемых параметров сигнала был рассмотрен случай оценивания всех исследуемых параметров и случай оценивания только задержки, частотного сдвига и начальной фазы при отсутствии дисперсионных искажений, а также с целью проверки корректности выражений (2.6) – (2.60) было проведено имитационное моделирование в Matlab. Моделирование проводилось для короткой несимметричной последовательности в виде кода Баркера, короткого прямоугольного импульса и для последовательности прямоугольных импульсов, ширина спектра которых составила 400 кГц. Оценка этих параметров производилась с помощью метода МП.

#### 2.2.1 Оценивание параметров коротких несимметричных последовательностей

На рисунках 2.15 – 2.30 (на страницах 67 – 74) приведены теоретические и экспериментальные зависимости СКО, корреляций и коэффициентов корреляций исследуемых оценок от ОСШ для короткой несимметричной последовательности в виде кода Баркера (N = 5). Истинное значение наклона дисперсионной характеристики было выбрано равным s = 80 мкс/МГц, частотного сдвига  $f_d = 5$  кГц, задержки  $\tau = 5$  мкс.

Экспериментальное СКО оценки совпадает с теоретическим СКО (см. выражения (2.6) – (2.9)) от значения ОСШ в 16 дБ, (см. рисунки 2.15 – 2.18). Это объясняется тем, что выражение для теоретического СКО оценки было получено в предположении больших значений ОСШ, а также ограничено первым приближением.

На рисунках 2.15 - 2.17 продемонстрировано, что СКО оценки всех исследуемых в работе параметров при их совместном оценивании больше (кривые при  $s \neq 0$ ), чем если бы выполнялось оценивание только трех параметров при отсутствии дисперсионных искажений (кривые при s = 0). Это связано с появлений дополнительных взаимных корреляционных связей между оценками, которые обусловлены ненулевыми значениями коэффициентов частотновременной и частотно-дисперсионной связи  $\rho_{rf}(s)$  и  $\rho_{fs}(s)$ , соответственно, которые зависят от наклона дисперсионной характеристики *s*.

Результаты имитационного моделирования подтвердили корректность и целесообразность применения выражений, полученных в разделе 2.1.1.







Рисунок 2.16 – Зависимость СКО оценки сдвига частоты от ОСШ



Рисунок 2.17 – Зависимость СКО оценки начальной фазы от ОСШ



Рисунок 2.18 – Зависимость СКО оценки наклона ДХ от ОСШ



Рисунок 2.19 – Зависимость корреляционной функции оценок задержки и частотного сдвига от ОСШ



Рисунок 2.20 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками задержки и частотного

сдвига от ОСШ



Рисунок 2.21 – Зависимость корреляционной функции для оценок начальной фазы и частотного сдвига от ОСШ



Рисунок 2.22 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками начальной фазы и частотного сдвига от ОСШ



Рисунок 2.23 – Зависимость корреляционной функции для оценок начальной фазы и задержки от ОСШ



Рисунок 2.24 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками начальной фазы и задержки от ОСШ


Рисунок 2.25 – Зависимость корреляционной функции для оценок задержки и наклона ДХ от ОСШ



Рисунок 2.26 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками задержки и наклона

ДХ от ОСШ



Рисунок 2.27 – Зависимость корреляционной функции для оценок сдвига частоты и наклона ДХ от ОСШ



Рисунок 2.28 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками сдвига частоты и наклона ДХ от ОСШ



Рисунок 2.29 – Зависимость корреляционной функции для оценок начальной фазы и наклона ДХ от ОСШ



Рисунок 2.30 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками начальной фазы и

наклона ДХ от ОСШ

### 2.2.2 Оценивание параметров одиночного импульса

На рисунках 2.31 – 2.46 (на страницах 75 – 83) приведены теоретические и экспериментальные зависимости СКО, корреляций и коэффициентов корреляций исследуемых оценок от ОСШ для прямоугольного импульса. Истинное значение наклона дисперсионной характеристики было выбрано равным s = 80 мкс/МГц, частотного сдвига  $f_d = 25$  кГц, задержки  $\tau = 5$  мкс.

Из результатов имитационного моделирования можно сделать вывод, что проведённый в 0 анализ и полученные в ходе него выражения (2.29) - (2.44) корректны и могут быть использованы для теоретических исследований точности оценки параметров искажённого ионосферой сигнала. Присутствие дисперсионных искажений и их оценивание увеличивает СКО задержки и фазы, относительно случая оценки трёх исследуемых параметров в отсутствии дисперсионных искажений. Кроме того, наличие и оценка наклона ДХ приводит к появлению существенных корреляционных зависимостей между задержкой и частотным сдвигом, задержкой и фазой, частотным сдвигом и фазой.



Рисунок 2.31 – Зависимость СКО оценки задержки от ОСШ



Рисунок 2.32 – Зависимость СКО оценки сдвига частоты от ОСШ



Рисунок 2.33 – Зависимость СКО оценки начальной фазы от ОСШ



Рисунок 2.35 – Зависимость корреляции между оценками задержки и сдвига частоты от ОСШ



Рисунок 2.36 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками задержки и частотного сдвига от ОСШ



Рисунок 2.37 – Зависимость корреляции между оценками начальной фазы и частотного сдвига

79



Рисунок 2.38 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками начальной фазы и частотного сдвига от ОСШ



Рисунок 2.39 – Зависимость корреляции между оценками начальной фазы и задержки от ОСШ



Рисунок 2.40 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками начальной фазы и задержки от ОСШ



Рисунок 2.41 – Зависимость корреляционной функции для оценок задержки и наклона ДХ от ОСШ



Рисунок 2.42 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками задержки и наклона ДХ от ОСШ



Рисунок 2.43 – Зависимость корреляционной функции для оценок сдвига частоты и наклона ДХ от ОСШ



Рисунок 2.44 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками сдвига частоты и наклона ДХ от ОСШ



Рисунок 2.45 – Зависимость корреляционной функции для оценок начальной фазы и наклона ДХ от ОСШ



Рисунок 2.46 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками начальной фазы и наклона ДХ от ОСШ

Отличительной особенностью является симметричность одиночного импульса, которая приводит к нулевой корреляции оценок частотного сдвига  $\rho_{fs}(s) = 0$ . При этом СКО оценки частотного сдвига в задаче оценивания четырех параметров не отличается существенно от аналогичного показателя в задаче оценивания трех параметров. СКО оценки задержки ухудшается существенно из-за сильной частотной-временной корреляции ( $\rho_{rf}(s) > 0.95$ ).

#### 2.2.3 Оценивание параметров последовательности импульсов

На рисунках 2.47 – 2.62 (на страницах 84 – 92) приведены теоретические и экспериментальные зависимости СКО, корреляций и коэффициентов корреляций исследуемых оценок от ОСШ для фазоманипулированного сигнала с модуляцией ФМ-2. Последовательность прямоугольных импульсов сформирована на основе М-последовательности длиной 2047. Истинное значение наклона дисперсионной характеристики было выбрано равным s = 80 мкс/МГц, частотного сдвига  $f_d = 12$  Гц, задержки  $\tau = 5.0$  мкс.

Из результатов имитационного моделирования можно сделать вывод, что проведённый в 2.1.3 анализ и полученные в ходе него выражения (2.45) - (2.60) корректны и могут быть использованы для теоретических исследований точности оценки параметров искажённого ионосферой сигнала:

- СКО оценок задержки и частотного сдвига при совместном оценивании четырёх исследуемых параметров соответствуют СКО оценки при самостоятельном, отдельном оценивании задержки и частотного сдвига соответственно (см. выражения (2.45) и (2.46)
   ).
- Для последовательности импульсов, сформированной на псевдослучайной последовательности большой длины, оценки задержки и частотного сдвига некоррелированные.
- 3. В рассматриваемом случае всеми корреляционными зависимостями между оценками можно пренебречь кроме  $K(\hat{s}_{MII}, \hat{\phi}_{MII}) \neq 0$ .
- Все вышеприведённые пункты подтверждают тем самым целесообразность применения выражений (2.45) (2.60) вместо выражений (2.6) (2.19). Корреляционная связь, *K*(τ̂<sub>MII</sub>, φ̂<sub>MII</sub> / f<sub>d</sub>, τ, s, φ) ≈ 0, из-за малости f<sub>d</sub> по сравнению с F<sup>2</sup><sub>эφφ</sub>.



Рисунок 2.47 – Зависимость СКО оценки задержки от ОСШ



Рисунок 2.48 – Зависимость СКО оценки сдвига частоты от ОСШ



Рисунок 2.49 – Зависимость СКО оценки начальной фазы от ОСШ



Рисунок 2.50 – Зависимость СКО оценки наклона ДХ от ОСШ



Рисунок 2.51 – Зависимость корреляционной функции оценок задержки и сдвига частоты от

OCIII

87



Рисунок 2.52 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками задержки и частотного сдвига от ОСШ



Рисунок 2.53 – Зависимость корреляционной функции оценок начальной фазы и частотного сдвига от ОСШ



Рисунок 2.54 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками начальной фазы и частотного сдвига от ОСШ



Рисунок 2.55 – Зависимость корреляционной функции оценок начальной фазы и задержки от



Рисунок 2.56 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками начальной фазы и задержки от ОСШ



Рисунок 2.57 – Зависимость корреляционной функции оценок задержки и наклона ДХ от ОСШ



Рисунок 2.58 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками задержки и наклона ДХ от ОСШ



Рисунок 2.59 – Зависимость корреляционной функции оценок сдвига частоты и наклона ДХ от ОСШ



Рисунок 2.60 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками сдвига частоты и наклона ДХ от ОСШ



Рисунок 2.61 – Зависимость корреляционной функции оценок начальной фазы и наклона ДХ от ОСШ



Рисунок 2.62 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками начальной фазы и наклона ДХ от ОСШ

# 2.3 Расчет потерь при оценивании параметров сигнала при отсутствии компенсации дисперсионных искажений

Рассмотрим случай неоптимального приёма, когда поступающих на вход приёмника полезный сигнал отличается от опорного сигнала. В качестве полезного сигнала будет всё также выступать сигнал (2.1), однако, сигнал, на который настроено приёмное устройство имеет вид:

$$\tilde{u}(t, \hat{f}_{d}, \hat{\tau}, 0, \hat{\varphi}) = e^{-j\hat{\varphi}} e^{j2\pi \hat{f}_{d}(t-\hat{\tau})} \dot{x}(t-\hat{\tau}).$$
(2.61)

Другими словами, приёмное устройство не обладает информацией о параметрах канала (2.2), в том числе о наклоне ДХ.

Тогда, подставив (2.1) и (2.61) в выражение (2.3), выражение для сигнальной составляющей логарифма функции правдоподобия при неоптимальном приёме в форме:

$$S_{\Delta}\left(f_{d},\hat{f}_{d},\tau,\hat{\tau},s,\varphi,\hat{\varphi}\right) = \operatorname{Re}\left[e^{-j(\varphi-\hat{\varphi})}e^{-j2\pi f_{d}\tau}e^{j2\pi \hat{f}_{d}\hat{\tau}}\frac{1}{\tilde{E}_{s}}\int_{-\infty}^{\infty}\dot{x}\left(t-\tau,s\right)\dot{x}^{*}\left(t-\hat{\tau}\right)e^{j2\pi t\left(f_{d}-\hat{f}_{d}\right)}dt\right], (2.62)$$

где  $\tilde{E}_s = \max \left[ S_{\Delta} \left( f_{d,1}, f_{d,2}, \tau_1, \tau_2, s, \varphi_1, \varphi_2 \right) \right].$ 

В таком случае корреляционная функция оценок исследуемых неэнергетических параметров в первом приближении вычисляется в соответствии с выражением [53]

$$K_{jp}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{M\Pi} / \boldsymbol{\theta}\right) = \frac{1}{\rho_{\Delta}^{4}\hat{\Omega}^{2}} \sum_{q=1}^{\mu} \sum_{\nu=1}^{\mu} \hat{A}_{j\nu} \hat{A}_{pq} \left. \frac{\rho^{2} \partial^{2} S_{N}\left(\boldsymbol{\theta}_{1}, \boldsymbol{\theta}_{2}\right)}{\partial \theta_{1\nu} \partial \theta_{2q}} \right|_{\hat{\boldsymbol{\theta}} \to \boldsymbol{\theta}}, \quad j = 1 \div \mu, \quad p = 1 \div \mu.$$
(2.63)

где  $\hat{\Omega}$  – определитель матрицы Фишера  $W_{\Delta}$ ,  $\hat{A}_{jp}$  – алгебраические дополнения матрицы  $W_{\Delta}$ ,  $S_N(\theta_1, \theta_2) = M \Big[ N_{\Delta}(\theta_1) N_{\Delta}(\theta_2) \Big]$  – корреляционной функции помеховых составляющих логарифма функции правдоподобия при неоптимальном приёме, равная сигнальной составляющей в точках  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\rho_{\Delta}^2 = \frac{\tilde{E}_s}{\sigma_u^2}$  – ОСШ при неоптимальном приёме.

В рассматриваемом в диссертации случае  $\theta_{11}$ ,  $\theta_{21} - f_{d,1}$ ,  $f_{d,2}$ ,  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{22} - \tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\theta_{13}$ ,  $\theta_{23} - \varphi_1$ ,  $\varphi_2$ . Матрица  $W_{\Delta}$  имеет следующий вид:

$$W_{\Delta} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 S_{\Delta}}{\partial \hat{f}_d^2} & \frac{\partial^2 S_{\Delta}}{\partial \hat{f}_d \partial \hat{\tau}} & \frac{\partial^2 S_{\Delta}}{\partial \hat{f}_d \partial \hat{\phi}} \\ \frac{\partial^2 S_{\Delta}}{\partial \hat{f}_d \partial \hat{\tau}} & \frac{\partial^2 S_{\Delta}}{\partial \hat{\tau}^2} & \frac{\partial^2 S_{\Delta}}{\partial \hat{\tau} \partial \hat{\phi}} \\ \frac{\partial^2 S_{\Delta}}{\partial \hat{f}_d \partial \hat{\phi}} & \frac{\partial^2 S_{\Delta}}{\partial \hat{\tau} \partial \hat{\phi}} & \frac{\partial^2 S_{\Delta}}{\partial \hat{\phi}^2} \end{pmatrix} \Big|_{\substack{\hat{f}_d \to f_d \\ \hat{\phi} \to \varphi - \varphi_{sh}}}^{\beta} , \qquad (2.64)$$

где  $S_{\Delta}$  – сокращённая запись  $S_{\Delta}(f_d, \hat{f}_d, \tau, \hat{\tau}, s, \varphi, \hat{\varphi})$  (2.62),  $\varphi - \varphi_{sh}$  – значение оценки фазы, при котором достигается максимум (2.62) с учетом смещения  $\varphi_{sh}$ , вызванного неоптимальным приемом. Значение  $\varphi_{sh}$  может быть вычислено по формуле:

$$\varphi_{sh} = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}\left[\int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}(t-\tau,s)\dot{x}^{*}(t-\hat{\tau})dt\right]}{\operatorname{Re}\left[\int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}(t-\tau,s)\dot{x}^{*}(t-\hat{\tau})dt\right]}$$
(2.65)

Зависимость фазового сдвига от значения наклона ДХ *s* приведена на рисунке 2.63.

Покажем расчетным путем, что оценки задержки и частотного сдвига в случае неоптимального приема являются несмещенными в первом приближении. В качестве исследуемого сигнала использовался фазоманипулированный сигнал с модуляцией ФМ-2. Последовательность прямоугольных импульсов сформирована на основе М-последовательности длиной 2047. Истинное значение наклона дисперсионной характеристики было выбрано равным

s = 80 мкс/МГц, частотного сдвига  $f_d = 12$  Гц, задержки  $\tau = 5$  мкс. Опорный сигнал сформирован в соответствии с выражением (2.61), то есть предполагается, что приёмное устройство не настроено на приём сигнала, искаженного частотной дисперсией ионосферного канала.



Рисунок 2.63 – Значение фазового сдвига в зависимости от значения наклона ДХ На рисунке 2.64 приведен модуль функции неопределенности в зависимости от значений оценки задержки и оценки частотного сдвига.



Рисунок 2.64 – Модуль функции неопределенности в зависимости от значений оценки задержки и оценки частотного сдвига

На рисунках 2.65 и 2.66 приведены сечения (проведенные через точки истинных значений) модуля функции неопределенности для оценки задержки и оценки частотного сдвига. Из данных зависимостей видно, что положение максимума функции неопределенности соответствует истинным значениям задержки и частотного сдвига, что показывает асимптотическую несмещенность соответствующих оценок (а также строгую несмещенность в первом приближении).



Рисунок 2.65 – Модуль функции неопределенности в сечении по оценке задержки ( $\hat{\tau} = 5$  мкс)



Рисунок 2.66 – Модуль функции неопределенности в сечении по оценке частотного сдвига (

 $\hat{f}_d = 12 \Gamma_{\mathrm{II}}$ 

Получим выражения для искомых производных в форме:

$$\begin{split} \frac{\partial^2 S_{\Lambda}}{\partial \hat{f}_d^2} \bigg|_{\substack{\substack{j_d \to f_d \\ \bar{\varphi} \to \varphi - \varphi_{sh}}}} &= -\frac{4\pi^2}{\tilde{E}_s} \operatorname{Re} \bigg( e^{-j\varphi_{sh}} \int_{-\infty}^{\infty} (t-\tau)^2 \dot{x} (t-\tau,s) \dot{x}^* (t-\tau) dt \bigg), \\ \frac{\partial^2 S_{\Lambda}}{\partial \hat{\tau}^2} \bigg|_{\substack{\substack{j_d \to f_d \\ \bar{\tau} \to \tau \\ \bar{\varphi} \to \varphi - \varphi_{sh}}}} &= -4\pi^2 \operatorname{Re} \bigg( \frac{1}{\tilde{E}_s} e^{-j\varphi_{sh}} \int_{-\infty}^{\infty} (f+f_d)^2 \big| \dot{X} (j2\pi f) \big|^2 e^{-j\pi f^2 s} df \bigg), \\ \frac{\partial^2 S_{\Lambda}}{\partial \hat{\varphi}^2} \bigg|_{\substack{\substack{j_d \to f_d \\ \bar{\tau} \to \tau \\ \bar{\varphi} \to \varphi - \varphi_{sh}}}} &= -\operatorname{Re} \bigg( \frac{1}{\tilde{E}_s} e^{-j\varphi_{sh}} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x} (t-\tau,s) \dot{x}^* (t-\tau) dt \bigg), \\ \frac{\partial^2 S_{\Lambda}}{\partial \hat{f}_d \partial \hat{\tau}} \bigg|_{\substack{\substack{j_d \to f_d \\ \bar{\tau} \to \tau \\ \bar{\varphi} \to \varphi - \varphi_{sh}}}} &= \operatorname{Re} \bigg( j2\pi \frac{e^{-j\varphi_{sh}}}{\tilde{E}_s} \int_{-\infty}^{\infty} (t-\tau) \dot{x} (t-\tau,s) \frac{\partial \dot{x}^* (t-\tau)}{\partial t} dt + \\ +4\pi^2 f_d \frac{e^{-j\varphi_{sh}}}{\tilde{E}_s} \int_{-\infty}^{\infty} (t-\tau) \dot{x} (t-\tau,s) \dot{x}^* (t-\tau) dt + j2\pi \frac{e^{-j\varphi_{sh}}}{\tilde{E}_s} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x} (t-\tau) dt \bigg), \\ \frac{\partial^2 S_{\Lambda}}{\partial \hat{f}_d \partial \hat{\varphi}} \bigg|_{\substack{\substack{j_d \to f_d \\ \bar{\tau} \to \tau \\ \bar{\varphi} \to \varphi - \varphi_{sh}}}} &= \operatorname{Re} \bigg( 2\pi \frac{e^{-j\varphi_{sh}}}{\tilde{E}_s} \int_{-\infty}^{\infty} (t-\tau) \dot{x} (t-\tau,s) \dot{x}^* (t-\tau) dt \bigg), \\ \frac{\partial^2 S_{\Lambda}}{\partial \hat{\varphi} \partial \hat{\varphi}} \bigg|_{\substack{\substack{j_d \to f_d \\ \bar{\tau} \to \tau \\ \bar{\varphi} \to \varphi - \varphi_{sh}}}} &= \operatorname{Re} \bigg( 2\pi \frac{e^{-j\varphi_{sh}}}{\tilde{E}_s} \int_{-\infty}^{\infty} (t-\tau) \dot{x} (t-\tau,s) \dot{x}^* (t-\tau) dt \bigg), \end{aligned}$$

а

$$S_{N}(\boldsymbol{\theta}_{1},\boldsymbol{\theta}_{2}) = \\ = S_{N}(f_{d1},f_{d2},\tau_{1},\tau_{2},\varphi_{1},\varphi_{2}) = \\ = \operatorname{Re}\left[e^{-j(\varphi_{1}-\varphi_{2})}e^{-j2\pi f_{d1}\tau_{1}}e^{j2\pi f_{d2}\tau_{2}}\frac{1}{E_{s}}\int_{-\infty}^{\infty}\dot{x}(t-\tau_{1})\dot{x}^{*}(t-\tau_{2})e^{j2\pi t(f_{d1}-f_{d2})}dt\right],$$
(2.66)

Можно сказать, что  $S_N(f_{d1}, f_{d2}, \tau_1, \tau_2, \varphi_1, \varphi_2)$  представляет собой сигнальную составляющую логарифма функции правдоподобия при оптимальном приёме сигнала без дисперсионных искажений  $\dot{y}(t) = \dot{x}(t, \varphi, \tau, f_d) + \dot{n}(t), t = -T_n/2 \div T_n/2$ , что соответствует случаю, описанному в 1.1.2.3.

Все необходимые производные от  $S_N(f_{d1}, f_{d2}, \tau_1, \tau_2, \varphi_1, \varphi_2)$  приведены ниже:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial f_{d1} \partial f_{d2}} \bigg|_{\substack{f_{d1} = f_{d2} \to f_d \\ r_1 = r_2 \to \tau \\ s_1 = s_2 \to s \\ \varphi_1 = \varphi_2 \to \varphi - \varphi_{sh}}} = 4\pi^2 T_{s\phi\phi}^2, \ \frac{\partial^2 S}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} \bigg|_{\substack{f_{d1} = f_{d2} \to f_d \\ r_1 = \tau_2 \to \tau \\ s_1 = s_2 \to s \\ \varphi_1 = \varphi_2 \to \varphi - \varphi_{sh}}} = 4\pi^2 \left( F_{s\phi\phi}^2 + f_d^2 \right), \ \frac{\partial^2 S}{\partial \varphi_1 \partial \varphi_2} \bigg|_{\substack{f_{d1} = f_{d2} \to f_d \\ r_1 = \tau_2 \to \tau \\ s_1 = s_2 \to s \\ \varphi_1 = \varphi_2 \to \varphi - \varphi_{sh}}} = 1,$$

 $S_N$  – сокращенная запись  $S_N(f_{d_1}, f_{d_2}, \tau_1, \tau_2, \varphi_1, \varphi_2)$  выражения (2.66).

Так как выражения элементов матрицы (2.64), как и само выражение (2.63), если его раскрывать, довольно громоздки, аналитических записей дисперсией и функций корреляции оценок приведено не будет. Расчёт характеристик точности предлагается проводить напрямую по выражению (2.63), используя полученные выражения для производных от  $S_N(f_{d,1}, f_{d,2}, \tau_1, \tau_2, \varphi_1, \varphi_2)$  (2.66) и вычисляя алгебраические дополнения и определитель матрицы (2.64) с помощью прикладных математических пакетов.

Для анализа точности оценок  $\hat{f}_d$ ,  $\hat{\tau}$ ,  $\hat{\varphi}$  при неоптимальном приеме было проведено имитационное моделирование. В модели использовался фазоманипулированный сигнал с модуляцией ФМ-2. Последовательность прямоугольных импульсов сформирована на основе М-последовательности длиной 2047. Истинное значение наклона дисперсионной характеристики было выбрано равным s = 80 мкс/МГц, частотного сдвига  $f_d = 12$  Гц, задержки  $\tau = 5$  мкс. Опорный сигнал сформирован в соответствии с выражением (2.61), то есть предполагается, что приёмное устройство не настроено на приём сигнала с частотной дисперсией ионосферного канала. На рисунках 2.67 – 2.75 (на рисунках 98 – 102) приведены теоретические (получены по выражениям выше) и экспериментальные зависимости СКО, корреляций и коэффициентов корреляций исследуемых оценок от ОСШ для трёх случаев:

- 1. Сигнал не искажён частотной дисперсией ионосферного канала, то есть содержит только три неизвестных параметра: частотный сдвиг, задержку и фазу, которые и оцениваются.
- Сигнал искажён частотной дисперсией ионосферного канала, то есть содержит четыре неизвестных параметра: частотный сдвиг, задержку, фазу и наклон ДХ, однако опорный сминал приёмного устройства не содержит информации об ионосферном канале (производится оценка всех параметров кроме наклона ДХ).
- Сигнал искажён частотной дисперсией ионосферного канала, то есть содержит четыре неизвестных параметра: частотный сдвиг, задержку, фазу и наклон ДХ; все неизвестные параметры оцениваются.



Рисунок 2.67 – Зависимость СКО оценки задержки от ОСШ



Рисунок 2.68 – Зависимость СКО оценки сдвига частоты от ОСШ



Рисунок 2.69 – Зависимость СКО оценки начальной фазы от ОСШ



Рисунок 2.70 – Зависимость корреляционной функции оценок задержки и сдвига частоты от ОСШ



Рисунок 2.71 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками задержки и частотного сдвига от ОСШ



Рисунок 2.72 – Зависимость корреляционной функции оценок начальной фазы и частотного сдвига от ОСШ



Рисунок 2.73 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками начальной фазы и частотного сдвига от ОСШ



Рисунок 2.74 – Зависимость корреляционной функции оценок начальной фазы и задержки от ОСШ



Рисунок 2.75 – Зависимость коэффициента корреляции между оценками начальной фазы и задержки от ОСШ

Из анализа приведённых зависимостей можно сделать вывод, что если в приёмном устройстве не учитывается влияние частотной дисперсии ионосферного канала, то это существенно снижает точность оценки остальных неизвестных параметров сигнала, например, при ОСШ 16 дБ СКО оценки задержки увеличивается примерно в 10 раз, СКО оценки частотного сдвига в 1.7 раза, СКО оценки фазы в 2.4 раза (сравнивались значения, полученные в ходе моделирования). Энергетический проигрыш при этом составляет порядка 20 дБ, 4.5 дБ и 7 дБ, соответственно, для каждого из вышеупомянутых параметров.

### 2.4 Выводы по разделу 2

Во втором разделе было проведено исследование точности совместного оценивая четырёх неизвестных параметров широкополосного сигнала, искажённого частотной дисперсией ионосферного канала, а именно: наклона ДХ, допплеровского сдвига частоты, задержки и начальной фазы. Получены теоретические выражения для дисперсий и взаимных корреляций оценок указанных неизвестных параметров для сигнала с произвольным спектром. Были

103

выявлены корреляционные зависимости межу оценками исследуемых параметров и тем самым, получены более точные значения их дисперсий. Кроме того, были получены упрощённые выражения для сигналов с симметричным спектром и сигналов, сформированных на основе длинных ПСП. Выявлено, что в последнем случае дисперсии оценок задержки и частотного сдвига приближаются к выражениям для дисперсий самостоятельной оценки этих параметров с ростом длины последовательности, на основе которой сформирован сигнал, дисперсия оценки наклона ДХ при совместном оценивании совпадает с дисперсией некогерентной оценки только наклона ДХ, а большинство корреляционных связей стремится к нулю. Полученные в результате имитационного моделирования выборочные значения СКО и взаимной корреляции оценок, совпали с теоретическими результатами при значениях ОСШ от 20 дБ. Такой результат объясняется тем, что выражение для теоретического СКО оценки метода максимума функции правдоподобия выводится в предположении больших значений ОСШ, а также ограничено первым приближением. Также во втором разделе настоящей диссертации продемонстрирован вклад оценки наклона ДХ в точность оценки остальных параметров. Для этого были получены выражения, характеризующие точность оценки частотного сдвига, задержки и фазы при неоптимальном приёме, то есть, когда приёмное устройство не оценивает наклон ДХ.

Из анализа приведённых зависимостей можно сделать вывод, что если в приёмном устройстве не учитывается влияние частотной дисперсии ионосферного канала, то это существенно снижает точность оценки остальных неизвестных параметров сигнала, например, при ОСШ 16 дБ СКО оценки задержки увеличивается примерно в 10 раз, СКО оценки частотного сдвига в 1.7 раза, СКО оценки фазы в 2.4 раза (сравнивались значения, полученные в ходе моделирования). Энергетический проигрыш при этом составляет порядка 20 дБ, 4.5 дБ и 7 дБ, соответственно, для каждого из вышеупомянутых параметров.

# **3** Алгоритм совместного обнаружения сигнала, подверженного дисперсионным искажениям, и оценивания его параметров

## 3.1 Обнаружение сигнала с неизвестным наклоном дисперсионной характеристики и начальной фазой

На вход обнаружителя поступает комплексная огибающая шума (гипотеза  $H_0$ ) или смесь сигнала, подверженного дисперсионным искажениям, и шума (гипотеза  $H_1$ )

$$\begin{cases} H_0 : \dot{y}_i = \dot{n}_i, i = 1 \div N, \\ H_1 : \dot{y}_i = \dot{u}_i \left( s, \varphi \right) + \dot{n}_i, i = 1 \div N, \end{cases}$$
(3.1)

где  $\dot{u}_i(s,\varphi)$  – отсчёты комплексной огибающей сигнала, искажённого ионосферным каналом,  $\dot{u}_i(s,\varphi) = \sum_{n=0}^{i} \dot{x}_n(\varphi) \dot{h}_{i-n}(s)$ , где  $x_i$  – отсчёты комплексной огибающей переданного информационного сигнала,  $\dot{h}_i(s)$  – отсчёты комплексной огибающей импульсной характеристики ионосферного канала (ИХ), s – наклон дисперсионной характеристики (ДХ), параметр характеризующий дисперсионные искажения,  $\varphi$  – неизвестная начальная фаза,  $\dot{n}_i$  – комплексные отсчёты белого гауссовского шума, квадратуры которого некоррелированные  $M\left[\operatorname{Re}(\dot{n}_i)\operatorname{Re}(\dot{n}_{i+1})\right] = 0$  и  $M\left[\operatorname{Im}(\dot{n}_i)\operatorname{Im}(\dot{n}_{i+1})\right] = 0$ ,  $M\left[\operatorname{Re}(\dot{n}_i)\operatorname{Im}(\dot{n}_i)\right] = 0$  при любых i, j, математическое ожидание квадратур шума  $M\left[\operatorname{Re}(\dot{n}_i)\right] = M\left[\operatorname{Im}(\dot{n}_i)\right] = 0$ , дисперсия –  $D\left[\operatorname{Re}(\dot{n}_i)\right] = D\left[\operatorname{Im}(\dot{n}_i)\right] = \sigma_w^2$ .

Начальная фаза не является информационным параметром, поэтому отношение правдоподобия усредняется по ней. В этом случае, если фаза распределена по равномерному закону в интервале  $-\pi$  до  $\pi$ , правило принятия решения при (3.1) имеет вид

$$\max_{\hat{s}} [L] = \max_{\hat{s}_i \in \Delta_s} \left[ \left| \frac{1}{\sigma_u^2} \sum_{i=1}^N \dot{y}_i \tilde{u}_i^* \left( \hat{s} \right) \right| \right]^{\gamma_1 \gamma_0} \geq < C, \qquad (3.2)$$

 $\dot{u}_{i}(\hat{s})$  – отсчёты опорного сигнала, сформированного на основе априорных сведений о информационном сигнале и неизвестном параметре *s*,  $\hat{s}_{l} \in \Delta_{s}$  – текущая оценка неизвестного наклона ДХ,  $\Delta_{s}$  – область определения неизвестного наклона ДХ, \* – символ комплексного сопряжения.

Значение МП оценки наклона ДХ определяется как

$$\hat{s}_{M\Pi} = \arg \max\left( \left| \frac{1}{\sigma_{u}^{2}} \sum_{i=1}^{N} \dot{y}_{i} \tilde{u}_{i}^{*} \left( \hat{s} \right) \right| \right).$$
(3.3)

Удобно представить логарифм отношения правдоподобия в частотной области

$$\max_{\hat{s}} [L] = \max_{\hat{s}} \left[ \left| \frac{1}{N \sigma_{u}^{2}} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} \dot{Y}(k) U^{*}(k, \hat{s}) \right| \right]^{\gamma_{1} \gamma_{0}} \leq C , \qquad (3.4)$$
$$\hat{s}_{M\Pi} = \arg_{\hat{s}_{l} \in \Delta_{s}} \left( \left| \frac{1}{N \sigma_{u}^{2}} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} \dot{Y}(k) U^{*}(k, \hat{s}) \right| \right),$$

где  $\dot{Y}(k)$  – отсчёты принятого сигнала в частотной области,  $\dot{U}(k,\hat{s}) = X^*(k)e^{-j\pi \left(\frac{kF_s}{N}\right)^2 \hat{s}}$  – отсчёты опорного сигнала в частотной области.

Дисперсия оценки наклона ДХ в первом приближении для сигнала с неизвестной начальной фазой определяется соответственно по формуле (2.24).

## 3.1.1 Характеристики обнаружителя сигнала с неизвестным наклоном ДХ и начальной фазой

Так как характеристики некогерентного обнаружителя и когерентного с оценкой начальной фазы, распределённой по равномерному закону, совпадают, то для расчёта вероятности пропуска цели и ложной тревоги будем использовать выражения, полученные для (1.40) и (1.43) (вероятностные характеристики в этих двух случаях них одинаковые).

Положив в (1.48) и (1.50)  $\mu = 2$ , получим, что выражения для вероятности ложной тревоги и вероятности пропуска цели при оценке наклона ДХ и начальной фазы сигнала имеют вид

$$\alpha \approx \begin{cases} 1 - \exp\left(-\frac{\xi C}{(2\pi)^{3/2} \rho} \exp\left(-\frac{C^2}{2\rho^2}\right)\right), C \ge \rho \\ 1, \qquad C < \rho \end{cases}$$

$$\beta = \begin{cases} \exp\left(-\frac{\xi C}{(2\pi)^{3/2} \rho} \exp\left(-\frac{C^2}{2\rho^2}\right)\right) \times \\ \times \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{C} \exp\left(-M + \frac{3\rho^2}{2}\right) \exp\left(\frac{2\rho^2 - M}{\sqrt{2}\rho}\right) dM, \quad C \ge \rho \\ 0, \qquad C < \rho \end{cases}$$

$$(3.5)$$

где 
$$\xi = 2\pi\Delta_s \sqrt{-\frac{d^2 G(s,\hat{s})}{d\hat{s}^2}}\Big|_{\hat{s}=s}$$
,  
 $\frac{d^2 G(s,\hat{s})}{d\hat{s}^2}\Big|_{\hat{s}=s} = \frac{1}{E_s N} \left[\sum_{k=-N/2}^{N/2-1} |X(k)|^2\right] \left[\left(\sum_{k=-N/2}^{N/2-1} \left[|X(k)|^2 \pi \left(\frac{kF_s}{N}\right)^2\right]\right)^2 - \sum_{k_1=-N/2}^{N/2-1} |X(k)|^2 \sum_{k_1=-N/2}^{N/2-1} \left[|X(k)|^2 \pi^2 \left(\frac{kF_s}{N}\right)^4\right]\right], \Delta_s$  – область определения неизвестного наклона ДХ,

выбирается из априорных сведений. Общее выражение для  $\xi$  при оценке фазы и неизвестного неэнергетического параметра приведено в [55].

Если используется обнаружитель Неймана-Пирсона, то вычислить аналитически порог *С* по (3.5) не представляется возможным, так как необходимо решить трансцендентное уравнение, поэтому он определяется с помощью любого приближённого метода.

С целью проверки корректности выражений (3.5), (3.6) было проведено имитационное моделирование в Matlab. Моделирование проводилось для ФМ-2 сигнала, сформированного на основе М-последовательности, длиной 2047. Ширина спектра сигнала составила 400 кГц, истинное значение наклона дисперсионной характеристики было выбрано равным s = 80 мкс/МГц. Оценка наклона ДХ производилась с помощью метода МП. Для обнаружения сигнала был использован некогерентный обнаружитель Неймана-Пирсона с  $\alpha = 10^{-3}$ . Область определения наклона ДХ  $\Delta_s = 360$ . Порог был рассчитан с помощью встроенной функции Matlab fzero(), позволяющей находить корни нелинейных уравнений. Количество экспериментов – 1000. В результате моделирования был получен график зависимости вероятности пропуска цели от ОСШ, приведённый на рисунке 3.1. На графике приведены:

- 1. Теоретическая зависимость вероятности пропуска цели от ОСШ для полностью известного сигнала (кроме начальной фазы) при некогерентном обнаружении;
- 2. Теоретическая зависимость для сигнала с неизвестным оцениваемым наклоном ДХ и начальной фазой;
- 3. Экспериментальная зависимость вероятности пропуска цели от ОСШ при некогерентной оценке наклона ДХ и некогерентном обнаружении.

Из представленных зависимостей можно сделать вывод:

 Вероятность пропуска цели при обнаружении сигнала с неизвестным, оцениваемым с помощью метода МП, наклоном ДХ увеличивается более чем в 10 раз при ОСШ выше 14 дБ, при этом потери в ОСШ составили порядка 1 дБ.  Экспериментальные и теоретические зависимости совпали, что подтверждает корректность выражений (3.5), (3.6).



Рисунок 3.1 – Зависимость вероятности пропуска цели от ОСШ

Также был получен экспериментальный график зависимости вероятности ложной тревоги от ОСШ, приведённый на рисунке 3.2. Из представленного графика видно, что экспериментальная вероятность ложной тревоги соответствует заданной  $\alpha = 10^{-3}$ .



Рисунок 3.2 – Зависимость вероятности ложной тревоги от ОСШ
На рисунке 3.3 приведена зависимость СКО оценки наклона ДХ от ОСШ. На рисунке приведено теоретическое СКО в первом приближении (2.24) и полученное в результате имитационного моделирования. Экспериментальная кривая была построена для широкого диапазона возможных значений наклона ДХ  $\Delta_s = 360$ , количество опорных значений наклона ДХ при моделировании внутри этого диапазона – 31. Из приведённых зависимостей видно, что теоретическое и экспериментальное СКО сходятся, начиная со значения ОСШ, равного 13 дБ. Заметим, что СКО оценки в первом приближении соответствует границе Рао-Крамера и отражает самое минимальное значение СКО, которое может быть получено в данных условиях. Расхождение теоретического и экспериментального СКО оценки до 13 дБ объясняется тем, что теоретические выражения были выведены в предположении больших ОСШ.



Рисунок 3.3 – Зависимость СКО оценки наклона ДХ от ОСШ

# 3.2 Обнаружение сигнала с неизвестным частотным сдвигом, задержкой, начальной фазой и наклоном ДХ

Для удобства представления рассмотрим уравнения наблюдения в непрерывном виде:

$$\begin{cases} H_0: \dot{y}(t) = \dot{n}(t), t = -T_{_H} / 2 \div T_{_H} / 2, \\ H_1: \dot{y}(t) = \dot{u}(t, \varphi, \tau, f_d, s) + n(t), t = -T_{_H} / 2 \div T_{_H} / 2 \end{cases}$$
(3.7)

где  $\dot{u}(t, \varphi, \tau, f_d, s) = e^{-j\varphi} e^{j2\pi f_d(t-\tau)} \dot{x}(t-\tau, s)$  – комплексная огибающая принимаемого сигнала,  $\dot{x}(t,s) = \dot{x}(t) * \dot{h}(t,s)$  - комплексная огибающая информационного сигнала, искажённой ионосферным каналом,  $\dot{h}(t,s)$  - комплексная огибающая импульсной характеристики (ИХ) ионосферного канала,  $\dot{x}(t)$  – комплексная огибающая полезного неискажённого сигнала,  $f_d$  – частотный сдвиг,  $\tau$  – задержка,  $\dot{n}(t)$  – комплексная огибающая белого гауссовского шума с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_w^2$ ,  $T_u$  – интервал наблюдения.

Правило принятия решения при (3.7) имеет следующий вид:

$$\max[\mathbf{L}] = \max_{\hat{f}_d, \hat{\tau}, \hat{s}, \hat{\varphi}} \left[ \operatorname{Re}\left( \frac{2}{N_0} \int_{-T_u/2}^{T_u/2} \dot{y}(t) \tilde{u}^*(t, \hat{f}_d, \hat{\tau}, \hat{s}, \hat{\varphi}) dt \right) \right] \stackrel{\gamma_1 \gamma_0}{\geq} < C,$$

где  $\tilde{u}(t, \hat{f}_d, \hat{\tau}, \hat{s}, \hat{\phi})$  - комплексная огибающая опорного сигнала, сформированного на основе априорных сведений об информационном сигнале и неизвестных оцениваемых параметрах,  $\hat{f}_d$ , текущая оценка неизвестного частотного сдвига,  $\hat{\tau}$  – текущая оценка неизвестной задержки:,  $\hat{s}$ , l = 1, 2, ..., L – текущая оценка неизвестного наклона ДХ,  $\hat{\phi}$  – текущая оценка начальной фазы, \* –символ комплексного сопряжения.

Значения МП оценок неизвестных параметров соответствует аргументам абсолютного максимуму логарифма отношения правдоподобия (2.3).

# 3.2.1 Характеристики обнаружителя сигнала с неизвестным частотным сдвигом, задержкой, наклоном ДХ и начальной фазой

Подставим  $\mu = 4$  в (1.48) и (1.49). Тогда выражения для вероятностей ложной тревоги и пропуска цели при совместном обнаружении и оценке 4 неизвестных неэнергетических параметров имеет вид:

$$\alpha \approx \begin{cases} 1 - \exp\left(-\frac{\xi C^{3}}{(2\pi)^{5/2} \rho^{3}} \exp\left(-\frac{C^{2}}{2\rho^{2}}\right)\right), C \ge \rho \sqrt{3} \\ 1, \qquad C < \rho \sqrt{3} \end{cases}$$
(3.8)

$$\beta = \begin{cases} \exp\left(-\frac{\xi C^{3}}{(2\pi)^{5/2} \rho^{3}} \exp\left(-\frac{C^{2}}{2\rho^{2}}\right)\right) \times \\ \times \frac{\rho}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{C} \exp\left(\frac{4\rho^{4} - M^{2}}{4\rho^{2}}\right) D_{-2}\left(\frac{(2\rho^{2} - M)}{\rho}\right) dM, C \ge \rho\sqrt{3} \\ 0, \qquad C < \rho\sqrt{3} \end{cases}$$
(3.9)

где  $\xi = 2\pi \Delta_{f_d} \Delta_{\tau} \Delta_s \sqrt{\Omega}$ ,  $\Omega$  – определитель матрицы (2.5),  $\Delta_{f_d}$  – область определения неизвестного частотного сдвига,  $\Delta_{\tau}$  – область определения неизвестной задержки,  $\Delta_s$  – область определения неизвестной фазы.

Так как не все системы имитационного моделирования содержат интегральное представление функции параболического цилиндра  $D_n(z)$  в виде специальной функции. Поэтому, может быть удобно воспользоваться более общим выражением для расчёта вероятности пропуска цели (1.50), подставив  $\mu = 4$ :

$$\beta = \begin{cases} \exp\left(-\frac{\xi C^{3}}{(2\pi)^{5/2} \rho^{3}} \exp\left(-\frac{C^{2}}{2\rho^{2}}\right)\right) \int_{-\infty}^{C} W_{M_{s}}(M) dM, \ C \ge \rho \sqrt{3} \\ 0, \qquad \qquad C < \rho \sqrt{3} \end{cases}$$
(3.10)

где 
$$W_{M_s}(M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\rho\Gamma(2)}} \int_0^\infty \lambda \exp\left(-\frac{\left(M-\rho^2-\lambda\right)^2}{2\rho^2} - \lambda\right) d\lambda, \quad \xi = 2\pi\Delta_{f_d}\Delta_\tau\Delta_s\sqrt{\Omega}$$

На рисунке 3.4 приведены графики теоретических зависимостей вероятностей пропуска цели от ОСШ для 3 случаев:

- 1. Обнаружение детерминированного сигнала с неизвестной начальной фазой.
- Обнаружение детерминированного сигнала с тремя неизвестными параметрами: частотным сдвигом, задержкой и начальной фазой.
- 3. Обнаружение детерминированного сигнала с четырьмя неизвестными параметрами: наклоном ДХ, частотным сдвигом, задержкой и начальной фазой.

Из приведённых зависимостей видно, что потери в ОСШ при обнаружении сигнала с четырьмя неизвестными параметрами, включая наклон ДХ, составляют около 1.5 дБ относительно обнаружения детерминированного сигнала с неизвестной начальной фазой и около 0.7 дБ при  $\beta = 10^{-3}$  относительно сигнала с тремя неизвестными параметрами (наклон ДХ известен).



Рисунок 3.4 – Теоретические зависимости вероятности пропуска цели от ОСШ

С целью определения вклада вносимого частотной дисперсией ионосферного канала в потери при обнаружении и проверки корректности выражений (3.8), (3.10) было проведено имитационное моделирование в Matlab. Моделирование проводилось для ФМ-2 сигнала, сформированного на основе М-последовательности, длиной 2047. Ширина спектра составила 400 кГц. Истинное значение наклона дисперсионной характеристики было выбрано равным s = 80 мкс/МГц, частотного сдвига  $f_d = 12$  Гц, задержки  $\tau = 5.0$  мкс. Оценка этих параметров производилась с помощью метода МП. Для обнаружения сигнала был использован некогерентный обнаружитель Неймана-Пирсона с  $\alpha = 10^{-3}$ . Область определения наклона ДХ  $\Delta_s = 320$  мкс/МГц, сдвига частоты  $\Delta_{f_d} = 65$  Гц, задержки  $\Delta_r = 8$  мкс. Порог обнаружителя был рассчитан с помощью встроенной функции Matlab fzero(), позволяющей находить корни нелинейных уравнений. Количество экспериментов – 1000.

На рисунке 3.5 приведены теоретические и экспериментальные зависимости вероятности пропуска цели от ОСШ для 3 случаев:

- 1. Обнаружение детерминированного сигнала с неизвестной начальной фазой.
- Обнаружение детерминированного сигнала с тремя неизвестными параметрами: частотным сдвигом, задержкой и начальной фазой.
- Обнаружение детерминированного сигнала с четырьмя неизвестными параметрами: наклоном ДХ, частотным сдвигом, задержкой и начальной фазой.

Также на рисунке 3.5 приведена экспериментальная зависимость вероятности пропуска цели от ОСШ при обнаружение детерминированного сигнала с четырьмя неизвестными

параметрами, но с оценкой только трёх из них: частотного сдвига, задержки и начальной фазы (наклон ДХ не оценивается и, следовательно, не компенсируется).



Рисунок 3.5 – Зависимость вероятности пропуска цели от ОСШ

Для второго случая вероятность ложной тревоги и вероятность пропуска цели имеют вид:

$$\begin{split} \alpha &\simeq \left\{ \begin{aligned} 1 - \exp\left( -\frac{\xi C^2}{(2\pi)^2 \rho^2} \exp\left( -\frac{C^2}{2\rho^2} \right) \right), C \geq \rho \sqrt{2} \\ 1, & C < \rho \sqrt{2} \end{aligned} \right. \\ \beta &= \left\{ \exp\left( -\frac{\xi C^2}{(2\pi)^2 \rho^2} \exp\left( -\frac{C^2}{2\rho^2} \right) \right) \int_{-\infty}^{C} W_{M_s} \left( M \right) dM, \ C \geq \rho \sqrt{2} \\ 0, & C < \rho \sqrt{2} \end{aligned} \right. \\ r \text{де } W_{M_s} \left( M \right) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \rho \Gamma \left( 3/2 \right)} \int_{0}^{\infty} \lambda^{1/2} \exp\left( -\frac{\left( M - \rho^2 - \lambda \right)^2}{2\rho^2} - \lambda \right) d\lambda , \\ \xi &= 2\pi \Delta_{f_d} \Delta_\tau \sqrt{\Omega} , \ \Omega - \text{определитель матрицы } W = - \left[ \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 S}{\partial \hat{f}_d} & \frac{\partial^2 S}{\partial \hat{\tau}^2} & \frac{\partial^2 S}{\partial \hat{\tau}^2} \\ \frac{\partial^2 S}{\partial \hat{\tau}^2} & \frac{\partial^2 S}{\partial \hat{\tau}^2} & \frac{\partial^2 S}{\partial \hat{\tau}^2} \end{pmatrix} \right]_{t=\gamma}^{\tilde{f}_d \to \tilde{f}_d} \end{split}$$

Приведённые зависимости показывают, что энергетические потери при  $\beta = 10^{-3}$  составляют порядка 2 дБ, если не оценивать наклон ДХ и не учитывать его для вычисления порога при обнаружении сигнала, искажённого частотной дисперсией ионосферного канала.

Приведённые зависимости показывают, что вероятность пропуска цели увеличивается более чем в 100 раз для ОСШ выше 15 дБ, если не оценивать наклон ДХ и не учитывать его для вычисления порога при обнаружении сигнала, искажённого частотной дисперсией ионосферного канала. Энергетические потери при этом составляют порядка 2 дБ.

Кроме того, в ходе моделирования был получен экспериментальный график зависимости вероятности ложной тревоги от ОСШ, приведённый на рисунке 3.6. Из представленного графика видно, что экспериментальная вероятность ложной тревоги соответствует заданной  $\alpha = 10^{-3}$ .



Рисунок 3.6 – Зависимость вероятности ложной тревоги от ОСШ

#### 3.3 Выводы по разделу 3

В третьем разделе был представлен математический алгоритм совместного обнаружения сигнала и некогерентной оценки наклона ДХ и алгоритм совместного обнаружения сигнала и оценки его четырёх неизвестных параметров. Представленные алгоритмы позволяют точнее рассчитать порог обнаружения для сигнала, подверженного дисперсионным искажениям и содержащего неизвестные оцениваемые параметры. Было проведено исследование влияния дисперсионных искажений и их оценки на качество обнаружения сигнала. Было показано, что:

1. Вероятность пропуска цели при обнаружении сигнала с неизвестным, оцениваемым с помощью метода МП, наклоном ДХ увеличивается более чем в 10 раз при ОСШ выше 14 дБ, при этом потери в ОСШ составили порядка 1 дБ.

2. Энергетические потери при обнаружении сигнала 4 неизвестными параметрами, включая наклон ДХ, составляют около 1.5 дБ относительно обнаружения детерминированного сигнала с неизвестной начальной фазой и около 0.7 дБ относительно обнаружения сигнала с тремя неизвестными параметрами (наклон ДХ известен). Компенсация дисперсионных искажений позволяет уменьшить вероятность пропуска цели более чем в 100 раз для ОСШ выше 15 дБ, при этом энергетический выигрыш составляет порядка 2 дБ.

3. Экспериментальные и теоретические зависимости находятся в хорошем соответствии, что подтверждает корректность выражений (3.5), (3.6), (3.8), (3.10).

# **4** Устройство совместного обнаружения сигналов и оценивания их параметров в условиях широкополосного ионосферного канала

Комплексная огибающая сигнала на входе устройства совместного обнаружения и оценивания параметров может быть представлена в виде смеси комплексной огибающей полезного сигнала, искаженного частотной дисперсией ионосферного канала, и комплексной огибающей белого гауссовского шума:

$$\dot{y}_{i}(\varphi,\tau=l\cdot\Delta t,f_{d},s) = e^{-j\varphi}e^{j2\pi f_{d}(i-l)\Delta t}\dot{x}_{i-l}(s) + \dot{n}_{i}, i=0 \div N_{p} - 1$$
(4.1)

где  $\dot{\bar{x}}(s) = \dot{\bar{x}} * \dot{\bar{h}}(s)$  - комплексная огибающая полезного сигнала, искажённого ионосферным каналом,  $\dot{h}_i(s)$  - комплексная огибающая импульсной характеристик и (ИХ) ионосферного канала,  $\dot{x}_i$  - комплексная огибающая полезного неискажённого сигнала,  $f_d$  - сдвиг частоты,  $\tau$  - задержка, s - наклон дисперсионной характеристики – параметр, характеризующий дисперсионные искажения,  $\varphi$  - неизвестный фазовый сдвиг,  $\dot{n}(t)$  - комплексная огибающая белого гауссовского шума с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_u^2$ ,  $N_p$  - количество отсчетов. Решающая статистика может быть найдена в виде:

$$\dot{\lambda}_{i}(\hat{\varphi},\hat{\tau},\hat{f}_{d},\hat{s}) = \sum_{n=0}^{N_{p}-1} \dot{y}_{n}(\varphi,\tau = l \cdot \Delta t, f_{d},s) \dot{g}_{i-n}^{*}(f_{d},s) , \qquad (4.2)$$

где

$$\dot{g}_{N_p-1-i}(f_d,s) = \sum_{n=0}^{N_p-1} \dot{x}_n e^{j2\pi f_d n\Delta t} \dot{h}_{i-n}^*(s)$$
(4.3)

#### 4.1 Алгоритм оценки частотного сдвига через комплексные гармонические сигналы

Из выражения (4.2) видно, что количество согласованных фильтров для получения полного набора решающих статистик  $\dot{\lambda}_i(\hat{\varphi}, \hat{\tau}, \hat{f}_d, \hat{s})$  определяется количеством возможных доплеровских сдвигов частоты  $f_d$  и наклонов дисперсионной характеристики *s*. Тогда:

$$N_{mf} = N_{f_d} N_s \,, \tag{4.4}$$

где  $N_{mf}$  – количество согласованных фильтров,  $N_{f_d}$  – количество возможных доплеровских сдвигов частоты  $f_d$  и  $N_s$  – количество возможных наклонов дисперсионной характеристики s. Большое количество СФ накладывает высокие требования к вычислительной платформе. Учет доплеровского сдвига частоты  $f_d$  для его дальнейшей оценки можно проводить после согласованной фильтрации, тогда выражение (4.2) можно представить в виде:

$$\dot{\lambda}_{i}(\hat{\varphi},\hat{\tau},\hat{f}_{d},\hat{s}) = e^{j2\pi f_{d}i\Delta t} \sum_{n=0}^{N_{p}-1} \dot{y}_{n}(\varphi,\tau = l \cdot \Delta t, f_{d},s) \dot{g}_{i-n}(s), \qquad (4.5)$$

где

$$\dot{g}_{N_p-1-i}(s) = \sum_{n=0}^{N_p-1} \dot{x}_n \dot{h}_{i-n}^*(s)$$
(4.6)

Вышеуказанное преобразование уменьшает требуемое количество СФ до  $N_{mf} = N_s$ , что позволяет существенно снизить вычислительные затраты. Однако, в условиях ионосферного канала из-за наличия доплеровского сдвига частоты за время наблюдения комплексной огибающей на входе СФ происходит уход фазы, что приводит к потерям в ОСШ на выходе СФ. Чтобы минимизировать данные потери, будем проводить свертку не с опорным сигналом длительностью  $N_p$ , а с сигналами (см. рисунок 4.1):

$$\dot{x}_{m,n} = \dot{x}_{n+m\cdot N_{m}}, \ n = 0 \div N_{pp} - 1, m = 0 \div M - 1,$$
(4.7)

где  $N_{pp} = \frac{N_p}{M}$ , M – количество разбиений исходной последовательности.



Синхро-преамбула длительностью  $N_{p},$  разделенная на  $M\,$  частей длительностью  $N_{pp}$ 

### Рисунок 4.1 – Разделенный на М частей опорный сигнал

В данном случае согласованную фильтрацию можно выполнить с помощью С $\Phi$  с серией последовательностей, который представляет собой набор согласованных фильтров с последовательностями  $\dot{x}_{m,n}$ . Сигнал на выходе каждого согласованного фильтра можно записать в виде:

$$\dot{\lambda}_{m,n}(s) = \sum_{l=0}^{N_{pp}-1} \dot{y}_{m,l} \dot{g}_{m,n-l}^*(s), \ n = 0 \div N_{pp} - 1, m = 0 \div M - 1$$
(4.8)

где 
$$\dot{g}_{M-1-m,N_{pp}-1-n}(s) = \sum_{k=0}^{N_p-1} \dot{x}_{k+mN_{pp}} \dot{h}_{n-(k+mN_{pp})}^*(s)$$
 - комплексная огибающая импульсной

характеристики фильтра, согласованного с *m*-й последовательностью. Далее выполняется учет доплеровского сдвига частоты  $f_d$ :

$$\dot{\lambda}_{m,n}(f_d,s) = \dot{\lambda}_{m,n}(s) \cdot e^{j2\pi f_d(n+mN_{pp})\Delta t}$$
(4.9)

Результирующий отклик согласованного фильтра может быть получен в виде:

$$\dot{\lambda}_{n}(f_{d},s) = \sum_{m=0}^{M-1} \dot{\lambda}_{m,n}(f_{d},s)$$
(4.10)

Согласованную фильтрацию предлагается выполнять с помощью алгоритма быстрой свертки «Overlap and Save» [149]. Согласованный фильтр с серией последовательностей и учетом доплеровских сдвигов частоты показан на рисунке 4.2.



Рисунок 4.2 – Согласованный фильтр с серией последовательностей

Интервал допустимых значений доплеровского сдвига частоты составляет  $\left[-\frac{f_s}{2N_{pp}}, \frac{f_s}{2N_{pp}}\right]$ , где  $f_s$  – частота дискретизации сигнала. В пределах данного интервала значение оцененного

доплеровского сдвига частоты может быть произвольным. Существенным недостаток данной

реализации заключается в требовании к количеству оперативной памяти для хранения массивов с комплексными гармоническими множителями. Полная схема устройства совместного обнаружения и оценки параметров сигнала приведена на рисунке 4.3.



Рисунок 4.3 – Схема устройства совместного обнаружения и оценки параметров сигнала Данная схема представляет собой набор фильтров, согласованных с серией последовательностей, для всевозможных значений наклона ДХ и решающее устройство, которое выполняет определение оцененных значений путем нахождения максимальной решающей статистики для комбинации всех исследуемых в работе параметров.

### 4.2 Алгоритм оценки частотного сдвига через БПФ

Умножение на комплексные экспоненты и последующие суммирование для дальнейшей оценки доплеровского сдвига частоты можно выполнить с помощью БПФ. Пусть  $f_d = k \frac{f_s}{N}$ , тогда выражение (4.10) можно представить в виде:

$$\dot{\lambda}_{n,k}(f_d = k \cdot \Delta f, s) = \sum_{m=0}^{M-1} \dot{\lambda}_{m,n}(s) \cdot e^{j2\pi km}, \qquad (4.11)$$

где

$$\dot{\lambda}_{m,n}(s) = \sum_{l=0}^{N_{pp}-1} \dot{y}_{m,l} \dot{g}_{m,n-l}^*(s), \ n = 0 \div N_{pp} - 1, m = 0 \div M - 1$$
(4.12)

Отсюда, выражение (4.11) может быть вычислено с помощью алгоритмов БПФ от  $\dot{\lambda}_{m,n}(s)$ для каждого k. Диапазон поиска доплеровских сдвигов частоты в данном случае равен  $\left[-\frac{f_s}{2N_{pp}}:\frac{f_s}{2N_{pp}}\right]$ . Данный алгоритм, в отличие от алгоритма с умножениями на комплексные экспоненты, позволяет выполнять оценку доплеровского сдвига частоты только для  $f_d = k \cdot \Delta f$ , где  $k = [-\frac{N_{pp}}{2}:\frac{N_{pp}}{2}]$ . Схема СФ с серией последовательностей с переборами по доплеровским сдвигам частоты через БПФ представлена на рисунке 4.4.



Рисунок 4.4 – Согласованный фильтр с серией последовательностей с переборами по доплеровским сдвигам частоты через БПФ

### 4.3 Особенности реализации устройства на графическом процессоре

Согласованный фильтр с серией последовательностей на графическом процессоре (GPU) реализуется с помощью алгоритма быстрой свертки «Overlap and Save» [149] и библиотеки

параллельного вычисления БПФ и ОБПФ на GPU – clFFT, реализованной на OpenCL. Схема СФ с серией последовательностей на GPU изображена на рисунке 4.5. Загрузка входных данных в GPU выполняется блоками по  $N_{pp}$  отсчетов. Загрузка выполняется в циклический буфер  $B_{input}$ , размером  $N_{pp}(M+1)$ . После загрузки очередного блока отсчетов, буфер  $B_{input}$  подается на вычисление БПФ размером  $2N_{pp}$  с перекрытием в  $N_{pp}$  отсчетов. Результаты БПФ записываются в буфер  $B_{FFT}$ , размером  $2N_{pp}M$ . Отсчеты после БФП перемножаются с отсчетами частотных характеристик  $H_i(s)$ , i = 0, 1, ..., M - 1. Результат перемножения записывается в буфер  $B_{MUL}$  и подается на вычисление ОБПФ, размером  $2N_{pp}$ . Отсчеты после ОБПФ помещаются в буфер  $B_{IFFT}$ . Вторая половина из каждых  $2N_{pp}$  отсчетов является откликом фильтра  $\dot{\lambda}_{m,n}(s)$ , согласованного с m-й последовательностью.



Рисунок 4.5 – Схема СФ с серией последовательностей

Полученные отклики передаются в модуль учета доплеровских сдвигов частоты и получения суммарной решающей статистики. Данный модуль выполнен в двух вариантах. Первый вариант заключается в прямом перемножение на комплексные экспоненты с последующим суммированием откликов фильтров. Выполнение операций умножения на комплексные экспоненты выполняется путем вычислений разных отсчетов решающей

статистики с помощью разных рабочих элементов (WI – work item) GPU. Совокупность рабочих элементов  $w_{i,j}$  графического процессора представляется в виде матрицы **W**, размерностью  $R_1 \times R_2$  (см. рисунок 4.6). Где  $R_1$  и  $R_2$  — количество рабочих элементов в 1-м и 2-м измерении соответственно. Эти значения определяются реализацией GPU и должны учитываться при распараллеливании алгоритма на GPU.

	·							
$R_1$	<i>W</i> <sub>0,0</sub>	<i>W</i> <sub>0,1</sub>	<i>W</i> <sub>0,2</sub>	<i>W</i> <sub>0,3</sub>	$W_{0,4}$	<i>W</i> <sub>0,5</sub>	• • •	$W_{0,R_2-1}$
	<i>w</i> <sub>1,0</sub>	$W_{l,l}$	<i>W</i> <sub>1,2</sub>	<i>W</i> <sub>1,3</sub>	<i>w</i> <sub>1,4</sub>	<i>W</i> <sub>1,5</sub>	• • •	$W_{1,R_2-1}$
	<i>W</i> <sub>2,0</sub>	<i>W</i> <sub>2,1</sub>	<i>W</i> <sub>2,2</sub>	<i>W</i> <sub>2,3</sub>	<i>W</i> <sub>2,4</sub>	<i>W</i> <sub>2,5</sub>	• • •	$W_{2,R_2-1}$
	<i>W</i> <sub>3,0</sub>	<i>W</i> <sub>3,1</sub>	<i>W</i> <sub>3,2</sub>	<i>W</i> <sub>3,3</sub>	<i>W</i> <sub>3,4</sub>	W <sub>3,5</sub>		$W_{3,R_2-1}$
	<i>W</i> <sub>4,0</sub>	<i>w</i> <sub>4,1</sub>	<i>W</i> <sub>4,2</sub>	<i>W</i> <sub>4,3</sub>	<i>W</i> <sub>4,4</sub>	<i>w</i> <sub>4,5</sub>	• • •	$W_{4,R_2-1}$
	<i>w</i> <sub>5,0</sub>	<i>W</i> <sub>5,1</sub>	<i>W</i> <sub>5,2</sub>	<i>W</i> <sub>5,3</sub>	<i>w</i> <sub>5,4</sub>	<i>w</i> <sub>5,5</sub>	• • •	$W_{5,R_2-1}$
	0	0	0	•	•	0	•	•
	•	٠	•	•	•	•		•
	$W_{R_1-1,0}$	$W_{R_1-1,1}$	$W_{R_1-1,2}$	$W_{R_1-1,3}$	$W_{R_1-1,4}$	$W_{R_1-1,5}$	• • •	$\mathcal{W}_{R_1-1,}$ $R_2-1$
					R			
					$1_{2}$			

Рисунок 4.6 - Совокупность рабочих элементов GPU

В рамках имеющегося количества рабочих элементов, предлагается распараллелить вычисление всех отсчетов решающей статистики для всех возможных значений доплеровских сдвигов частоты  $f_d$ . Требуемое количество рабочих элементов для вычисления отсчетов решающей статистики  $\dot{\lambda}_n(f_d,s)$  для одного значения доплеровского сдвига частоты равняется  $N_{pp}$ . Максимальное количество рабочих элементов, приходящееся на вычисление отсчетов решающей статистики  $\dot{\lambda}_n(f_d,s)$  для одного значения доплеровского сдвига частоты равняется решающей статистики  $\dot{\lambda}_n(f_d,s)$  для одного значения доплеровского сдвига частоты, можно рассчитать как:

$$N_{\max\_items\_exp} = \left\lfloor \frac{R_1 R_2}{N_{f_d}} \right\rfloor$$
(4.13)

Тогда реальное количество рабочих элементов определяется как:

$$N_{items\_exp} = \min(N_{\max\_items\_exp}, N_{pp})$$
(4.14)

В случае, когда требуемое количество рабочих элементов превышает максимальное – некоторые рабочие элементы будут рассчитывать несколько отсчетов решающей статистики  $\dot{\lambda}_n(f_d,s)$ .

При выполнении вычислений на GPU рабочие элементы объединяются в рабочие группы (work group – WG). Наилучшая производительность достигается при установке размера рабочей группы  $N_{size\_work\_gpoup}$  в максимальный, который определяется конкретной реализацией GPU. Например, для графических процессоров Nvidia максимальный размер рабочей группы  $N_{size\_work\_gpoup} = 1024$ , а для графических процессоров AMD максимальный размер рабочей группы  $N_{size\_work\_gpoup} = 256$ . Количество рабочих групп для вычисления отсчетов решающей статистики  $\dot{\lambda}_n(f_d, s)$  для одного значения доплеровского сдвига частоты определяется выражением:

$$N_{work\_group} = \left[\frac{N_{items\_exp}}{N_{size\_work\_group}}\right]$$
(4.15)

Распределение вычислений между рабочими элементами и рабочими группами GPU показано на рисунке 4.7. Данный рисунок показывает, что расчет значений решающей статистики  $\dot{\lambda}_n(\varphi, \tau f_d, s)$  разбивается на  $N_{f_d}$  групп по  $N_{work\_group} \times N_{size\_work\_group}$  рабочих элементов. Каждая их данных групп выполняет расчет отсчетов решающей статистики  $\dot{\lambda}_n(\varphi, \tau f_d, s)$  для одного из возможных значений доплеровского сдвига частоты  $f_d$ . Тем самым повышается производительность алгоритма за счет выполнения параллельных вычислений.

Второй вариант построения модуля учета доплеровских сдвигов частоты и получения суммарной решающей статистики выполнен с помощью БПФ через библиотеку cIFFT. Согласно выражению (4.11) и рисунку 4.4, взятие БФП необходимо выполнять от n-ых отсчетов всех откликов  $\dot{\lambda}_{m,n}(s)$ . Библиотека cIFFT позволяет выполнить все необходимые БПФ используя буфер  $B_{IFFT}$  без дополнительных операций с памятью (см. рисунок 4.8). Библиотека cIFFT позволяет выполнить БПФ от всех n-ых отсчетов для всех  $\dot{\lambda}_{m,n}(s)$ ,  $n = 0 \div N_{pp} - 1, m = 0 \div M - 1$  без дополнительных копирований данных. Количество данных операций БПФ равно M. Результат БПФ записывается в буфер  $B_{nf}$  таким образом, что решающие статистики  $\dot{\lambda}_n(f_d, s)$  для разных значений доплеровского сдвига частоты находятся в памяти последовательно.



Рисунок 4.7 – Распределение вычислений между рабочими элементами GPU



Рисунок 4.8 – Схема модуля учета доплеровских сдвигов частоты и получения суммарной решающей статистики, реализованного через БПФ

### 4.4 Вычислительная сложность алгоритмов

На вычислительную сложность влияет количество возможных значений  $f_d$  и s, которые определяются как  $N_s$  и  $N_{f_d}$  соответственно. Вычислительную сложность приведем в количестве комплексных умножений и сложений, приходящихся на один входной отсчет. Количество комплексных умножений и сложений, требуемое для выполнения быстрой свертки во всех одиночных СФ, определяется как:

$$N_{cm_{fast_{mf}}} = \\ = \left(2M\left(\frac{2N_{pp}}{2}(\log_{2}(2N_{pp}) - 2)\right) + 2MN_{pp}\right)\frac{1}{N_{pp}} =$$
(4.16)  
$$= 2M\left(\log_{2}(2N_{pp}) - 1\right)$$
$$N_{cs_{fast_{mf}}} = \\ = \left(2M\left(2N_{pp}\log_{2}(2N_{pp})\right)\right)\frac{1}{N_{pp}} = 4M\log_{2}(2N_{pp})$$
(4.17)

Количество комплексных умножений, требуемое модулю учета доплеровских сдвигов частоты и получения суммарной решающей статистики, реализованного через прямое умножение на комплексные экспоненты, определяется как:

$$N_{cm_{direct_{f}}} = MN_{f_{d}}N_{pp}\frac{1}{N_{pp}} =$$

$$= MN_{f_{d}}$$

$$N_{cs_{direct_{f}}} = (M-1)N_{f_{d}}N_{pp}\frac{1}{N_{pp}} =$$

$$= (M-1)N_{f_{d}}.$$
(4.18)
(4.19)

А алгоритму с БПФ требуется количество комплексных умножений и сложений:

$$N_{cm_{_{ff}}ff_{_{-}}f} = N_{pp} \left( \frac{N_{f_{d}}}{2} (\log_{2}(N_{f_{d}}) - 2) \right) \frac{1}{N_{pp}} =$$

$$= \frac{N_{f_{d}}}{2} (\log_{2}(N_{f_{d}}) - 2)$$

$$N_{cs_{_{-}}ff_{-}}f = N_{pp} \left( N_{f_{d}} \log_{2}(N_{f_{d}}) \right) \frac{1}{N_{pp}} =$$

$$= N_{f_{d}} \log_{2}(N_{f_{d}})$$
(4.20)
(4.21)

Вычислительная сложность СФ с серией последовательностей для алгоритма без БПФ:

$$N_{cm\_serial\_mf} = N_{cm\_fast\_mf} + N_{cm\_direct\_f} = = 2M(\log_2(2N_{pp}) - 1) + MN_{f_d}$$
(4.22)

$$N_{cs\_serial\_mf} = N_{cs\_fast\_mf} =$$

$$= 4M \log_2(2N_m)$$
(4.23)

Вычислительная сложность СФ с серией последовательностей для алгоритма с БПФ:

$$N_{cm\_serial\_mf\_fft} = N_{cm\_fast\_mf} + N_{cm\_fft\_f} =$$

$$= 2M(\log_2(2N_{pp}) - 1) + \frac{N_{f_d}}{2}(\log_2(N_{f_d}) - 2)$$
(4.24)

$$N_{cs\_serial\_mf\_fft} = N_{cs\_fast\_mf} + N_{cs\_fft\_f} = = 4M \log_2(2N_{pp}) + N_{f_d} \log_2(N_{f_d})$$
(4.25)

С учетом оценки наклона дисперсионной характеристики *s* ионосферного канала, общая вычислительная сложность устройства совместного обнаружения и оценки параметров сигнала для двух реализаций алгоритма определяется как:

$$N_{cm} = N_{cm\_serial\_mf} N_s =$$

$$= (2M (\log_2(2N_{pp}) - 1) + MN_{f_d}) N_s$$
(4.26)

$$N_{cs} = N_{cs\_serial\_mf} N_s =$$

$$= (4M \log_2(2N_{pp}))N_s$$
(4.27)

$$N_{cm_{_fft}} = N_{cm_{_serial_{_mf_{_fft}}}N_s} = \left(2M(\log_2(2N_{pp}) - 1) + \frac{N_{f_d}}{2}(\log_2(N_{f_d}) - 2)\right)N_s$$

$$N_{cs_{_fft}} = N_{cs_{\_serial_{_mf_{_fft}}}N_s} = \left(4M\log_2(2N_{pp}) + N_{f_d}\log_2(N_{f_d})\right)N_s$$
(4.29)

Таким образом, вычислительная сложность предложенного алгоритма зависит от количества разбиений исходной последовательности M, длительности одной части исходной последовательности  $N_{pp}$ , количества возможных значений доплеровских сдвигов по частоте  $N_{f_{s}}$  и наклонов дисперсионной характеристики ионосферного канала  $N_{s}$ .

# 4.5 Экспериментальное исследование работы устройства4.5.1 Результаты тестирования на СРU и GPU

Для проведения эксперимента использовался 6-ти ядерный центральный процессор Intel Core i7-8700 с тактовой частотой 3.2 ГГц и графический процессор Geforce RTX 3060 с 3584 ядрами CUDA. Тестирование проводилось на сигнале с шириной полосы частот  $\Delta F = 400\kappa\Gamma q$  и длительностью T = 7.04512 с. База данного сигнала составляет 64.4995 дБ. Построим зависимость вычислительной сложности  $N_{cm}$  от количества возможных значений доплеровских сдвигов по частоте  $N_{f_d}$  при разном количестве наклонов дисперсионной характеристики ионосферного канала  $N_s$  для  $N_{pp} = 32768$  и M = 86 для рассмотренных алгоритмов и набора корреляторов. (см. рисунок 4.9).



Рисунок 4.9 – Зависимость кол-ва комплексных умножений от кол-ва возможных значений  $f_d$  для разного количества возможных значений наклона дисперсионной характеристики ионосферного канала  $N_s$ , M = 86,  $N_{pp} = 32768$ 

Из рисунка 4.9 видно, что приложенные алгоритмы существенно снижают количество операций с плавающей точкой по сравнению с классическим решением задачи обнаруженияоценивания через набор корреляторов. При этом увеличение количества возможный значений частотного смещения  $N_{f_d}$  приводит к незначительному увеличению вычислительной сложности по сравнению с увеличением количества возможных значений  $N_s$ .

На рисунке 4.10 приведена зависимость времени работы алгоритма от длительности блока при  $f_d = -5: 0.05: 5$   $N_{f_d} = 201$ ,  $N_s = 1$ .



Рисунок 4.10 – Экспериментальное время работы алгоритмов на один входной отсчет при различной длительности блока

Выигрыш в производительности реализации алгоритма с оценкой частотной отстройки через БПФ по сравнению с реализацией алгоритма с оценкой частотной отстройки без БПФ составляет от 5 до 10 раз, в зависимости от длины блока в парциальном фильтре.

Потребление мощности графическим процессором RTX 3060 составляет 170 Вт, а центральным процессором Intel Core i7-8700 — 65 Вт. Увеличение энергопотребления при использовании GPU RTX 3060 по сравнению с CPU Intel Core i7-8700 составляет 2,62 раза, а минимальный прирост производительности — 11,77 раза. Поэтому целесообразно использовать GPU, так как прирост производительности превышает потери в энергопотреблении.

Зависимость количества комплексных умножений от количества возможных значений  $f_d$  для различного количества разбиений M исходного сигнала при  $N_s = 10$  показана на рисунке 4.11. Уменьшение числа парциальных фильтров M приводит к снижению вычислительной сложности.

Зависимость уровня потерь по отношению к классической свертке от длительности блока при доплеровском сдвиге  $f_d = 3$  приведена на рисунке 4.12. Под классической сверткой понимается свертка, при которой умножение сворачиваемой последовательности на соответствующий гармонический множитель для компенсации частотного сдвига происходит до вычисления откликов парциальных фильтров. Данная зависимость показывает, что уменьшение длительности блока парциального фильтра (приводит к увеличению количества парциальных фильтров), уменьшает потери по отношению к классической свертке.



Рисунок 4.11 – Зависимость кол-ва комплексных умножений от кол-ва возможных значений  $f_d$  для различного кол-ва разбиений M исходного сигнала при  $N_s = 10$ 



Рисунок 4.12 – Зависимость потерь по отношению к классической свертке от длительности блока при частотном сдвиге  $f_d = 3$  Гц

При длительности блока меньше 80 мс потери не превышают 0.5 дБ. При длительности блока меньше 20 мс потери стремятся к нулю.

# 4.5.2 Работа устройства в реальном масштабе времени

С целью определения возможности работы разработанного устройства совместного обнаружения и оценивания параметров сигналов в реальном масштабе времени было измерено время обработки последовательностей прямоугольных импульсов различной длительности от 80 мс до 5 с в полосе 400 кГц. Диапазон поиска по наклону ДХ был выбран от 0 до 100 мкс/МГц ( $N_s = 11$ ) с шагом 10 мкс/МГц (максимальная погрешность при больших ОСШ 5 мкс/МГц), обеспечивая потери, не превышающие 0.1 дБ. Диапазон поиска по частотному сдвигу был выбран от -6 до 6 Гц, а погрешность варьировалась от 1.5 Гц до 0.025 Гц ( $N_f \in 4:256$ ) в зависимости от длительности, обеспечивая потери, не превышающие 0.25 дБ. Количество значений задержек

составляло  $N_{\tau} = 16384$  с погрешностью 1.25 мкс. На рисунке 4.13 приведена зависимость коэффициента реального времени от длительности обрабатываемого сигнала.



Рисунок 4.13 – Зависимость коэффициента реального времени от длительности обрабатываемого сигнала

Коэффициент реального времени определяется следующим выражением:

$$K_{rr} = \frac{T_p}{T_c} , \qquad (4.30)$$

где  $T_p$  - время обработки,  $T_s$  - длительность обрабатываемого сигнала. Сигналы, для которых значение коэффициента реального времени не превышает единицы, могут быть обработаны в масштабе реального времени. Из рисунка 4.13 видно, что в масштабе реального времени могут быть обработаны сигналы с длительностью до 2 с. При классическом решении задачи совместного обнаружения и оценивания параметров сигналов с длительностью 2 с и шириной 400 необходимо полосы частот кГц масштабе времени В реальном  $N_s \cdot N_f \cdot N_{\tau} = 11 \cdot 128 \cdot 16384 = 23068672$  корреляторов, которые заменяются разработанным устройством. Отметим, что производительность графических процессоров обычно измеряют в количестве операций с плавающей точкой в секунду (FLOPS). На рисунке 4.14 приведена зависимость количества операций с плавающей точкой, выполняемых в секунду (FLOPS) от длительности обрабатываемого сигнала. При длительности 2 с разработанное устройство

снижает требуемое количество операций в секунду в  $10^5$  раз по сравнению с набором корреляторов. Устройство реализовано на графическом процессоре RTX 3060 с производительностью 12.7 TFLOPS, поэтому реализация данного устройства через набор корреляторов не представляется возможным, так как для обработки сигналов длительностью более 0.5 с требуется более 100 TFLOPS.



Рисунок 4.14 – Зависимость количества операций с плавающей точкой, выполняемых в секунду, от длительности обрабатываемого сигнала

#### 4.5.3 Исследования на модельных сигналах

С целью определения точности оценивания параметров сигнала разработанным устройством были получены экспериментальные СКО оценок всех исследуемых в работе параметров. Экспериментальные СКО оценок были сравнены с теоретическими СКО оценок, полученными при помощи выражений (2.45) - (2.48). Экспериментальное исследование проводилось для последовательности прямоугольных импульсов, ширина спектра составила

400 кГц. На рисунках 4.15 - 4.18 приведены теоретические и экспериментальные зависимости СКО исследуемых оценок от ОСШ для фазоманипулированного сигнала с модуляцией ФМ-2. Последовательность прямоугольных импульсов сформирована на основе М-последовательности длиной 2047. Истинное значение наклона дисперсионной характеристики было выбрано равным s = 80 мкс/МГц, частотного сдвига  $f_d = 12$  Гц, задержки  $\tau = 5.0$  мкс.



Рисунок 4.16 – Зависимость СКО оценки сдвига частоты от ОСШ



Рисунок 4.18 – Зависимость СКО оценки начальной фазы от ОСШ

Из результатов исследования разработанного устройства на модельных сигналах можно сделать вывод, что потери по отношению к теоретическим результатам в СКО оценки задержки не превышают 0.5 дБ, СКО оценки частотного сдвига не превышают 1 дБ, СКО оценки наклона

ДХ не превышают 0.1 дБ и СКО оценки начальной фазы не превышают 1 дБ при ОСШ выше 20 дБ.

### 4.5.4 Натурные испытания с использованием записей эфира

В рамках проведения диссертационного исследования были обработаны записи сигналов с шириной спектра 400 кГц, полученных при проведении натурных испытании на односкачковой трассе протяженностью ~3000 км.

Результаты обработки одной из записей приведены на рисунках 4.19 - 4.21. Для сигнала получены оценки его параметров: оценка частотного сдвига  $\hat{f} = 3.3$   $\Gamma \mu$  и наклона ДХ  $\hat{s} = 90$   $M\kappa c / M\Gamma \mu$ . На рисунке 4.19 показан нормированный на максимальное значение отклик СФ при различной ошибке в оценке наклона ДХ. На рисунке 4.20 и 4.21 представлены зависимости ОСШ и фазы отклика СФ от ошибки оценивания наклона ДХ, полученные при моделировании и при обработке записи с эфира.



Рисунок 4.19 – Отклик СФ при различной ошибке в оценке наклона ДХ.



Рисунок 4.20 – Зависимость ОСШ на выходе СФ от ошибки оценивания наклона ДХ



Рисунок 4.21 – Зависимость фазы на выходе СФ от ошибки оценивания наклона ДХ

136

Можно видеть, что модуль отклика СФ и оцененный уровень ОСШ максимальны для оцененного значения наклона ДХ 90 мкс/МГц. На рисунке 4.19 показан отклик СФ при различной ошибке в оценке наклона ДХ. Красная кривая на рисунке 4.21 показывает смещение фазы отклика при ошибке в оценке наклона ДХ. Это в свою очередь подтверждает их корреляционную зависимость оценок фазы и наклона ДХ, а также наличие смещения оценки фазы при неоптимальном приеме.

Совпадение результатов, полученных при моделировании и при обработке записи с эфира, позволяют судить об адекватности разработанного устройства.

## 4.6 Выводы по разделу 4

В разделе приведены две реализации устройства совместного обнаружения и оценивания параметров сигнала с дисперсионными искажениями на CPU и GPU. В первом способе оценивание частотного сдвига выполняется прямым способом, путем умножения на гармонические множители. Во втором способе оценивание частотного сдвига выполняется через БПФ. В предложенных реализациях согласованная фильтрация выполняется через алгоритм быстрой свертки «Overlap and Save». Рассчитаны вычислительные сложности предложенных реализаций совместного обнаружения и оценивания параметров сигналов. Определена точность оценивания параметров сигнала разработанным устройством. Было показано, что:

1. Алгоритм, основанный на оценивании частотного сдвига через БПФ, является более вычислительно эффективным, чем алгоритм с оцениванием доплеровского сдвига частоты путем умножения на гармонические множители. Выигрыш в вычислительной эффективности составляет от 5 до 10 раз, в зависимости от длины блока в парциальном фильтре.

2. Реализация данного алгоритма на GPU позволяет выполнять совместное обнаружение и оценивание всех исследуемых в работе параметров сигнала в полосе до 400 кГц и длительностью до 2 с в масштабе реального времени. При этом эквивалентное кол-во корреляторов, необходимое для совместного обнаружения и оценивания всех исследуемых в работе параметров сигнала, составляет порядка  $2 \cdot 10^7$  при классической реализации устройства через набор корреляторов. Вычислительная эффективность повышается в  $10^5$  раз по сравнению с набором корреляторов.

3. Длительность блока в парциальном фильтре влияет на потери по отношению к классической свертке. Уменьшение длительности блока приводит к уменьшению потерь по отношению к классической свертке, но приводит к увеличению вычислительной сложности.

Показано влияние количества возможных значений сдвига частоты и наклона ДХ на вычислительную сложность для двух алгоритмов.

4. Потери в разработанном устройстве по отношению к теоретическим результатам не превышают 0.5 дБ в СКО оценки задержки, не превышают 1 дБ в СКО оценки частотного сдвига, не превышают 0.1 дБ в СКО оценки наклона ДХ и не превышают 1 дБ в СКО оценки начальной фазы при ОСШ выше 20 дБ.

5. В результате обработки сигнала с эфира, записанного после прохождения односкачковой трассы протяженностью ~3000 км, получены зависимости ОСШ и фазы на выходе СФ от ошибки оценивания наклона ДХ, которые сходятся с модельными.

#### Заключение

Основные итоги выполненного диссертационного исследования заключаются в следующем:

1. Разработан алгоритм оптимального совместного оценивания параметров широкополосного сигнала декаметрового диапазона (начальной фазы, задержки, смещения частоты) в условиях дисперсионных искажений сигнала, включая оценивание наклона дисперсионной характеристики (ДX), как параметра, количественно описывающего дисперсионные искажения. Оценивание параметров осуществляется по критерию максимума функционала правдоподобия.

2. Проведено исследование показателей точности совместного оценивания четырёх неизвестных параметров широкополосного сигнала, искажённого частотной дисперсией ионосферного канала, а именно: наклона ДХ, сдвига частоты, задержки и начальной фазы.

Получены теоретические выражения для дисперсий и взаимных корреляций оценок указанных неизвестных параметров для фазоманипулированного сигнала. Выявлены корреляционные зависимости между получаемыми оценками.

Установлена корреляционная связь между оценками наклона дисперсионной характеристики и начальной фазой широкополосного фазоманипулированного сигнала. Установлено, что дисперсионные искажения сигнала приводят к ненулевой корреляционной связи между оценками задержки и частотного сдвига.

Получены упрощённые выражения для симметричных и антисимметричных фазоманипулированных сигналов, а также фазоманипулированных сформированных на основе длинных ПСП.

Выявлено, что в последнем случае дисперсии оценок задержки и частотного сдвига приближаются к выражениям для дисперсий самостоятельной оценки этих параметров с ростом длины последовательности, на основе которой сформирован сигнал, дисперсия оценки наклона ДХ при совместном оценивании совпадает с дисперсией некогерентной оценки только наклона ДХ. При этом большинство корреляционных связей стремится к нулю, за исключением корреляционной связи между оценками наклона ДХ и начальной фазы. Полученные в результате имитационного моделирования выборочные значения СКО и взаимной корреляции оценок, находятся в соответствии с теоретическими результатами при значениях ОСШ от 20 дБ.

Показано, что если в приёмном устройстве не учитывается влияние частотной дисперсии ионосферного канала, то это существенно снижает точность оценки остальных неизвестных параметров сигнала, например, при ОСШ 16 дБ СКО оценки задержки увеличивается примерно в 10 раз, СКО оценки частотного сдвига в 1.7 раза, СКО оценки фазы в 2.4 раза. Энергетический проигрыш при этом составляет порядка 20 дБ, 4.5 дБ и 7 дБ, соответственно, для каждого из вышеупомянутых параметров.

3. Разработаны два алгоритма оптимального совместного оценивания параметров широкополосного сигнала декаметрового диапазона с одновременным его обнаружением:

- алгоритм совместного обнаружения сигнала и оценивания наклона ДХ (при неизвестной начальной фазе);

- алгоритм совместного обнаружения сигнала и оценивания неизвестных параметров: задержки, частотного сдвига, начальной фазы и наклона ДХ.

Оценивание параметров проводится по критерию максимума функционала правдоподобия. Обнаружение сигнала осуществляется по критерию Неймана-Пирсона.

4. Получены выражения для вычисления вероятностей пропуска цели и ложной тревоги, а также для расчета порога обнаружения по критерию Неймана-Пирсона, в условиях оценивания параметров сигнала, включая параметр дисперсионных искажений для двух случаев:

- обнаружение сигнала с неизвестным наклоном дисперсионной характеристики и начальной фазой;
- обнаружение сигнала с неизвестным частотным сдвигом, задержкой, начальной фазой и наклоном ДХ.

Проведено имитационное моделирование, которого были получены В ходе вероятностей экспериментальные зависимости пропуска цели и ложной тревоги. Экспериментальные зависимости совпали с теоретическими, что подтверждает корректность полученных выражений для вероятности ложной тревоги и вероятности пропуска цели.

5. Проведено исследование влияния дисперсионных искажений и их оценивания на качество обнаружения сигнала. В ходе исследование было показано:

- энергетические потери при обнаружении сигнала с неизвестным, оцениваемым с помощью метода МП, наклоном ДХ составили порядка 1 дБ по сравнению с оцениванием детерминированного сигнала с неизвестной начальной фазой;

- энергетические потери при обнаружении сигнала с четырьмя неизвестными параметрами, включая наклон ДХ, составляют около 1.5 дБ относительно обнаружения детерминированного сигнала и около 0.5 дБ относительно сигнала с тремя неизвестными параметрами (наклон ДХ известен). Однако вероятность пропуска цели ниже более чем в 100 раз для ОСШ выше 15 дБ, при этом энергетический выигрыш составляет порядка 2 дБ, если оценивать наклон ДХ и учитывать его для вычисления порога при обнаружении сигнала, искажённого частотной дисперсией ионосферного канала. Это говорит о том, что использование систем, не учитывающих частотную дисперсию (система оценивает и компенсирует только частотный сдвиг, задержку и начальную фазу) приведёт к существенному снижению вероятности правильного обнаружения. Следовательно, оценка наклона ДХ и учёт её влияние при расчёте порога обнаружителя повышает качество приёма.

6. Разработано два вычислительных алгоритма совместного обнаружения широкополосного сигнала декаметрового диапазона и оценивания задержки, частотного сдвига, начальной фазы и наклона ДХ, в которых оценка частотного сдвига выполняется с помощью умножения откликов парциальных СФ на гармонические множители и с помощью БПФ. Разработано устройство, реализующее указанные алгоритмы на базе графического процессора.

Показано, что алгоритм, основанный на оценке частотного сдвига через БПФ, является более вычислительно эффективным, чем алгоритм с оценкой частотного сдвига путем умножения откликов парциальных СФ на гармонические множители. Выигрыш в производительности составил от 5 до 10 раз, в зависимости от длины блока в парциальном СФ.

Реализация устройства совместного обнаружения и оценивания задержки, частотного сдвига, начальной фазы и наклона ДХ с оценкой частотного сдвига с помощью БФП на базе графического процессора позволяет выполнять совместное обнаружение и оценивание всех исследуемых в работе параметров сигнала в полосе до 400 кГц и длительностью до 2 с в масштабе реального времени. При этом эквивалентное количество корреляторов, необходимое для совместного обнаружения сигнала и оценивания всех исследуемых в работе параметров сигнала и оценивания всех исследуемых в работе параметров сигнала, совместного обнаружения сигнала и оценивания всех исследуемых в работе параметров сигнала, порядка  $2 \cdot 10^7$  при классическом решении задачи. Замена набора корреляторов на разработанное устройство повышает вычислительную эффективность в  $10^5$  раз по сравнению с набором корреляторов.

Получены выражения для расчета вычислительной сложности предложенных алгоритмов. Показано, что длительность блока в парциальном СФ влияет на потери по отношению к классической свертке. Уменьшение длительности блока приводит к уменьшению потерь по отношению к классической свертке, но приводит к увеличению вычислительной сложности.

Потери в разработанном устройстве по отношению к теоретическим результатам не превышают 0.5 дБ в СКО оценки задержки, не превышают 1 дБ в СКО оценки частотного сдвига, не превышают 0.1 дБ в СКО оценки наклона ДХ и не превышают 1 дБ в СКО оценки начальной фазы при ОСШ выше 20 дБ.

7. Выполнена проверка разработанного устройства совместного обнаружения широкополосного сигнала декаметрового диапазона и оценивания его задержки, частотного сдвига, начальной фазы и наклона ДХ на реальной трассе. В результате испытаний обработан сигнал с эфира, записанный после прохождения односкачковой трассы протяженностью ~3000 км. В результате обработки получены зависимости ОСШ и фазы на выходе СФ от ошибки оценивания наклона ДХ. Данные зависимости совпали с модельными, что подтверждает основные выводы, сформулированные по результатам проведенного исследования.

К перспективам дальнейшей разработки темы можно отнести расширение математического аппарата в задаче оптимального совместного оценивания параметров широкополосного сигнала декаметрового диапазона с одновременным его обнаружением на большее количество сигналов, например, сигналов с линейной частотной модуляцией и дискретных частотных сигналов.

Поставленные задачи решены. Цель достигнута.

#### Список литературы

1. **Ivanov, D.V.** Method of Training Mode of Adaptive System for Frequency Dispersion Correction in Wideband Ionospheric HF Communication Channels / D.V. Ivanov, V.A. Ivanov, V.V. Ovchinnikov, M.I. Ryabova // 2019 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF 2019). – 2019. – 4 p. DOI:10.1109/WECONF.2019.8840628

2. **Иванов,** Д.В. Методы и математические модели исследования распространения в ионосфере сложных декаметровых сигналов и коррекции их дисперсионных искажений: монография / Д. В. Иванов. – Йошкар-Ола: Марийский гос. технический ун-т. – 2006. – 266 с

3. **Иванов,** Д.В. Оценка доступности частотных каналов для различных модемов КВ-связи на основе их пассивного зондирования / Д.В. Иванов, В.А. Иванов, Н.В. Рябова, Е.В. Катков, Р.Р. Бельгибаев // В сборнике: II Научный форум телекоммуникации: теория и технологии TTT-2017. Проблемы техники и технологий телекоммуникаций ПТИТТ-2017. Материалы XVIII Международной научно-технической конференции. – 2017. – С. 239-240.

4. Формирование FMICW сигнала на универсальной платформе USRP для задачи однопозиционного вертикального зондирования ионосферы / А.А. Елсуков, Д.В. Иванов, В.А. Иванов, Н.В. Рябова, А.Р. Лащевский // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. – 2018. – Т. 9. № 1. – С. 63-67.

5. Адаптивное широкополосное эквалайзирование для коррекции частотной дисперсии в КВ диапазоне с учетом вариаций характеристик помех и параметров ионосферы / Д.В. Иванов, В.А. Иванов, В.В. Овчинников, А.А. Елсуков, М.И. Рябова // СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии. – 2020. – № 1-1. – С. 548-549.

6. **Ryabova, M.I.** Experimental Study of Phase-Frequency Responses of HF Radio Channels with the Use of SDR Ionosonde / M.I. Ryabova, D.V. Ivanov, A.A. Chernov, V.V. Ovchinnikov // 2020 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications, SYNCHROINFO 2020. – 2020. – 4 p. (https://ieeexplore.ieee.org/document/9166094)

7. **Ivanov, D.V.** Adaptive SDR-Equalizer for Frequency Dispersion Correction in Single-Mode Wideband HF Radio Channels / D.V. Ivanov, V.A. Ivanov, M.I. Ryabova, V.V. Ovchinnikov // 2020 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications, SYNCHROINFO 2020. – 2020. – 5 p. (https://ieeexplore.ieee.org/document/9166085)

8. **Иванов**, Д.В. Экспериментальное исследование характеристик широкополосных каналов КВ-связи с дисперсией в диапазоне одномодового распространения / Д.В. Иванов, В.А. Иванов,

Н.В. Рябова, В.В. Овчинников // В сборнике: Распространение радиоволн. Труды XXVII Всероссийской открытой научной конференции. Калининград. – 2021. – С. 629–634.

9. **Иванов,** Д.В. Новые задачи ионосферной КВ-связи. Развитие методик, аппаратурных решений и экспериментальные результаты их исследования / Д.В. Иванов, В.А. Иванов, Н.В. Рябова, Р.Р. Бельгибаев, А.А. Елсуков, В.В. Овчинников // В сборнике: Распространение радиоволн. Труды XXVII Всероссийской открытой научной конференции. Калининград. – 2021. – С. 68–85.

10. **Иванов,** Д.В. Адаптивное обнаружение широкополосного сигнала при зондировании многомерного канала КВ связи / Д.В. Иванов, В.А. Иванов, Н.В. Рябова, В.В. Овчинников // XII Всероссийская конф. «Радиолокация и радиосвязь». Сборник трудов. М.: ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. – 2018. – С. 196–200.

11. Проблемы вертикального зондирования ионосферы сложными сигналами минимальной мощности / Д.В. Иванов, В.А. Иванов, Н.В. Рябова, А.А. Елсуков // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. – 2021. – № 2 (50). – С. 6–20.

12. **Reinisch, B.W.** New Digisonde for research and monitoring applications / B.W. Reinisch [и др.] // Radio Science. – 2009. – Vol. 44. – 15 p.

13. Lobov, E.M. Wideband signals dispersion distortion compensator based on digital filter banks /
E.M. Lobov, E.O. Lobova, B.A. Elsukov // 2018 Systems of Signals Generating and Processing in the
Field of on Board Communications. – 2018. – 4 p. (https://ieeexplore.ieee.org/document/8350615)

14. **Lobov, E.M.** Computationally simplified realization of the compensator of dispersion distortions on the basis of the filter bank / E.M. Lobov, E.O. Lobova, A.A. Kurochkin // 2018 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications, SYNCHROINFO 2018. – 2018. – 4 p. (https://ieeexplore.ieee.org/document/8457058)

15. **Lobov, E.M.** A Narrow-Band Interference Compensation Device Based on a Digital Filter Bank for Broadband Low-Energy HF Radio Lines / E.M. Lobov, D.N. Shubin // 2019 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, SOSG 2019. – 2019. – 6 p. (https://ieeexplore.ieee.org/document/8706791)

16. Methods and algorithms of broadband HF signals dispersion distortion compensation / S.S. Adjemov, E.M. Lobov, N.A. Kandaurov, E.O. Lobova // 2019 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications, SYNCHROINFO 2019. – 2019. – 9 p. (https://ieeexplore.ieee.org/document/8814074/)

17. Lobova, E.O. Experimental Results of Dispersion Distortion Compensation of Wideband Signals with a Device Based on a Digital Filter Bank / E.O. Lobova, N.A. Kandaurov // 2019 Systems of Signals
Generating and Processing in the Field of on Board Communications, SOSG 2019. – 2019. – 8 p. (https://ieeexplore.ieee.org/document/8706758/)

 Lipatkin, V.I. Wideband Signals Dispersion Distortions Optimum Tracking Compensator Based on Digital Filter Banks Using Farrow Filters / V.I. Lipatkin, E.O. Lobova, N.A. Kandaurov // 2020 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, SOSG 2020. – 2020. – 6 p. (https://ieeexplore.ieee.org/document/9078656)

19. **Lobova, E.O.** Determining Channels Number in the Digital Filter Bank for the Wideband Signals Dispersion Distortion Compensation / E.O. Lobova // 2020 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, SOSG 2020. – 2020. – 6 p. (https://ieeexplore.ieee.org/document/9078614)

20. Lobov, E.M. Optimum estimation and filtering of the ionospheric channel dispersion characteristics slope algorithms / E.M. Lobov, E.O. Smerdova, N.A. Kandaurov, I.S. Kosilov, B.A. Elsukov // 2017 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications, SINKHROINFO 2017. – 2017. – 7 p. (https://ieeexplore.ieee.org/document/7997537/)

21. **Kandaurov, N.A.** Signal-code constructs for wideband HF communication / N.A. Kandaurov // 2019 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications, SYNCHROINFO 2019. – 2019. – 5 p. (https://ieeexplore.ieee.org/document/8814059/)

22. Лобов, Е.М. Исследование качества оценки наклона дисперсионной характеристики ионосферного канала / Е.М. Лобов, Е.О. Смердова // Электросвязь. – 2017. – №6. – С. 28-31. (https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29305243)

23. Лобов, Е.М. Оптимальный следящий компенсатор дисперсионных искажений широкополосных сигналов / Е.М. Лобов, Е.О. Лобова, Н.А. Кандауров // Электросвязь. – 2018. – № 5. – С. 34-38. (https://www.elibrary.ru/item.asp?id=34877762)

24. Лобова, Е.О. Вычислительно эффективная реализация компенсатора дисперсионных искажений на базе банка цифровых фильтров / Е.О. Лобова // Электросвязь. – 2019. – №5. – С. 43-48. (https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37524226)

25. Perry, B.D. A new wideband HF technique for MHz-Bandwidth spreadspectrum radio communications / B.D. Perry // IEEE Communications Magazine. – 1983. – Vol. 21, № 6. – P. 28-36. doi: 10.1109/MCOM.1983.1091437

26. Dhar, S. Equalized Megahertz-Bandwidth HF Channels for Spread Spectrum Communications /
S. Dhar, B.D. Perry // IEEE Military Communications Conference. – 1982. – P. 29.5-1-29.5-5. doi: 10.1109/MILCOM.1982.4805973

27. Low, J. A Direct Sequence Spread-Spectrum Modem for Wideband HF Channels / J. Low, S.M. Waldstein // IEEE Military Communications Conference. – 1982. – P. 29.6-1-29.6-6.

28. Buckley, R. Application of Machine Learning Techniques to HF Propagation Prediction /
R. Buckley, W.N. Furman // MILCOM 2021 - 2021 IEEE Military Communications Conference (MILCOM). – 2021. – P. 623-628. doi: 10.1109/MILCOM52596.2021.9653108.

29. **Chamberlain, M.** HF data link protocol RF simulator performance based on STANAG 4538 and STANAG 4539 / M. Chamberlain, W.N. Furman // IEEE Military Communications Conference. – 2003. – Vol. 1. – P. 387-392. doi: 10.1109/MILCOM.2003.1290134.

30. Norris, J.A. Evaluation of a novel Constant Envelope Spread-Spectrum Modulation technique /
J.A. Norris, J.W. Nieto // MILCOM 2008 - 2008 IEEE Military Communications Conference. – 2008.
– P. 1-7. doi: 10.1109/MILCOM.2008.4753236.

31. Koski, E. RF Performance Implications of Wideband HF Waveforms / E. Koski, J. Nieto, M. Thompson, J. Russell // 2014 IEEE Military Communications Conference (MILCOM). – 2014. – P. 1–7.

32. Jorgenson, M.B. Meeting military requirements for increased data rates at HF / M.B. Jorgenson, R.W. Johnson, K.W. Moreland, W.E. Bova, P.F. Jones // MILCOM 2000 Proceedings. 21st Century Military Communications. Architectures and Technologies for Information Superiority (Cat. No.00CH37155). – 2000. – vol. 2. – P. 1149–1153. doi: 10.1109/MILCOM.2000.904107.

33. **Jorgenson, M.B.** An examination of HF modem platform architectures / M.B. Jorgenson, R.W. Johnson, K.W. Moreland // 2001 MILCOM Proceedings Communications for Network-Centric Operations: Creating the Information Force (Cat. No.01CH37277). – 2001. – vol. 1. – P. 460–464. doi: 10.1109/MILCOM.2001.985838.

34. Jorgenson, M.B. Results from a wideband HF usability study / M.B. Jorgenson, N.T. Cook // MILCOM 2015 - 2015 IEEE Military Communications Conference. – 2015. P. 1454–1459, doi: 10.1109/MILCOM.2015.7357649.

35. Hervas, M. Ionospheric Narrowband and Wideband HF Soundings for Communications Purposes: A Review / M. Hervas, P. Bergada, R.M. Alsina-Pages // Sensors. – 2020. – № 9: 2486. – P. 1-27.

36. A Novel Ionospheric Sounding Network Based on Complete Complementary Code and Its Application / T. Liu, G. Yang, Y. Hu, C. Jiang, T. Lan, Z. Zhao, B. Ni // Sensors. – 2019. – № 4: 779. – P. 1-14. doi: 10.3390/s19040779.

37. Design of an Ultrawideband Ionosonde / H. Sun, G. Yang, X. Cui, P. Zhu, C, Jiang // IEEE Geoscience and remote sensing letters. – 2015. – vol. 12, no. 5. – 4 p.

38. **Wang, J.** Investigation of Two Prediction Models of Maximum Usable Frequency for HF Communication Based on Oblique- and Vertical-Incidence Sounding Data / J. Wang, Y. Shi, C. Yang // Atmosphere. – 2022. – P. 1–14.

39. Vanhamel, J. Using the WSPR Mode for Antenna Performance Evaluation and Propagation Assessment on the 160-m Band / J. Vanhamel, W. Machiels, H. Lamy // International Journal of Antennas and Propagation 2022. – 2022. – 10 p.

40. Stanic, M. A Technique for Passive Ionosphere Sounding Based on Incident Wave Doppler Evaluation / M. Stanic // 2021 9th International Conference on Modern Power Systems (MPS). – 2021. – 6 p.

41. Analysis of the Ordinary and Extraordinary Ionospheric Modes for NVIS Digital Communications Channels / J. Male, J. Porte, T. Gonzalez, J.M. Maso, J.L. Pijoan, D. Badia // Sensors. – 2021. – № 6: 2210. – 16 p.

42. **Thabit S.A.** Seasonal Variations of the Optimum Reliable Frequencies During Maximum and Minimum Periods of Solar Cycle 24 / S.A. Thabit, L.E. George, K.A. Hadi // Al-Mustansiriyah Journal of Science. – 2020. – Vol. 31. – P. 15-27.

43. **Mendoza-Barcenas, M.A.** Preliminary Study of Space Weather Effects on the HF and VHF Communications at Low Latitudes during an Early Stage of the Solar Cycle 25 / M.A. Mendoza-Barcenas, G.M. Galvan-Tejada, O. Alvarez-Cardenas, M. Herraiz-Sarachaga, A. Tamez-Rodriguez // 2020 17th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE). – 2020. – 6 p.

44. Jain, A. Cross-channel sounding for HF geolocation: Concepts and experimental results / A Jain,
P. Pagani, R. Fleury, M. Ney, P. Pajusco // 12th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2018). – 2018. – 5 p. doi: 10.1049/cp.2018.0949.

45. **Stanic, M.** A Technique for Passive Ionosphere Sounding based on Machine Learning Algorithms / M. Stanic, R. Mitran // 2021 IEEE International Black Sea Conference on Communications and Networking (BlackSeaCom). – 2021. – 7 p. doi: 10.1109/BlackSeaCom52164.2021.9527862.

46. **Левин, Б. Р.** Теоретические основы статистической радиотехники. Книга 1 / Б. Р. Левин. – М.: Советское радио, 1968. – 752 с.

47. Левин, Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга 2 / Б. Р. Левин. – М.: Советское радио, 1975. – 392 с.

48. Левин, Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга 3 / Б. Р. Левин. – М.: Советское радио, 1976. – 288 с,

49. Левин, Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. 3-е издание. / Б. Р. Левин. – М.: Советское радио, 1989. – 656 с.

50. **Трифонов, А.П.** Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А.П. Трифонов, Ю.С. Шинаков. – М.: Радио и связь, 1986. – 264 с.

51. Шинаков Ю.С. Метод контурных интегралов анализа комплексных нелинейных преобразований узкополосных гауссовский случайных процессов / Ю.С. Шинаков // Радиотехника и электроника. – 2016. – Т. 61. № 12. – С. 1141-1147.

52. Шинаков, Ю.С. Оптимальная оценка момента скачка нагрузки в сотовых сетях подвижной связи / Ю.С. Шинаков // Радиотехника. – 2014. – № 7. – С. 72-78.

53. **Куликов, Е.И.** Оценка параметров сигналов на фоне помех / Е.И. Куликов, А.П. Трифонов – М.: Советское Радио, 1978. – 296 с.

54. **Трифонов, А.П.** Оценка времени прихода и длительности радиосигнала с неизвестными амплитудой и начальной фазой / А.П. Трифонов, Ю.Э. Корчагин, С.В. Корольков // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2017. – Т. 60. № 11. – С. 1027-1038.

55. Акимов, П.С. Теория обнаружения сигналов / П.С. Акимов. – М.: Радио и связь, 1984. – 440 с.

56. **Тихонов, В.И.** Оптимальный прием сигналов / В.И. Тихонов. – М.: Радио и связь, 1983. – 320 с.

57. **Тихонов, В.И.** Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: Учеб. пособие для вузов / В.И. Тихонов, В.Н. Харисов. – М.: Радио и связь, 2004. – 608 с.: ил.

58. **Чудников, В.В.** Адаптивная оценка частоты сигнала / В.В. Чудников, Б.И. Шахтарин // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия Приборостроение. – 2019. – № 6 (129). – С. 41-49.

59. Казаков, Л.Н. Алгоритм робастной оценки частоты в канале с белым гауссовским шумом и импульсными помехами / Л.Н. Казаков, И.В. Лукьянов, Б.И. Шахтарин // Радиотехника и электроника. – 2018. – Т. 63. № 7. – С. 727-732.

60. Шахтарин, Б.И. Оценка фазы псевдослучайной последовательности в системах передачи информации с расширенным спектром / Б.И. Шахтарин, Ю.А. Сидоркина, А.А. Никифоров // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия Приборостроение. – 2015. – № 3 (102). – С. 92-103.

61. **Миддлтон**, Д. Новые результаты в теории одновременного оптимального обнаружения сигналов и оценки их параметров в шуме / Д. Миддлтон, Р. Эспозито // М.: Проблемы передачи информации. – 1970. – Том 6, Вып. 2. – С. 3-20

62. Middleton, D. Simultaneous Optimum Detection and Estimation of Signals in Noise / D. Middleton, R. Esposito // IEEE Transactions on Information Theory. – 1968. – Vol. IT-14, № 3. P. 434-444.

63. Fredriksen, A. Simultaneous signal detection and estimation under multiple hypotheses / A. Fredriksen, D. Middleton, V. Vandelinde // IEEE Trans. Inf. Theory. – 1972. – Vol. 18, № 5. – P. 607-614.

64. Lainiotis, D.G. Joint detection, estimation and system identification / D.G. Lainiotis // Information and Control. – 1971. – Vol. 19, № 1. – P. 75-92.

65. Extended Ziv-Zakai lower bound for vector parameter estimation / K.L. Bell, Y. Steinberg, Y. Ephraim, H.L. Van Trees // IEEE Transactions on Information Theory. – 1997. – Vol. 43, № 2. – P. 624-637. doi: 10.1109/18.556118.

Bell, K.L. Combined Cramer-Rao/Weiss-Weinstein Bound for Tracking Target Bearing /
 K.L. Bell, H.L. Van Trees // Fourth IEEE Workshop on Sensor Array and Multichannel Processing. –
 2006. – P. 273-277. doi: 10.1109/SAM.2006.1706136.

67. Van Trees, H.L. Bayesian Cramer-Rao bounds for multistatic radar / H.L. Van Trees, K.L. Bell, Y. Wang // 2006 International Waveform Diversity & Design Conference. – 2006. – 4 p. doi: 10.1109/WDD.2006.8321430.

68. Van Trees, H.L. Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part I: Detection, Estimation, and Linear Modulation Theory / H.L. Van Trees. – USA: John Wiley & Sons, 2001. – 697 p. DOI:10.1002/0471221082

69. **Van Trees, H.L.** Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part II: Nonlinear Modulation Theory / H.L. Van Trees. – USA: John Wiley & Sons, 2003. – 368 p.

70. **Van Trees, H.L.** Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part III: Radar – Sonar Signal Processing and Gaussian Signals in Noise / H.L. Van Trees. – USA: John Wiley & Sons, 2001. – 626 p. DOI:10.1002/0471221082

71. **Kay, S.M.** Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume I: Estimation Theory / S.M. Kay. – NJ: Prentice Hall Upper Saddle River, 1993. – 608 p.

72. **Kay, S.M.** Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume II: Detection theory / S.M. Kay. – NJ: Prentice Hall Upper Saddle River, 1998. – 576 p.

73. **Kay, S.M.** Modern Spectral Estimation: Theory and Application / S.M. Kay. – NJ: Prentice Hall Englewood Cliffs, 1988. – 576 p.

74. Levy, B.C. Principles of Signal Detection and Parameter Estimation / B.C. Levy. – UK: Springer, 2008. – 602 p.

75. Levy, B.C. Random Processes with Applications to Circuits and Communications / B.C. Levy. – UK: Springer, 2020. – 467 p.

76. **Moustakides, G.V.** Optimum Joint Detection and Estimation / G.V. Moustakides // 2011 IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings. – 2011. – P. 2984-2988.

77. **Moustakides, G.V.** Joint Detection and Estimation: Optimum Tests and Applications / G.V. Moustakides // IEEE Transactions on Information Theory. – 2012. – Vol. 58, № 7. – P. 4215-4229.

78. Moustakides, G.V. Sequentially detecting transitory changes / G.V. Moustakides,
V.V. Veeravalli // 2016 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT). – 2016. – P. 26–
30. doi: 10.1109/ISIT.2016.7541254.

79. Акимов, В.Ф. Введение в проектирование ионосферных загоризонтных радиолокаторов / В.Ф. Акимов, к. т. н., Ю.К. Калинин, д. ф.-м. н., профессор, академик РАЕН ; под ред. д. т. н., д. э. н., проф. С. Ф. Боева ; ОАО "РТИ", ОАО "Научно-производственный комплекс "Научно-исследовательский институт дальней радиосвязи" (ОАО "НПК "НИИДАР"). – М: Техносфера, 2017. – 491 с.

80. Алебастров, В.А. Основы загоризонтной радиолокации / В.А. Алебастров, Э.Ш. Гойхман, И.М. Заморин и др.; под ред. А.А. Колосова. – М.: Радио и связь, 1984. – 256 с.

81. Фабрицио Джузеппе, А. Высокочастотный загоризонтный радар: основополагающие принципы, обработка сигналов и практическое применение / Фабрицио Джузеппе А.; При поддержке ОАО «РТИ» перевод с англ. под ред. д.э.н., проф. С.Ф. Боева. – М.: ТЕХНОСФЕРА, 2018. – 936 с.

82. Lipatkin, V.I. Wideband Signals Dispersion Distortions Optimum Tracking Compensator Based
On Digital Filter Banks Using Farrow Filters / V.I. Lipatkin, E.O. Lobova, N.A. Kandaurov // 2020
Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, SOSG 2020.
2020. – 6 p. doi: 10.1109/IEEECONF48371.2020.9078656.

83. **Lipatkin, V.I.** Broadband Noise-like Signal Parameters Joint Estimation Quality with Dispersion Distortions in the Ionospheric Channel / V.I. Lipatkin, E.O. Lobova // 2020 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO). – 2020. – 6 p. doi: 10.1109/SYNCHROINFO49631.2020.9166082.

84. Lipatkin, V.I. Cramer-Rao Bounds for Wideband Signal Parameters Joint Estimation in Ionospheric Frequency Dispersion Distortion Conditions / V.I. Lipatkin, E.M. Lobov, E.O. Lobova, N.A. Kandaurov // 2021 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, SOSG 2021. – 2021. – 7 p. doi: 10.1109/IEEECONF51389.2021.9416074.

85. Lipatkin, V.I. The Influence of the Quality of the Estimation of Dispersion Distortions of a Broadband HF Signal on the Noise Immunity of a Radio Link / V.I. Lipatkin, E.O. Lobova and K.E. Telengator // 2021 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO). – 2021. – 5 p. doi: 10.1109/SYNCHROINFO51390.2021.9488371.

86. Kandaurov, N.A. Implementing Digital Downconversion on a GPU / N.A. Kandaurov, V.I. Lipatkin, V.O. Varlamov // 2021 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO). – 2021. – 8 p. doi: 10.1109/SYNCHROINFO51390.2021.9488398.

87. Lipatkin, V.I. Computationally Efficient Implementation of Joint Detection and Parameters Estimation of Signals with Dispersive Distortions on a GPU / V.I. Lipatkin, E.M. Lobov, N.A. Kandaurov // Sensors. – 2022. – № 9: 3105. – 15 p. (https://doi.org/10.3390/s22093105)

88. Investigation of the Influence of Dispersion Distortions of Wideband Signals on the Quality of their Delay and Frequency Shift Estimation / E.M. Lobov, N.A. Kandaurov, E.O. Lobova, V.I. Lipatkin // SynchroInfo Journal. – 2021. – Vol. 7, №1. P. 11-16.

89. Алгоритмы оценки и компенсации дисперсионных искажений широкополосных сигналов ионосферных радиолиний связи / С.С. Аджемов, Е.М. Лобов, Н.А. Кандауров, Е.О. Лобова, В.И. Липаткин // Наукоемкие технологии в космических исследованиях Земли. – 2021. – Т. 13. № 5. – С. 57-74. doi: 10.36724/2409-5419-2021-13-5-57-74

90. Липаткин, В.И. Алгоритм обнаружения широкополосного сигнала в условиях его дисперсионных искажений при одновременной оценке множества параметров / В.И. Липаткин, Е.О. Лобова // Электросвязь. – 2022. – № 7. – С. 23-29.

91. Lipatkin, V.I. The quality of estimation of parameters of a broadband signal with non-optimal reception under conditions of dispersion distortions in the Earth's ionosphere / V.I. Lipatkin, E.M. Lobov, E.O. Lobova // T-Comm: Telecommunications and transport. – 2022. – T. 16, № 8. – C. 46-53.

92. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2020619922 Российская Федерация. Программный модуль оценки параметров сигналов / Н.А. Кандауров, В.И. Липаткин, Д.С. Чиров, Е.О. Кандаурова; заявитель и правообладатель МТУСИ. – № 2020616919; заявл. 30.06.2020; опубл. 26.08.2020. – 1 с.

93. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021619517 Российская Федерация. Программа обработки широкополосных сигналов на GPU в режиме реального времени / Н.А. Кандауров, Е.М. Лобов, В.И. Липаткин; заявитель и правообладатель МТУСИ. – № 2021618621; заявл. 02.06.2021; опубл. 10.06.2021. – 1 с.

94. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022615306 Российская Федерация. Программа оценки качества приема зондирующих сигналов в ионосферном канале / Н.А. Кандауров, В.И. Липаткин, Е.О. Лобова; заявитель и правообладатель МТУСИ. – № 2022614265; заявл. 22.03.2022; опубл. 30.03.2022. – 1 с.

95. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022615298 Российская Федерация. Программный модуль совместного обнаружения и оценки параметров сигнала на GPU / В.И. Липаткин; заявитель и правообладатель МТУСИ. – № 2022614204; заявл. 22.03.2022; опубл. 30.03.2022. – 1 с.

96. **Kwasinski, A.** Telecommunications power plant damage assessment caused by Hurricane Katrina – Site survey and follow-up results / A. Kwasinski, W.W. Weaver, P.L. Chapman, P.T. Krein // INTELEC. Providence, RI, USA. – 2006. – 8 p.

97. **Mikami, T.** Field survey of the 2011 Tohoku earthquake and Tsunami in Miyagiand Fukushima Prefectures / T. Mikami, T. Shibayama, S. Esteban, R. Matsumaru // Coastal Engineering Journal. – 2012. – №54(01). – P. 117-130.

98. **Bodson, D.** When the lines go down / D. Bodson // IEEE Spectrum – 1992. – №29(3). – P. 40-44.

99. Sims, B. The day after the Hurricane: Infrastructure order, and the New Orleans Police Department's Response to Hurricane Katrina / B. Sims // Social Studies of Science. – 2007. – №37(1). – P. 111-118.

100. MIL-STD-188-110C. Department of Defence interface standart. Interoperability and performance standards for data modems. – US Department of Defense. – 3 January 2012. – 247 p.

101. Jorgenson, M.B. An Extension of Wideband HF Capabilities / M.B. Jorgenson, R.W. Johnson,
 R.W. Nelson // IEEE Military Communications Conference. – 2013. – P. 1202-1206.

102. MIL-STD-188-110D. Department of Defence interface standart. Interoperability and performance standards for data modems. – US Department of Defense. – 29 December 2017. – 270 p.

103. **Гинзбург, В.Л.** Распространение электромагнитных волн в плазме / В.Л. Гинзбург. – М.: Наука, 1967. – 550 с.

104. **Барабашов, Б.Г.** Динамическая адаптивная структурно-физическая модель ионосферного канала / Б.Г. Барабашов, Г.Г. Вертоградов // Математическое моделирование. – 1996. – том .8., №2. – С. 3-18.

105. Барабашов, Б.Г. Программный комплекс прогнозирования траекторных и энергетических характеристик радиоканалов диапазона 2–30 МГц «Трасса» (часть 1) / Б.Г. Барабашов, М.М. Анишин // Техника радиосвязи. – 2013. – Вып. 1 (19). – С. 25-34.

106. Барабашов, Б.Г. Программный комплекс прогнозирования траекторных и энергетических характеристик радиоканалов диапазона 2–30 МГц «Трасса» (часть 2) / Б.Г. Барабашов, М.М. Анишин // Техника радиосвязи. – 2013. – Вып. 1 (19). – С. 14-21.

107. **Иванов**, **Д.В.** Методы и математические модели исследования распространения в ионосфере сложных декаметровых сигналов и коррекции их дисперсионных искажений / Д.В. Иванов. – Йошкар-Ола: МарГТУ, 2006. – 266 с.

108. **Gherm, V.E.** HF Propagation in a Wideband Ionospheric Fluctuating Reflection Channel: Physically Based Software Simulator of the Channel / V.E. Gherm, N.N. Zernov, H.J. Strangeways // Radio Science. – 2005. – Vol. 40, № 1. – P. 1-15. doi:10.1029/2004RS003093.

109. **Gherm, V.E.** Investigation into the problem of characterization of the HF ionospheric fluctuating channel of propagation: construction of a physically based HF channel simulator / V.E. Gherm, N.N. Zernov, H.J. Strangeways // Annals of Geophysics. – 2004. – Vol. 47, No 2/3. – P.1121-1130.

110. Wideband scattering functions for HF ionospheric propagation channels / V.E. Gherm, N.N. Zernov, B. Lundborg, M. Darnell, H. Strangeways // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. – 2001. – № 63. – P. 1489-1497.

111. Guo, Y. A Real-Time Software Simulator of Wideband HF Propagation Channel / Y. Guo,
K. Wang // International Conference on Communication Software and Networks. – 2009. – P.304-308.

112. A new wideband high frequency channel simulation system / J.J. Lemmon, J.F. Mastrangelo, L.E. Vogler, J.A. Hoffmeyer, L.E. Pratt, C.J. Behm // IEEE Transactions on Communications. – 1997. – Vol. 45, N 1. – P. 26-34.

113. Лобов, Е.М. Оценка помехоустойчивости радиолинии с частотной дисперсией / Е.М. Лобов // Труды РНТОРЭС им. А.С. Попова, серия: «Научная сессия, посвященная Дню Радио». – М.: Инсвязьиздат. – 2010. – вып. 65. – С. 404-406.

114. Лобов, Е.М. Расчет помехоустойчивости широкополосных ионосферных радиолиний с применением шумоподобных сигналов на основе данных прогнозирования / И.С. Косилов, Е.М. Лобов // Т-сотт – Телекоммуникации и транспорт. – 2011. – № 11. – С. 68-70.

115. Лобов, Е.М. Широкополосные многочастотные сигнально-кодовые конструкции с применением турбо-кодирования и частотно-временного перемежения для ионосферного радиоканала / К.А. Воробьев, И.С. Косилов, Е.М. Лобов // Труды международного научно-технического семинара «СинхроИнфо-2012». – 2012. – С. 46-48.

116. Лобов, Е.М. Применение широкополосных многочастотных сигнально-кодовых конструкций в условиях частотной дисперсии ионосферного канала / И.С. Косилов, Е.М. Лобов // Доклады 5-й Всероссийской научно-технической конференции «Радиолокация и радиосвязь». – М.: Информпресс-94. – 2011. – С. 266-269.

117. **Vogler, L.E.** A new approach to HF channel modeling and simulation. Part I: Deterministic model: NTIA Report 88-240 / L.E. Vogler, J.A. Hoffmeyer. – Washington D.C.: NTIA, 1988. – 44 p.

118. **Vogler, L.E.** A new approach to HF channel modeling and simulation. Part II: Stochastic model: NTIA Report 90-255 / L.E. Vogler, J.A. Hoffmeyer. – Washington D.C.: NTIA, 1990. – 44 p.

119. **Vogler, L.E.** A new approach to HF channel modeling and simulation. Part III: Transfer function: NTIA Report 92-284 / L.E. Vogler, J.A. Hoffmeyer. – Washington D.C.: NTIA, 1992. – 38 p.

120. **Vogler, L.E.** A model for wideband HF propagation channels / L.E. Vogler, J.A. Hoffmeyer // Radio Science. – 1993. – Vol. 28, № 6. – P. 1131-1142.

121. Wideband HF Channel Simulator Considerations [Электронный ресурс]/Harris Corporation at High Frequency Industry Associations (HFIA) meeting. – 2009. – 12 р. – Режим доступа: https://www.yumpu.com/en/document/read/48428041/wideband-hf-channel-simulator-considerations-hfia – Дата обращения: 01.09.2021.

122. Wideband HF Channel Simulator Considerations and Validation Discussions [Электронный pecypc]/Harris Corporation at High Frequency Industry Associations (HFIA) meeting. – 2009. – 17 p.

– Режим доступа: https://www.yumpu.com/en/document/read/36626193/wideband-hf-channel-simulation-hfia – Дата обращения: 01.09.2021.

123. Xiang, Q. Design and implementation of a wideband HF channel simulator / Q. Xiang,
G. Liang-Cai, J. Sen // Wuhan University Journal of Natural Sciences. – 2004. – Vol. 9, № 2. – P. 220224.

124. **Yau, K.S.** The Fading of signals Propagating in the Ionosphere for Wide Bandwidth High-Frequency Radio Systems: Ph.D. Thesis / K.S. Yau – Adelaide: University of Adelaide. – 2008. – 253 p.

125. **Zhang, L.-l.** Modeling of wideband HF ionosphere channel and research on its equivalent characteristics / Lan-lan Zhang, Yan Zhao-wen // 3rd IEEE International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications. – 2009. – P. 161-164.

126. Рябова, Н.В. Результаты измерения ключевых характеристик АЧХ многолучевых ионосферных радиолиний / Н.В. Рябова, В.А. Иванов, А.О. Щирый, // Радиолокация, радионавигация, связь: Сб. статей XX Междунар. конф. – Воронеж. – 2004. – Т. 2. – С. 1087-1098.

127. ФКМ Ионозонд на универсальной SDR платформе для частотного обеспечения NVIS связи / А.А. Елсуков, Д.В. Иванов, В.В. Овчинников, Н.А. Конкин, М.И. Рябова // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. – 2019. – Т. 10, №1. – С. 11-16.

128. **Иванов, Д.В.** Исследование эффективности метода компенсации нелинейной частотной дисперсии в широкополосных трансионосферных радиоканалах / Д.В. Иванов, В.А. Иванов, Н.В. Рябова, М.И. Рябова, А.А. Кислицин // Материалы 28-й Международной Крымской конференции "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии" (КрыМиКо'2018). – 2018. – С. 1665-1670.

129. **Иванов**, Д.В. Алгоритмы обнаружения полезного сигнала на фоне помех и их верификация для универсального цифрового ионозонда, созданного по SDR-технологии / Д.В. Иванов, В.А. Иванов, Н.В. Рябова, М.И. Рябова, В.В. Овчинников, А.А. Елсуков // Труды XV Конференции молодых ученых «Международная Байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике». – 2017. – С. 181-183.

130. Технология программно-определяемого радио в задаче последовательного зондирования ионосферных каналов высокочастотной связи. / Д.В. Иванов, В.А. Иванов, Н.В. Рябова, А.А.

Елсуков, М.И. Рябова, А.А. Чернов // Радиотехника и электроника. – 2016. – Т. 61, № 7. – С. 629 -638.

131. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2006613969 Российская Федерация. Моделирование распространения радиоволн в ионосфере / С.С. Аджемов, А.А. Кучумов, В.В. Рябцев; заявитель и правообладатель ФГОБУ ВПО МТУСИ. – 2006.

132. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2006613972 Российская Федерация. Моделирование и прогнозирование состояния ионосферы / Ю.А. Кочетков, А.Н. Лебедев, М.В. Пчёлка, Э.Ю. Романов; заявитель и правообладатель ФГОБУ ВПО МТУСИ. – 2006.

133. Low, J. A Direct Sequence Spread-Spectrum Modem for Wideband HF Channels / J. Low,
S.M. Waldstein // IEEE Military Communications Conference. – 1982. – P. 29.6-1-29.6-6.

134. **Perry, B.D.** A New Wideband HF Technique for MHz-Bandwidth Spread-Spectrum Radio Communications / B.D. Perry // IEEE Communications Magazine. – 1983. – Vol. 21, № 6. – P. 28-36.

135. Perry, B.D. Equalized Megahertz-Bandwidth HF Channels for Spread Spectrum Communications / B.D. Perry, S. Dhar // IEEE Military Communications Conference. – 1982. – P. 29.5-1-29.5-5.

136. **Perry, B.D.** Real-time correction of wideband oblique HF paths [Электронный документ]: USAF Document ESD-TR-70-371/ B.D. Perry. – 1970. – 43 р. – Режим доступа: https://archive.org/details/DTIC\_AD0715918/page/n5/mode/2up. – Дата обращения: 16.09.2021.

137. Лобова (Смердова) Е.О. Экспериментальная оценка дисперсионных искажений широкополосного ионосферного канала / Е.О. Смердова, Е.М. Лобов // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. – 2017. – Том. 8, № 1. – С. 68-72.

138. Экспериментальняа оценка дисперсионных искажений широкополосных сигналов на односкачковых ВЧ радиолиниях / Смердова Е.О., Рябцев В.В., Кандауров Н.А., Косилов И.С., Елсуков Б.А., Рыжиков В.А. // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. – 2017. – Том. 8, №3. – С. 66-69.

139. **Лобова, Е.О.** Обнаружение сигнала на выходе согласованного фильтра при компенсации дисперсионных искажений банком цифровых фильтров / Е.О. Лобова // 73-й Международная конференция REDS-2018 «Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий». Доклады. – М.: РНТОРЭС им. А.С. Попова. – 2018. – С. 96-99.

140. Lobova, E.O. Experimental results of dispersion distortion compensation of wideband signals with a device based on a digital filter bank / E.O. Lobova, N.A. Kandaurov // 2019 Systems of signals

generating and processing in the field of on board communications, SOSG 2019. – 2019. – 8 p. doi: 10.1109/SOSG.2019.8706758.

141. **Lobova, E.O.** Methods and algorithms of broadband HF signals dispersion distortion compensation / E.O. Lobova, S.S. Adjemov, E.M. Lobov, N.A. Kandaurov // 2019 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications. – 2019. – 9 p. doi: 10.1109/SYNCHROINFO.2019.8814074.

142. Лобова, Е.О. Методы и алгоритмы компенсации дисперсионных искажений широкополосных сигналов в ионосферных радиолиниях связи / Е.О. Лобова, С.С. Аджемов, Е.М. Лобов, Н.А. Кандауров // XIII Всероссийская конференция «Радиолокация и радиосвязь». Сборник трудов. – 2019. – С. 282-287.

143. Лобова (Смердова), Е.О. Исследование качества алгоритмов оценки наклона дисперсионной характеристики ионосферного канала / Е.О. Лобова, Е.М. Лобов // Электросвязь. – 2017. – № 6. – С. 28-31.

144. Левин, Б.Р. Теоретически основы статистической радиотехники / Б.Р. Левин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1989. – 656 с.

145. **Тихонов, В.И.** Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов. – М.: «Советсткое радио», 1966. – 219 с.

146. Липкин, И.А. Статистическая радиотехника. Теория информации и кодирования / И.А. Липкин. – М.: «Вузовская книга», 2002. – 216 с.

147. **Солонина**, **А.И.** Основы цифровой обработки сигналов / А.И. Солонина, Д.А. Улахович, С.М. Арбузов, Е.Б. Соловьева. – 2-е изд. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 753 с.

148. Стренг, Г. Линейная алгебра и ей применения / Г. Стренг. – М.: «Мир», 1980. – 455 с.

149. **Malvar, H.S.** Signal Processing with Lapped Transform / H.S. Malvar. Norwood: Artech House Publishers, 1992. – 380 p.

## Приложение А. Акты о внедрении результатов диссертации

«УТВЕРЖДАЮ» Проректор по научной работе ордена Красного Трудового Знамени федерального государственного бюджетного образовательного образования учреждения высшего технический «Московский университет связи и информатики» и.т.н., профессор «<u>31» октября</u> 2022 г.

## Акт об использовании научных результатов диссертационной работы В.И. Липаткина «Повышение качества обнаружения широкополосного сигнала и точности совместного оценивания его параметров в условиях частотной дисперсии ионосферы Земли»

Комиссия в составе: начальника НИЧ Белявского Ю.В., начальника отдела НИО-48 к.т.н. Кучумова А.А. и заведующего лабораторией НИЛ-4802 Припутина B.C. установила, что результаты исследований к.т.н. диссертационной работы Липаткина В.И. в части разработки алгоритма обнаружения широкополосных сигналов с одновременным оцениванием их параметров в условиях частотной дисперсии ионосферы Земли и разработки программных модулей обработки широкополосных сигналов декаметрового диапазона с использованием графических процессоров использованы в составной части опытно-конструкторской работы шифр «Близнец-ТУС», а также в госбюджетной научно-исследовательской работе «Алгоритмы обнаружения широкополосных сигналов со сверхбольшой базой, когерентным накоплением энергии сигналов и одновременным оцениванием их параметров в условиях дисперсионных искажений в ионосферном радиоканале», выполняемых МТУСИ в 2022 г.

Члены комиссии:

Ю.В. Белявский А.А. Кучумов В.С. Припутин