ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ СВЯЗИ И ИНФОРМАТИКИ»

На правах рукописи

Смирнов Андрей Владимирович

ИССЛЕДОВАНИЕ И КОМПЕНСАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ СИГНАЛА В УСИЛИТЕЛЕ МОЩНОСТИ

Специальность 2.2.13 —
«Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
д.т.н., проф.
Горгадзе Светлана Феликсовна

Москва — 2022

Оглавление

Стр.

ВВЕДЕНИЕ . . . 4

1. ЛИНЕЙНОСТЬ И КПД УСИЛЕНИЯ СИГНАЛА С АМПЛИТУДНО-ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ . . . 12

1.1 Групповые сигналы в современных системах радиосвязи . . . 12

1.1.1 Методы снижения пик-фактора сигнала . . . 14

1.2 Эффективное усиление мощности радиосигналов . . . 16

1.2.1 Формирование выходных колебаний усилительного элемента . . . 17

1.2.2 Адаптация усилителя под изменения амплитудной огибающей сигнала . . . 19

1.2.3 Взаимосвязь эффективности и линейности усиления . . . 21

1.3 Обеспечение требуемой линейности усиления . . . 24

1.3.1 Выбор входного ослабления усилителя . . . 25

1.3.2 Методы линеаризации усилителя . . . 26

Выводы по разделу 1 . . . 30

2. АНАЛИЗ ОПЕРАТОРА НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ . . . 31

2.1 Математическая модель нелинейных искажений в усилителе . . . 31

2.1.1 Классификация искажений относительно эффекта памяти . . . 32

2.1.2 Выявление памяти НИ с помощью двухтонового теста . . . 36

2.1.3 Видеоэквивалент оператора НИ в дискретном времени . . . 38

2.2 Линейно-параметрическая модель нелинейного оператора . . . 39

2.2.1 Ортогональное безынерционное разложение . . . 41

2.2.2 Минимальное разложение оператора Винера-Хаммерштейна . . . 42

2.2.3 Разложения на основе усечения ряда Вольтерры . . . 45

2.3 Структура оператора НИ с учётом эффектов обратной связи в усилителе . . . 47

2.3.1 Связь эффектов обратной связи и памяти . . . 51

Выводы по разделу 2 . . . 52

3. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОПЕРАТОРА ЦИФРОВОГО ПРЕДЫСКАЖЕНИЯ . . . 53

3.1 Постановка задачи идентификации оператора цифрового предыскажения . . . 53

3.1.1 Проблема потерь точности идентификации . . . 55

3.2 Средства повышения точности идентификации . . . 57
3.2.1 Регуляризация А. Н. Тихонова . . . 58
3.2.2 Выбор компонентов модели и частоты дискретизации . . . 60
3.2.3 Использование априорных данных о характере нелинейных искажений . . . 62
3.2.4 Метод обобщённой регуляризации . . . 65
3.3 Эксперимент по оценке потенциала увеличения точности идентификации ЦПИ . . . 66
3.3.1 Подготовка эксперимента . . . 66
3.3.2 Оценка потерь за счёт неточности идентификации . . . 69
3.3.3 Численные результаты моделирования . . . 70
Выводы по разделу 3 . . . 77

4. ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ НА ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ УСИЛИТЕЛЯ И ИХ КОМПЕНСАЦИЯ . . . 79
4.1 Построение имитационной модели усилителя мощности . . . 79
4.1.1 Вывод и численное интегрирование системы состояния . . . 81
4.1.2 Верификация модели . . . 83
4.2 Моделирование линеаризации усилителя . . . 86
4.2.1 Описание процедур эксперимента . . . 87
4.2.2 Валидация эффектов обратной связи и памяти оператора нелинейных искажений в усилителе . . . 93
4.2.3 Численные результаты линеаризации усилителя . . . 96
4.2.4 Оценка общесистемного выигрыша от линеаризации . . . 99
Выводы по разделу 4 . . . 101

ЗАКЛЮЧЕНИЕ . . . 103

Список сокращений и условных обозначений . . . 105

Список литературы . . . 108

Приложение А. Акт о внедрении результатов работы . . . 118

Приложение Б. Алгоритм ограничения пик-фактора сигнала . . . 119

Приложение В. Спецификация схемы замещения усилительного элемента . . . 121

Приложение Г. Алгоритм p-кратного обращения нелинейного оператора . . . 124

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Учёт нелинейных искажений (НИ) сигнала в усилителе мощности (УМ) необходим при проектировании современных систем радиосвязи (СРС). Это обусловлено жёсткими требованиями к внеполосному излучению (ВПИ) на выходе передатчика, которое, в основном, определяется именно характером НИ в УМ.

Выполнение требований ВПИ зачастую осложняется стремлением максимизировать другие целевые показатели СРС: энергетическую эффективность работы радиооборудования и скорость передачи информации по радиоканалу. Задача одновременной максимизации трёх указанных показателей заключает в себе противоречия [1]. Так, схемотехнические решения, направленные на повышение КПД УМ, такие формирование выходных колебаний усилителя по критерию наименьшей рассеиваемой тепловой мощности [2; 3], введение адаптации параметров УМ под изменения амплитудной огибающей входного сигнала и др. [4], необходимо снижают степень линейности радиотракта. С другой стороны, использование широкополосных групповых сигналов на основе OFDM-модуляции, позволяющее в системах 5G достигать скорости передачи данных свыше 5 Мбит/с на 1 МГц полосы радиоканала [5], ужесточает требования к линейности УМ в связи со значительным диапазоном изменения амплитудной огибающей данных сигналов [6; 7].

Указанными противоречиями обусловлен пристальный интерес индустрии к средствам моделирования НИ в УМ и их компенсации [8; 9].

Моделирование НИ в УМ позволяет выполнять предварительную оценку уровня ВПИ передатчика при заданном входном сигнале на раннем этапе проектирования СРС. Простейшая модель НИ в УМ представляется в виде оператора V, связывающего мгновенные значения видеочастотных эквивалентов входного и выходного сигналов УМ:

$$\mathrm{V} : a_t \cos\left(2\pi f_0 t + \varphi_t\right) \mapsto \mathrm{A}\left(a_t\right) \cos\left(2\pi f_0 t + \varphi_t + \Phi\left(a_t\right)\right), \tag{1}$$

где $\mathrm{A} : \mathbb{R}_+ \mapsto \mathbb{R}_+$ и $\Phi : \mathbb{R}_+ \mapsto [0, 2\pi)$ – соответственно функции АМ-АМ и АМ-ФМ, отражающие эффекты паразитных амплитудной и фазовой модуляции сигнала при усилении.

Модель (1) учитывает зависимость НИ только от мгновенного значения входной амплитуды. Это ограничивает достоверность модели, поскольку на характер НИ, в общем случае, влияет предыстория сигнала на некотором ограниченном интервале времени, что принято называть эффектом памяти НИ, а длительность данного интервала – глубиной памяти НИ. Интенсивность эффекта памяти НИ в общем случае возрастает по мере увеличения полосы усиливаемого сигнала [6]. Первые работы по моделированию НИ в УМ с учётом эффекта памяти НИ относятся 1970-ым годам применительно к разработке имитационной модели спутникового канала связи [10]. В то же время, работы по теоретическому анализу эффекта памяти НИ при транзисторном усилении сигнала известны с 1960-ых, где в качестве математической модели НИ в УМ вместо (1) рассматривался оператор Вольтерры [11], а пример практического построения модели, отражающей действие произвольного инерционного нелинейного устройства на электрический сигнал, был дан Винером в 1958-ом году [12].

На сегодняшний день типичным подходом к учёту УМ в общесистемной модели СРС является применение упрощённых видеоэквивалентных моделей [13] или коммерческих программ схемотехнического моделирования для непосредственной симуляции электрической схемы заданного образца УМ [14; 15]. Альтернативным вариантом второго подхода является обучение нейросетевой модели по тестовой выборке сигнала, полученной с выхода УМ [16]. Достоинством первого подхода является удобство проведения ручных расчётов, прозрачность и наглядность выводов, тогда как второго – максимальная достоверность модели. Второй подход характеризуется меньшими гибкостью и прозрачностью получаемых результатов; кроме того, он требует наличие спецификации радиооборудования и привлечение сторонних коммерческих симуляторов. С другой стороны, ограниченная достоверность моделирования первого подхода отражается на обоснованности полученных на его основе результатов, в том числе касающихся обоснования эффективности средств линеаризации УМ. Компромиссным вариантом между использованием упрощённых и узкоспециализированных моделей УМ является доработка упрощённых моделей с целью учёта в них физических факторов, отвечающих за специфику НИ в УМ, таких как тепловая зависимость характеристик УМ [17; 18].

Примечательно, что появление в 1934-ом году работы Блэка о компенсации НИ в УМ методом обратной связи (ОС) [19] значительно опередило указанные выше работы по моделированию НИ в УМ. Важный толчок к совершенствованию средств линеаризации дала упомянутая работа Винера [12], содержащая решение задачи *идентификации* нелинейного оператора НИ V. Процедура идентификации впоследствии легла в основу метода предыскажения (ПИ), который заключается в синтезе оператора S, линеаризующего тандем $\mathrm{S} \circ \mathrm{V}$. В зависимости от того, применяется ли ПИ к видеоэквиваленту сигнала в цифровом тракте или к модулированному сигналу в РЧ-тракте, различают *цифровое предыскажение* (ЦПИ) [20] и аналоговое ПИ [21—23].

Преимуществами метода ЦПИ, делающими его наиболее популярным на сегодняшний день методом линеаризации, являются гибкость его имплементации, отладки и оптимизации, свойственные решениям на основе цифровой обработки сигналов (ЦОС) [8]. Устройство ПИ может рассматриваться как внешняя надстройка для СРС, в большей или меньшей степени связанная с имеющейся структурой СРС: от автономного блока с оффлайн-идентификацией до глубоко интегрированного решения, включающего в себя снижение пик-фактора сигнала и адаптивную подстройку параметров предыскажения с использованием петли ОС с выхода УМ [24]. Начало распространения метода ЦПИ относится к 1980-ым годам и обязано возросшим к тому времени возможностям платформ ЦОС. Ключевым задачами, решаемыми в процессе проектирования ЦПИ, являются выбор параметризованной модели S и численного алгоритма идентификации её параметров [25]. Первые реализации ЦПИ в системах спутниковой связи опирались на простейшую модель НИ без памяти (1) с табличной идентификацией функций АМ-АМ и АМ-ФМ [26]. При этом была достигнута значительная эффективность линеаризации, позволившая перейти от ФМ-сигналов к более спектрально-эффективным амплитудно-фазово-модулированным (АФМ) сигналам при выполнении требований к ВПИ.

В настоящее время ценность потенциального выигрыша линеаризации за счёт усложнения модели ПИ и учёта эффекта памяти НИ неуклонно возрастает вследствие перехода к более широкополосным сигналам и освоения новых частотных диапазонов функционирования современных СРС. Обратной стороной усложнения ПИ является бóльшая аппаратная сложность линеаризатора, а также снижение точности идентификации параметров модели [27]. Фактор вычислительной нагрузки усугубляется работой линеаризатора на повышенной частоте дискретизации $F_{\text{д}}$ относительно символьной скорости цифрового сигнала для избежания эффектов спектрального наложения в результате нелинейного преобразования [28]. В связи с этим при значительных интенсивности и инерционности НИ максимально достоверная модель ЦПИ в виде оператора Вольтерры оказывается практически нереализуемой ввиду своей избыточной сложности. Необходимость значительного упрощения модели Вольтерры для практической применимости ЦПИ подчёркивалась ещё в первых работах по компенсации НИ с памятью в начале 2000-ых годов [29].

Таким образом, практически достижимая эффективность ЦПИ во многом определяется соотношением между потенциальной достоверностью оператора ЦПИ и совокупной сложностью линеаризатора с учётом процедуры идентификации [30; 31]. В течение последних 20-ти лет проблема уравновешивания сложности и достоверности ЦПИ остаётся среди популярных тем исследований в профильной технической литературе, а для её решения постоянно предлагаются новые методы [32; 33]. Среди наиболее укоренившихся на практике выработанных предложений можно выделить:

– использование архитектуры *непрямого обучения* [34], в которой оператор ЦПИ S идентифицируется из условия линеаризации тандема $\mathrm{S} \circ \mathrm{V}$ (пост-обращение для V), а применяется с целью линеаризовать $V \circ S$ (пред-обращение), при этом в общем случае пред- и постобращение не совпадают [25];

– выбор $F_д$ для идентификации заведомо ниже требуемой из условия Найквиста для оцифровки выходного сигнала УМ [35; 36];

– использование линейно-параметрических моделей оператора ЦПИ, позволяющее использовать для идентификации математический аппарат линейной оптимизации [20];

– использование в качестве функции потерь при идентификации минимума среднеквадратичной ошибки (СКО), в то время как целевой функцией потерь линеаризатора является ВПИ [27].

Очевидный эвристический характер данных рекомендаций указывает на то, что их нельзя рассматривать как универсальное средство повышения эффективности линеаризации, гарантирующее выигрыш в любом конкретном приложении. Существенная восприимчивость к особенностями приложения вообще является характерной чертой задачи максимизации эффективности линеаризатора, что подтверждается отсутствием в современной литературе описания универсального подхода к её решению. В связи с этим сохраняется **актуальность** поиска такого подхода. Типовое практическое решение, как правило, состоит в объединении различных предложений в единое целое с последующей совокупной оптимизацией множества параметров. Большая роль в данном процессе отводится эвристическому и экспериментальному методам, тогда как его эффективность во многом определяет конечный выигрыш от линеаризации [30].

Цель работы: повысить эффективность метода ЦПИ для компенсации нелинейных искажений АФМ-сигнала в УМ при использовании архитектуры непрямого обучения линейно-параметрической модели оператора предыскажения.

Научная задача: выработать универсальный подход к повышению эффективности метода ЦПИ и научно обосновать возможность получения с его помощью выигрыша в любом практическом приложении.

В сформулированной общей задаче можно выделить круг **частных задач**, решение которых составляет содержание диссертации:

1. разработать математическую модель для оценки эффективности метода ЦПИ при произвольной модели НИ в УМ;

2. выработать универсальный подход к повышению точности идентификации оператора предыскажения;

3. подтвердить эффективность предложенного решения на стандартной модели НИ в УМ в виде оператора Винера-Хаммерштейна; получить оценку сверху потенциала ЦПИ для данной модели НИ и сопоставить её с полученными результатами;

4. повысить достоверность модели НИ в УМ по сравнению со стандартным оператором Винера-Хаммерштейна за счёт учёта таких физических особенностей РЧ УМ, как эффект ОС в транзисторе и тепловая зависимость его характеристик; валидировать на данной модели эффективность предложенного решения;

5. обосновать, что предложенная имитационная модель НИ в УМ отражает характерные особенности НИ, типичные для любого УМ, и тем самым подтвердить универсальность предложенного решения.

Методы исследования. Исследования применительно к задачам 3 – 5 полагаются на методы математического и компьютерного моделирования. Аналитический метод исследования с привлечением математического аппарата теории решения некорректных задач используется при выработке математических моделей в задачах 1 и 4, научного обоснования предложенного подхода к повышению точности идентификации оператора ЦПИ в задаче 2 и получения оценки сверху эффективности ЦПИ в задаче 3. Построение математических моделей при решении задач 4 – 5 опирается на теорию электрических цепей и метод переменных состояния.

Предмет исследования: методы анализа нелинейных искажений сигнала в усилителе мощности, методы компенсации нелинейных искажений, алгоритмы идентификации нелинейного оператора.

Объект исследования: выходной усилитель мощности передатчика и устройство предыскажения сигнала перед подачей на вход усилителя.

Степень разработанности. Поворотной точкой в исследованиях по математическому моделированию НИ в УМ можно считать появление биполярного транзистора на рубеже 1950-ых годов и выявление сложности физических процессов в полупроводнике, вызывающих нелинейность усиления транзистора [7; 37]. Более абстрактные исследования проблемы нелинейного преобразования сигнала в предтранзисторную эпоху опирались в основном на методы теории вероятности [28], а их библиография приведена в классическом труде Тихонова В. И. [38]. Связь между видеоэквивалентом оператора НИ и электрической схемой замещения транзистора, в том числе условия применимости упрощённой модели (1), исследовались в лабораториях Белла [11]. Различные варианты аналитических функций А (a) и Ф (a) в (1) названы именами таких специалистов как Салех А., Горбани К. и др. [39]. Среди научных школ, внёсших за последние годы заметный вклад в разработку проблемы моделирования НИ с эффектом памяти, следует отметить университеты Авейру [40; 41] и Оулу [42]. Первые опыты линеаризации УМ методом ЦПИ связаны с проектом спутниковой связи Интелсат [10; 26]. Эффективные модели ЦПИ для компенсации НИ с памятью были предложены Филикори Ф. [43] и Константиноу К. [29]. Значимый вклад в исследования по наилучшему уравновешиванию достоверности и сложности модели ЦПИ внесли исследовательские центры Дублина [24] и Атланты [44; 45], а среди новых научных школ, занимающихся проблемой идентификации ЦПИ, заметное место занимают университеты Ханчжоу [36] и Севильи [31].

Практическая значимость диссертации состоит в том, что предложенный подход к повышению эффективности метода линеаризации ЦПИ позволил

1. снизить уровень спектральной плотности мощности сигнала в соседнем канале на выходе нелинейности Винера-Хаммерштейна на 5-10 дБ относительно стандартной идентификации линейно-параметрической модели ЦПИ, обладающей свойством максимальной достоверности при минимально-допустимой сложности;

2. увеличить полезную выходную мощность УМ более чем на 3 дБ при выполнении требований к ВПИ при усилении сигнала OFDM с полосой 20 МГц и пик-фактором 7 дБ по сравнению с базовым методом линеаризации на основе подбора ослабления входного сигнала УМ; соответствующий выигрыш в среднем КПД усиления составил более 8 %;

3. минимизировать потери линеаризации при 5-кратном снижении частоты дискретизации тестовых сигналов, используемых при идентификации ЦПИ, до 1.2 дБ в терминах осреднённого уровня избыточного ВПИ, рассчитанного для заданной спектральной маски, при сокращении числа базисных функционалов модели ЦПИ на 84 %.

Теоретическая значимость работы обоснована следующими результатами:

1. Разработана имитационная модель УМ на основе численного интегрирования системы дифференциальных уравнений, учитывающая эквивалентную схему замещения транзистора. Учёт в модели эффектов тепловой и электрической ОС, типичных для произвольного УМ, позволил повысить достоверность моделирования НИ в УМ по сравнению со стандартной моделью оператора Винера-Хаммерштейна, в которой данные эффекты не учитываются.

2. Выявлены факторы, ограничивающие точность идентификации оператора ЦПИ при использовании архитектуры непрямого обучения и критерия СКО пост-обращения оператора НИ в УМ, учёт позволяет повысить эффективность линеаризации метода ЦПИ.

3. Разработан универсальный подход к повышению эффективности ЦПИ, позволяющий рассматривать общую задачу выбора оптимального оператора ЦПИ как обобщённую регуляризацию задачи идентификации оператора Вольтерры, параметрами которой являются степень усечения базовой модели Вольтерры, частота дискретизации тестовых сигналов на входе процедуры идентификации, а также параметр регуляризации А. Н. Тихонова.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Предложенный в работе метод обобщённой регуляризации для повышения эффективности ЦПИ в рамках архитектуры непрямого обучения позволяет получить выигрыш более 5 дБ в уровне

СПМ в соседнем канале по сравнению со стандартным подходом идентификации максимально достоверной модели ЦПИ.

2. Построение имитационной модели РЧ УМ на основании метода переменных состояния позволяет повысить достоверность моделирования НИ в УМ относительно модели Винера-Хаммерштейна за счёт учёта эффектов тепловой и электрической ОС, имеющих место в произвольном УМ; чувствительность мощности помехи НИ к параметру расстройки двухтонового тестового сигнала, являющаяся индикатором эффекта памяти НИ, составляет до 4 дБ за счёт эффекта тепловой ОС и до 2 дБ за счёт эффекта электрической ОС.

3. Интеграция модели РЧ УМ в общесистемную модель СРС позволяет сопоставить оценку интенсивности НИ в УМ с энергетическими показателями УМ и обосновать общесистемный выигрыш от линеаризации, выраженный увеличением КПД на 8% и полезной выходной мощности на 3 дБ, за счёт возможности смещения рабочей точки УМ ближе к области насыщения его амплитудной характеристики при выполнении требований к ВПИ.

Научная новизна.

1. Научно-обоснованное применение к задаче идентификации нелинейного оператора ЦПИ метода регуляризации, известного в первую очередь по приложениям к линейным некорректным задачам, и его обобщение путём включения в набор параметров регуляризации частоты дискретизации и степени усечения базовой модели Вольтерры для построения оператора ЦПИ.

2. Вывод линейно-параметрической модели ЦПИ для оператора Винера-Хаммерштейна, обладающей свойством максимальной достоверности при минимально-допустимой сложности и аналитическая идентификация её параметров.

3. Выявление особенностей эффекта НИ в УМ, не учитываемых упрощённой моделью НИ Винера-Хаммерштейна, таких как зависимость НИ сигнала от формы выходных колебаний транзистора и рассеиваемой на нём тепловой мощности, и отражение их на структуре видеоэквивалента оператора НИ в УМ.

4. Вывод видеоэквивалента оператора НИ в УМ для упрощённой модели НИ в УМ в виде проходной амплитудной характеристики, определённой для мгновенных значений РЧ-сигнала, и выражений для некоррелированных составляющих сигнала на её выходе при условии справедливости модели гауссовского случайного процесса для описания входного сигнала.

Достоверность полученных результатов подтверждается:

– апробацией основных результатов работы на Международных научных конференциях и публикацией в рецензируемых научных изданиях, относящихся к списку ВАК и индексируемых в базе Web of Science;

– соотнесением экспериментально полученных оценок эффективности средств повышения эффективности ЦПИ при линеаризации оператора Винера-Хаммерштейна с теоретическим пределом, рассчитанным аналитически;

– верификацией разработанной имитационной модели НИ в УМ по критерию воспроизводимости отклика стандартного схемотехнического симулятора SPICE при заданном тестовом воздействии и различных конфигурациях модели;

– актом внедрения результатов диссертационной работы в эксплуатирующую организацию (см. Приложение А к диссертации).

Апробация результатов. Основные результаты работы были представлены автором в режиме очного участия на:

– Международной конференции Intermatic, г. Москва, 2013 г.;

– 71-ой Международной конференции «Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий», посвященной Дню Радио, г.Москва, 2015 г.;

– МНТК Синхроинфо-2015, г. Санкт-Петербург,

– МНТК Синхроинфо-2017, г. Казань,

– МНТК Синхроинфо-2018, г. Минск,

– МНТК Синхроинфо-2019, г. Ярославль,

– 10-ой (г. Владимир, 2013 г.), 11-ой (г. Суздаль, 2015 г.) и 13-ой (г. Владимир, 2019 г.) МНТК «Перспективные технологии в средствах передачи информации» ПТСПИ.

– 7 – 11-ой МНТК «Технологии информационного общества», г. Москва, 2013-2017 гг.,

а также в режиме телеконференции на:

– МНТК Синхроинфо-2020, г. Светлогорск,

– 16-ой МНТК «Технологии информационного общества», г. Москва, 2022 г.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 21-ом печатном издании[1)], 5 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК и 4 – в изданиях, индексируемых в базе Web of Science / Scopus.

Личный вклад автора состоит в проведении теоретического исследования и в разработке программного кода для проведения компьютерного моделирования. Все приведённые в работе результаты получены автором лично.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырёх разделов, заключения и четырёх приложений. Полный объём диссертации составляет 124 страницы с 64 рисунками и 11 таблицами. Список литературы содержит 108 наименований.

[1)] данные согласно индексированию Science Index на 21.06.2022; SPIN-код автора: 6709-1512

1. ЛИНЕЙНОСТЬ И КПД УСИЛЕНИЯ СИГНАЛА С АМПЛИТУДНО-ФАЗОВОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

К современным системам радиосвязи предъявляются высокие требования как в части скорости передачи информации и спектральной эффективности, и одновременно так и в части КПД усилителя мощности. Целью данного раздела является проанализировать взаимную противоречивость этих требований и указать на подходы к их выполнению.

1.1 Групповые сигналы в современных системах радиосвязи

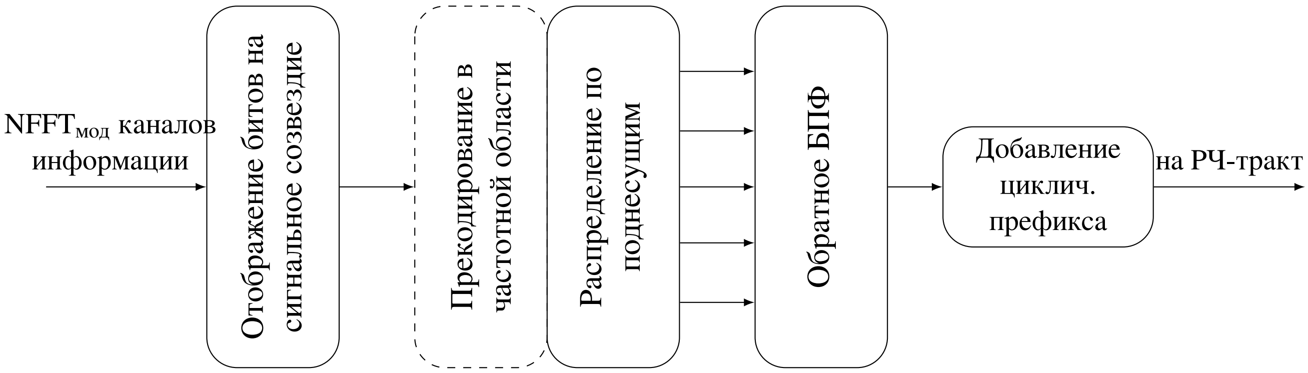
При выборе сигнальной конструкции для радиоинтерфейса СРС руководствуются такими показателями как спектральная эффективность, помехоустойчивость, степень неравномерности амплитудной огибающей сигнала, а также сложность и ресурсоёмкость аппаратной реализации модема [46]. Порядок значимости данных показателей зачастую определяется конкретным приложением разрабатываемой СРС.

Согласно тенденции развития отрасли, широкое распространение получил принцип линейного группирования сигналов, применяемый как в цифровом тракте оборудования для объединения физических каналов трафика и служебной информации различных пользователей, так и в радиотракте для объединения сигналов различных диапазонов или различных СРС в единый входной сигнал УМ [47].

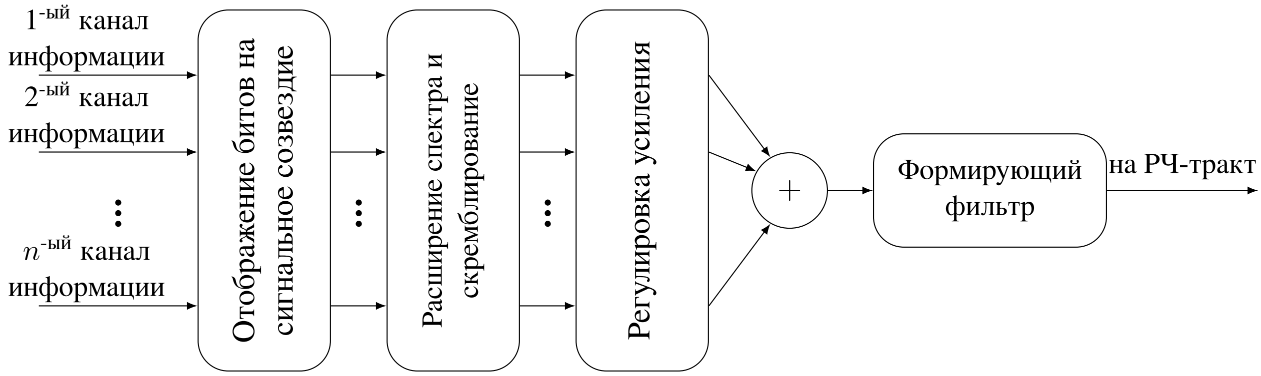
Наиболее распространены групповые сигналы на основе ортогонального мультиплексирования с частотным разделением (OFDM). Такие сигналы находят применение в широкополосных СРС, системах вещания и СРС 4G. Функциональным ядром схемы их формирования является блок обратного быстрого преобразования Фурье (БПФ), осуществляющий мультиплексирование элементарных сигналов, заданных в виде точек сигнального созвездия в единый комплекснозначный сигнал z. Цифровые отсчёты z_k определяются как

$$z_k = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{NFFT}_{\text{мод}}}} \sum_{n=-\frac{\mathrm{NFFT}}{2}}^{\frac{\mathrm{NFFT}}{2}-1} 1_{\{n \in I_{\text{мод}}\}} s_n e^{j\frac{2\pi n k}{\mathrm{NFFT}}}, \tag{1.1}$$

где NFFT – общее число поднесущих OFDM-модема, из которых $\mathrm{NFFT}_{\text{мод}}$ с индексами в $I_{\text{мод}} = \{n_1, n_2, \ldots, n_{\mathrm{NFFT}\text{мод}}\}$ модулируются символами (s_n) сигнального созвездия, а остальные остаются немодулированными. Используемое сигнальное созвездие, как правило, соответствует M-кратной квадратурной амплитудной манипуляции (КАМ).



а) Групповые сигналы на основе частотного мультиплексирования



б) Групповой сигнал на основе ШПС-мультиплексирования

Рисунок 1.1 — Структурные схемы формирования групповых сигналов

Элементарные сигналы могут также предкодироваться в частотной области, покрывая одновременно несколько поднесущих, что обозначено на схеме рис. 1.1а блоком прекодирования.

Предкодирование может выполнять функцию дополнительной фильтрации сигнала, что улучшает характеристики ВПИ сигнала ценой нарушения потенциальной ортогональности элементарных сигналов [48]. Этот принцип используется, например, при формировании сигнала многочастотной передачи с банком фильтров (FBMC) [46], который рассматривался как кандидат для внедрения в СРС 5G, где требования к экономичности использования частотного ресурса значительно возрасли по сравнению с 4G [5].

Схема формирования группового сигнала в системах с прямым расширением спектра и кодовым разделением каналов (DS-CDMA) показана на рисунке 1.1б. Здесь возможность выделения составных сигналов при приёме достигается за счёт использования псевдослучайных последовательностей для расширения спектра сигнала и при скремблировании.

Последовательность отсчётов на выходе сумматора представляется как:

$$z_k = \sum_{n=1}^{N} c_n s_k^n w_k^n, \tag{1.2}$$

где s_k^n – k-ый отсчёт n-ого составного сигнала, (w^n) – чиповая последовательность, отвечающая за скрэмблирование и прямое расширение спектра n-ого сигнала; c_n – коэффициент усиления n-ого составного сигнала, выполняющий функцию минимизации внутрисетевой интерференции систем DS-CDMA [48].

Схожесть распределений групповых сигналов OFDM и DS-CDMA обусловлена принципом линейного группирования, который используется при формировании обоих типов сигналов. Подходящей вероятностной моделью для описания сигнала на выходе сумматора при числе составных сигналов более 10 является модель центрированного комплекснозначного узкополосного гауссовского случайного процесса (ГСП) с независимыми квадратурными компонентами и прямоугольной формой СПМ, амплитудная огибающая которого статистически описывается законом Релея [38; 49]. Высокая степень неравномерности амплитудной огибающей сохраняется также применительно к перспективным сигнальным конструкциям систем 5G и выше, где при группировании используется принцип неполной ортогональности составных сигналов [48].

1.1.1 Методы снижения пик-фактора сигнала

Стандартным показателем неравномерности амплитудной огибающей сигнала является *пик-фактор* (ПФ), выражающий отношение пиковой мощности сигнала к её среднему значению при заданной вероятности появления пика [50]. Высокий ПФ сигнала неудобен как со стороны проектирования УМ, так и со стороны общесистемной стороны [1]. В первом случае это определяется требованием высокого динамического диапазона оборудования, а во втором – низкой эффективностью заполнения разрядной сетки ЦАП передатчика, что отражается на энергетическом бюджете радиолинии [51]. В связи с этим часто в передатчике предусматривается механизм ограничения ПФ сигнала перед его подачей в радиотракт [52].

Простейшим примером ограничения ПФ является жёсткое ограничение амплитудной огибающей сигнала с последующей подачей сигнала на фильтр низких частот (ФНЧ). Альтернативный метод, позволяющий устранить недостаток возникновения новых пиков на выходе ФНЧ, заключается применении к цифровым отсчётам сигнала в окрестности каждого пика гасящего импульса [53]:

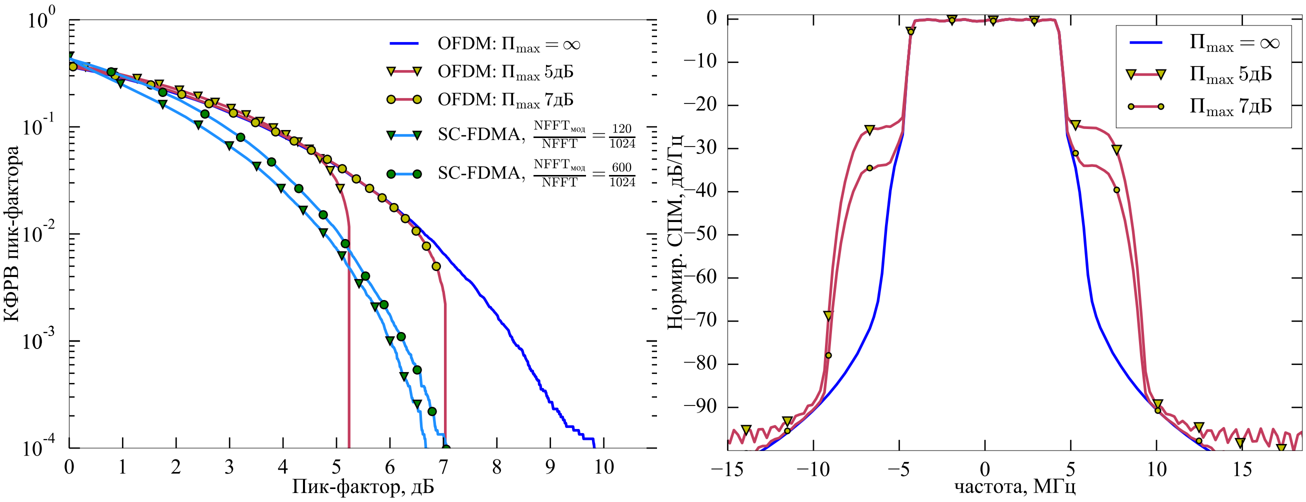
$$z_{j+k^*} = z_{j+k^*} - z_{k^*}\left(1 - \frac{\sqrt{\Pi_{\max}\langle|z|^2\rangle}}{|z_{k^*}|}\right)\rho_j, \quad j = -L, \ldots, L; \quad \rho_j < \rho_0 = 1. \tag{1.3}$$

где ρ_j – симметричный гасящий импульс длиной $2L + 1$ отсчётов, k^* – номер отсчёта, соответствующий появлению пика в исходном сигнале, $\Pi_{\max}$ – максимально-допустимая величина пика сигнала на выходе алгоритма ограничения ПФ, $\langle|z|^2\rangle$ – средняя мощность исходного сигнала. Порог детектирования пика составляет $\sqrt{\Pi_{\max}\langle|z|^2\rangle}$.

Платой за снижение ПФ в данном случае является искажение полезного сигнала, сказывающееся как на помехоустойчивости СРС, так и на СПМ сигнала.

Статистические свойства ПФ сигнала OFDM с учётом ограничения ПФ при разных значениях $\Pi_{\max}$ отражены графиками комплементарной функции распределения вероятности (КФРВ) на рисунке 1.2а. Параметры OFDM сигнала соответствуют режиму 10 МГц стандарта LTE: NFFT $=$ 1024, NFFT$_{\text{мод}}$ $= 600$ [54]. Для ограничения ПФ использован итеративный алгоритм на основе гасящих импульсов [53], блок-схема которого, а также форма гасящего импульса ρ приведены в приложении Б. Согласно графикам КФРВ, без введения мер для снижения ПФ ($\Pi_{\max} = \infty$) с вероятностью $\sim 0.2\%$ имеет место ПФ ≥ 9 дБ.

Графики СПМ сигнала на выходе процедуры ограничения ПФ на рисунке 1.2 иллюстрируют эффект от снижения ПФ на уровень ВПИ.



а) КФРВ пик-фактора б) Влияние ограничения ПФ на СПМ

Рисунок 1.2 — Сопоставление СПМ и КФРВ пик-фактора сигналов OFDM и SC-FDMA

Алгоритмы ограничения ПФ могут также основываться на предкодировании, размещении специальным образом подобранных компенсирующих сигналов в части частотного ресурса и других механизмах, причём платой за снижение ПФ может служить информационная ёмкость канала связи [52; 55].

Известным примером среди данной группы методов является сигнал с частотным разделением каналов и одной несущей (SC-FDMA), нашедший применение в обратном канале системы LTE [54]. Схема формирования сигнала SC-FDMA во многом повторяет схему формирования сигнала OFDM, приведенную на рисунке 1.1а. За снижение ПФ сигнала SC-FDMA отвечает блок предкодирования сигнала в частотной области с помощью БПФ. Прекодер нарушает независимость отсчётов s_n на входе обратного БПФ, в результате чего закон изменения квадратурных компонент SC-FDMA сигнала перестаёт быть гауссовским. Недостатком подобного подхода является зависимость ПФ сигнала от параметров сигнального созвездия элементарных сигналов, соотношения числа точек БПФ прекодера и обратного БПФ, правила расстановки пилотных символов для оценки ИХ канала на приёме, а также числа используемых поднесущих [56]. Последний фактор проиллюстрирован на рисунке 1.2а, где отмечены КФРВ ПФ сигнала SC-FDMA режима LTE 10 МГц для $\text{NFFT}_{\text{мод}} = 120$ и $\text{NFFT}_{\text{мод}} = 600$ без учёта пилотных символов и при типе сигнального созвездия КАМ-4. Форма СПМ сигнала SC-FDMA при полном использовании выделенной полосы ($\text{NFFT}_{\text{мод}} = 600$) повторяет форму СПМ OFDM сигнала для случая $\Pi_{\text{max}} = \infty$ на рисунке 1.2б.

1.2 Эффективное усиление мощности радиосигналов

Структурная схема простейшего УМ приведена на рисунке 1.3. Усиление полезного сигнала $u_{\text{вх.1}}$ при заданном входном смещении $E_{\text{см}}$ обеспечивает усилительный элемент (УЭ), принцип действия которого в зависимости от его типа, может основываться на краевых эффектах pn-переходов или гетероструктур, эффекте поля и др. [37]. Выходная колебательная система (ВКС) УМ с частотной характеристикой (ЧХ) комплексного сопротивления $\widehat{\mathcal{Z}}_f = \left|\widehat{\mathcal{Z}}_f\right| \exp\left(j\angle\widehat{\mathcal{Z}}_f\right)$, отвечает за формирование и фильтрацию колебаний тока $i_{\text{вых}}$ и напряжения $u_{\text{вых}}$, а также взаимную развязку тракта РЧ и видеочастотного тракта выходного питания $E_{\text{п}}$ [7].

Наряду с генерацией полезной выходной мощности $P_{\text{вых.1}}$ часть энергии источников питания УМ рассеивается в виде тепловых потерь на УЭ $P_{\text{расс}}$, а также в ВКС $P_{\text{вых.}n}$. Мгновенный КПД УМ выражается как [57]:

$$\text{КПД}\left(t\right) = \frac{P_{\text{вых.1}}\left(t\right)}{P_{\text{вых.1}}\left(t\right) + P_{\text{расс}}\left(t\right) + P_{\text{вых.}n}\left(t\right)}, \tag{1.4}$$

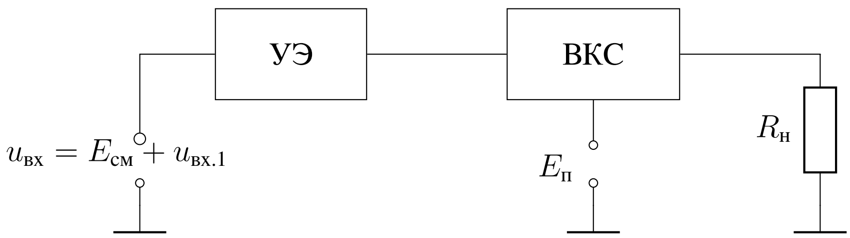


Рисунок 1.3 — Структурная схема типичного УМ

где $P_{\text{расс}}$ определяется формой колебаний выходных тока ($i_{\text{вых.УЭ}}$) и напряжения ($u_{\text{вых.УЭ}}$) УЭ:

$$P_{\text{расс}}(t) = i_{\text{вых.УЭ}}(t)\, u_{\text{вых.УЭ}}(t)\,. \tag{1.5}$$

Эффективность работы УМ характеризуется осреднённой по времени величиной КПД, учитывающей влияние конструктива УМ и вероятностных характеристик амплитудной огибающей полезного входного сигнала $u_{\text{вх.1}}$, а также характеристик УЭ, отвечающего за преобразование $u_{\text{вх.1}}$ в $i_{\text{вых.УЭ}}$ и $u_{\text{вых.УЭ}}$ [58].

1.2.1 Формирование выходных колебаний усилительного элемента

Составляющие $P_{\text{расс}}$ и $P_{\text{вых}.n}$ в (1.4) зависят от формы колебаний $i_{\text{вых.УЭ}}$ и $u_{\text{вых.УЭ}}$. Подстройка формы выходных колебаний за счёт использования гармоник несущей f_0 по критерию минимизации $P_{\text{расс}} + P_{\text{вых}.n}$ является распространенным подходом к повышению КПД [57; 59]. Гармоники генерируются за счёт внутренних нелинейностей УЭ и выделяются в специальным образом настроенной ВКС. Значимой областью ЧХ ВКС $\widehat{\mathcal{Z}}_f$ является набор интервалов $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(k)}$ вблизи k-ых гармоник несущей, $k = 0,1,2,\ldots$. Каждому интервалу $k > 0$ соответствует спектральная составляющая $i_{\text{вых}k}$, которую можно рассматривать как узкополосный процесс. Интервал $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(0)}$ выражает сопротивление ВКС для видеочастотной составляющей $i_{\text{вых.0}}$, а $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(1)}$ – для составляющей, расположенной в окресности несущей, т.е. *в основной полосе* УМ, $i_{\text{вых.1}}$.

Классическим примером генерации гармоник $i_{\text{вых}}$ является введение отсечки $i_{\text{вых}}$ на части периода РЧ за счёт выбора $E_{\text{см}}$ вблизи от порогового уровня входной ВАХ УЭ, а выходной фильтрации – обеспечение резонансной нагрузки УМ. В этом случае колебания $u_{\text{вых}}$ можно в первом приближении выразить как

$$u_{\text{вых}}(t) = E_{\text{п}} - \phi i_{\text{вых.1}}(t)\,, \tag{1.6}$$

где ϕ – линейный оператор, выражающий действие ЧХ $\widehat{\mathscr{Z}}_f^{(1)}$. При этом $P_{\text{вых}.n} = 0$ [7].

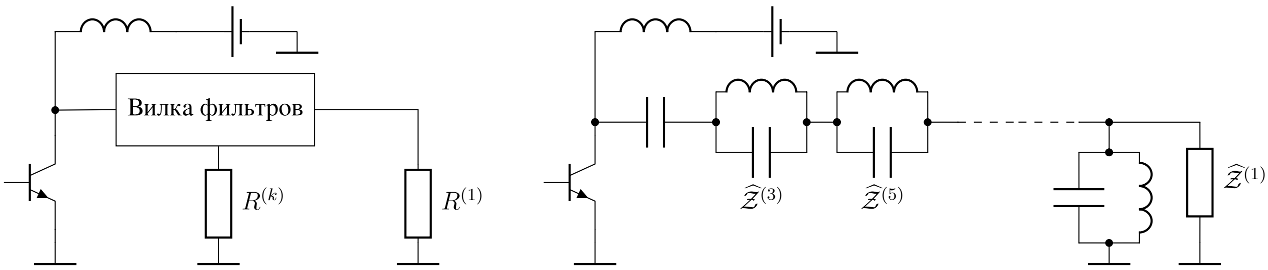
Средний КПД усиления немодулированной несущей при чисто резистивном характере $\widehat{\mathscr{Z}}_{f0}$ выражается как

$$\text{КПД} = \frac{1}{2}\frac{U_{\text{вых}.1}}{E_{\text{п}}}\frac{I_{\text{вых}.1}}{I_{\text{вых}.0}}, \tag{1.7}$$

где $I_{\text{вых}.1}$ – амплитуда РЧ-колебания тока в нагрузке: $i_{\text{вых}.1}(t) = I_{\text{вых}.1}\cos(2\pi f_0 t)$, $U_{\text{вых}.1} = \widehat{\mathscr{Z}}_{f0} I_{\text{вых}.1}$, а $I_{\text{вых}.0}$ – постоянная составляющая $i_{\text{вых}}$.

Из (1.7) видно, что максимизация КПД при резонансной нагрузке достигается, если форма выходных колебаний УМ удовлетворяет условиям $U_{\text{вых}.1} \approx E_{\text{п}}$ и $I_{\text{вых}.1} \gg i_{\text{вых}.0}$.

Наряду с обеспечением резонансной нагрузки, возможна более тонкая оптимизация $\widehat{\mathscr{Z}}_f^{(k)}$ с целью подбора амплитуд и фаз высших гармоник выходных колебаний по критерию максимизации КПД и $P_{\text{вых}.1}$ [3; 57]. Примером данного подхода является структура ВКС в виде вилки фильтров, показанная на рисунке 1.4а и обеспечивающая резистивный характер $\widehat{\mathscr{Z}}_f^{(k)}$. Такой вид ВКС позволяет приблизить форму $u_{\text{вых}}$ к меандру, реализуя тем самым класс усиления D, и снизить $P_{\text{расс}}$ ценой появления $P_{\text{вых}.n} > 0$ [39]. Для дополнительных гармоник $u_{\text{вых}}$ может также обеспечиваться резонансный характер $\widehat{\mathscr{Z}}_f^{(k)}$ при подавлении соответствующих гармоник $i_{\text{вых}}$ для поддержания $P_{\text{вых}.n} \approx 0$ (см. схему на рисунке 1.4б). Такой подход к формированию выходных колебаний УЭ известен как класс усиления F [39].



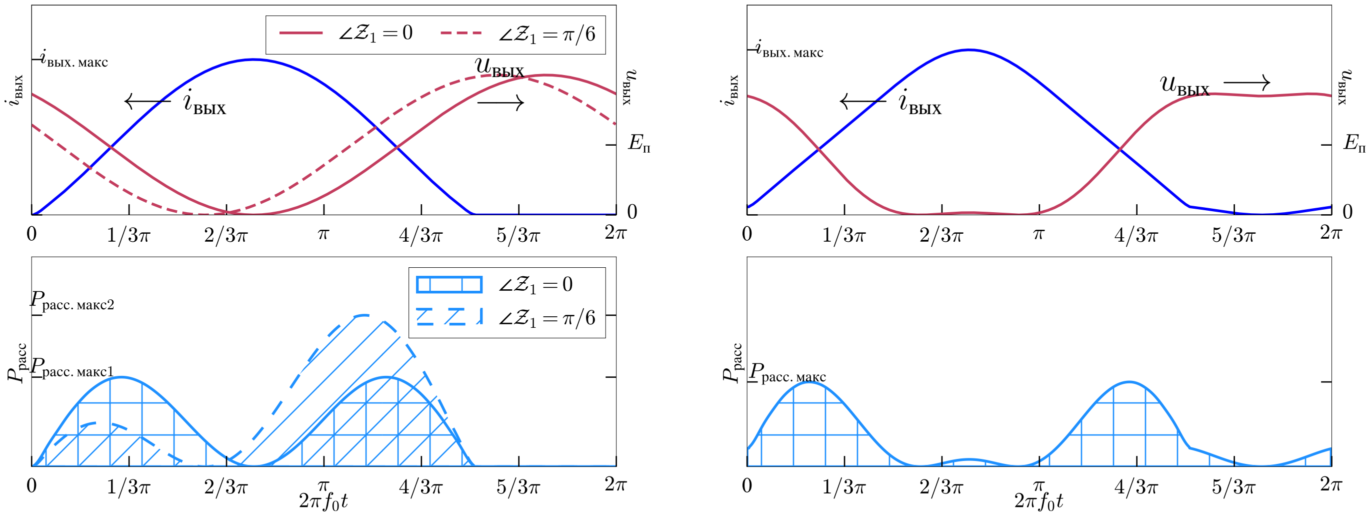
а) Резистивный характер $\widehat{\mathscr{Z}}_f^{(k)}$, $k > 1$ (класс D)

б) Резонансный характер $\widehat{\mathscr{Z}}_f^{(k)}$, $k > 1$ (класс F)

Рисунок 1.4 — Построение ВКС для выделения высших гармоник

Среди других подходов к формированию выходных колебаний УЭ за счёт проектирования ВКС следует выделить класс усиления E, целевым свойством выходных колебаний является обеспечение $u_{\text{вых}} = 0$ в момент перехода УЭ из состояния отсечки в активный режим [2]. Значимую роль в разработке метода формирования выходных колебаний УЭ для повышения КПД УМ сыграли сотрудники МТУСИ (МЭИС) Груздев В. В. и Козырев В. Б. [59].

На рисунке 1.5а приведены примеры осциллограм выходных колебаний УЭ и $P_{\text{расс}}$ для резонансной нагрузки и класса усиления AB, где $i_{\text{вых}} > 0$ на бóльшей части периода РЧ [7]. Пунктиром отражён случай, когда $\widehat{\mathscr{Z}}_{f0}$ не является чисто резистивным и вносит фазовый сдвиг в колебание $u_{\text{вых}.1}(t)$. Заштрихованная область под графиками $P_{\text{расс}}$ соответствует энергии тепловых потерь. На рисунке 1.5б показан пример колебаний класса F, полученных добавлением 3-ей гармоники $u_{\text{вых}}$ с $U_{\text{вых.1}}/U_{\text{вых.3}} = 6$ и удалении данной гармоники из колебания $i_{\text{вых}}$, в котором снижение $P_{\text{расс}}$ обеспечивает выигрыш в среднем КПД около 7 %.



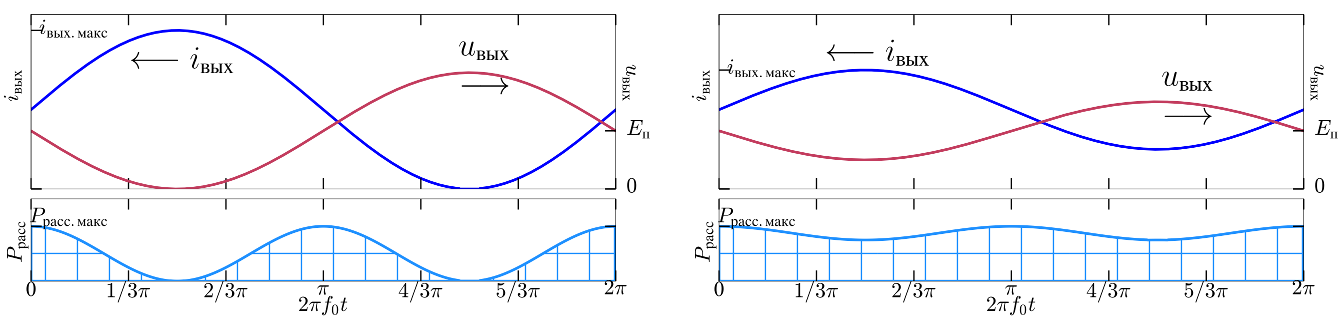
а) Класс АВ

б) Класс F

Рисунок 1.5 — Формы тока, напряжения и рассеиваемой мощности на выходе УЭ

1.2.2 Адаптация усилителя под изменения амплитудной огибающей сигнала

Влияние амплитуды входного сигнала УМ на КПД проиллюстрировано примером идеализированных выходных колебаний УЭ на рисунке 1.6. Рисунок 1.6а отражает случай максимального уровня амплитудной огибающей, когда $U_{\text{вых.1}} = E_{\text{п}}$; при этом характер $P_{\text{расс}}$ зависит как имеют место при пиковых значениях $i_{\text{вых}}$ имеет место $P_{\text{расс}} = 0$. Рисунок 1.6б отражает случай $U_{\text{вых.1}} = 0.5E_{\text{п}}$: здесь на всём периоде РЧ имеет место $P_{\text{расс}} > 0$, что, согласно (1.7), приводит к снижению КПД относительно первого случая.



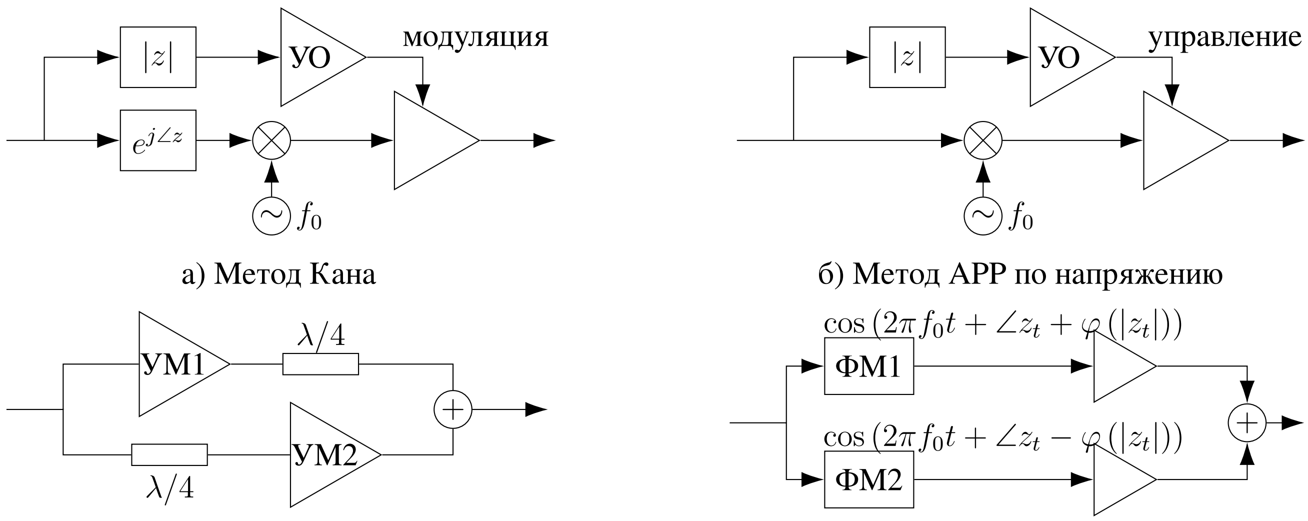
а) $U_{\text{вх.1}} = E_{\text{п}}$.

б) $U_{\text{вх.1}} = 0.5E$п.

Рисунок 1.6 — Иллюстрация зависимости $P_{\text{расс}}$ от формы выходных колебаний УЭ

Для минимизации $P_{\text{расс}}$ при работе с АФМ-сигналом требуются меры по адаптации параметров УМ под изменения его амплитудной огибающей [1]. Подобная адаптация лежит в основе ряда подходов к построению УМ, основные из которых – схема Догерти, синтетический метод Кана и метод автоматической регулировки режима (АРР) [4].

Методы Кана и АРР предполагают введение тракта усиления огибающей (УО) сигнала. В схеме Кана (см. рисунок 1.7а) за счёт использования нелинейности выходной ВАХ УЭ сигнал УО осуществляет амплитудную модуляцию выхода УМ, которая предварительно устраняется из входного сигнала УМ, позволяя зафиксировать режим работы УЭ [4]. Поскольку амплитудная огибающая занимает бо́льшую полосу частот по сравнению с исходным сигналом, к линейности и инерционности УО, а также к ЧХ ВКС в диапазоне видеочастот предъявляются жёсткие требования [60]. В схеме АРР (см. рисунок 1.7б) сигнал огибающей используется для управления $E_{\text{п}}$, поддерживая режим работы УЭ близким к граничному [47]. В отличие от схемы Кана, выход УО в методе АРР не обязательно должен в точности воспроизводить амплитудную огибающую входного сигнала [47], что в общем случае смягчает требования к его линейности [56].



а) Метод Кана

б) Метод АРР по напряжению

в) Метод Догерти

г) Метод дефазирования

Рисунок 1.7 — Схемы построения УМ для повышения КПД усиления сигналов с АФМ

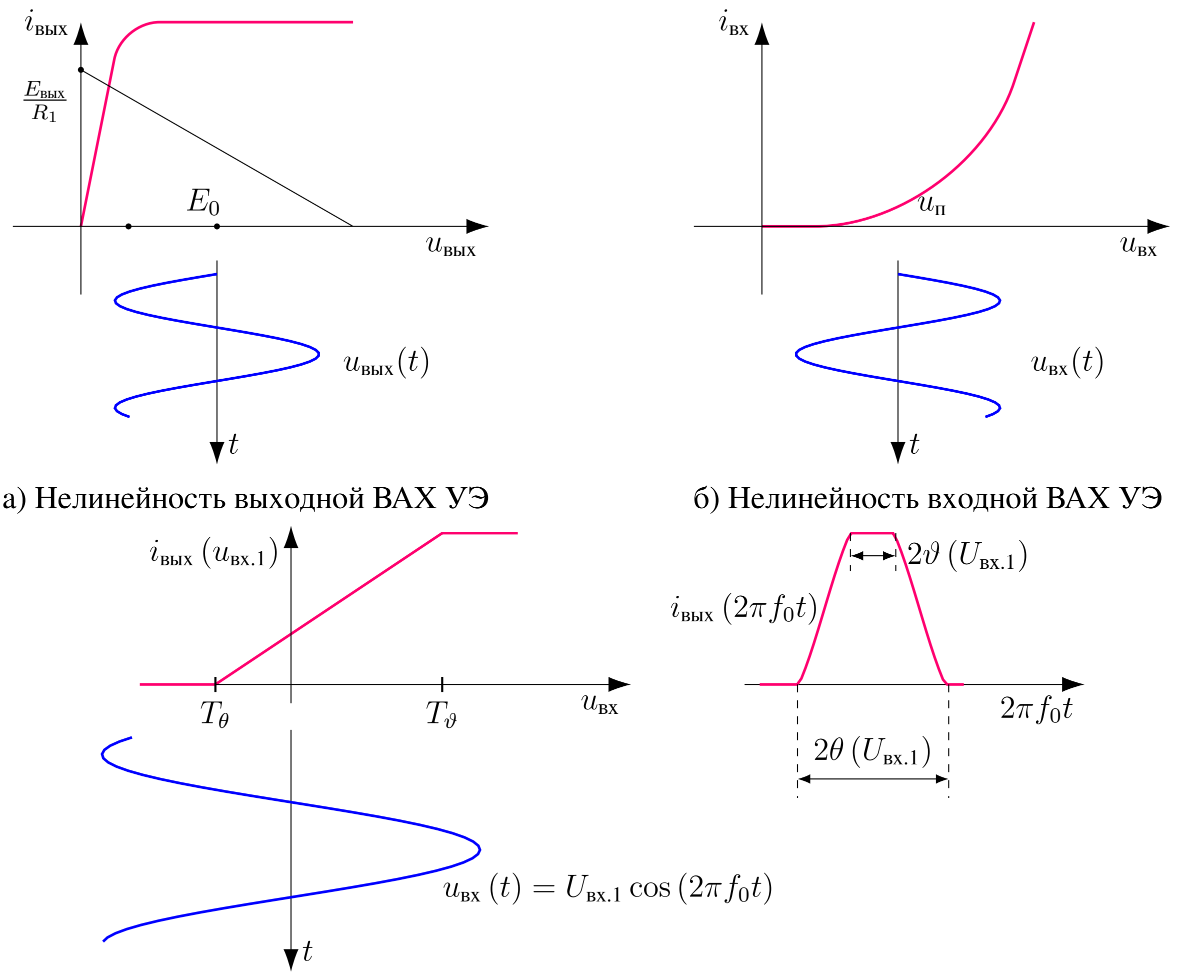
Метод Догерти заключается в раздельном усилении сигнала с помощью двух УМ, из один из которых (УМ1) активен во всем диапазоне амплитуд сигнала, тогда как включение второго (УМ2) происходит только при пиковых амплитудах [4]. Мощности обоих УМ складываются в общей нагрузке; четверть-волновая линия перед УМ2 на рисунке 1.7в служит для внесения сдвига фазы в РЧ-сигнал на входе УМ2, что позволяет сместить момент включения УМ2 относительно моментов пиковой $P_{\text{вых}}$ УМ1. Компенсация сдвига фазы перед суммированием происходит за счёт аналогичной четверть-волновой линии на выходе УМ1. Поскольку включение УМ2 приводит к снижению эквивалентной нагрузки для УМ1 [37], в методе Догерти имеет место адаптация величины нагрузки под уровень входного сигнала. Более радикальный подход к использованию принципа раздельного усиления представляет собой метод дефазирования [61]. Идея данного метода, схема которого приведена на рисунке 1.7г, состоит в возможности представления АФМ-сигнала в виде суммы двух ФМ-сигналов с нулевым ПФ. Такое разложение может быть получено, с помощью двух ФМ-модуляторов, выходной РЧ сигнал которых имеет вид $\cos\left(2\pi f_0 t + \angle z_t \pm \varphi\left(|z_t|\right)\right)$, где $\varphi\left(|z|\right) = \arccos\left(|z| \,/\, \max|z|\right)$, а знак перед φ для ФМ1 для ФМ2 противоположный. Линейность и КПД усиления схем Догерти и Ширекса во многом определяются физической реализацией сумматора мощностей отдельных УМ [39].

Характерно, что во всех перечисленных схемах число УЭ, работающих в режиме большого сигнала и являющихся источниками НИ, как минимум удваивается по сравнению с простейшей схемой УМ. Ещё больший уровень усложнения имеет место в перспективных гибридных схемах УМ на основе комбинирования перечисленных выше принципов, примерами которых являются усилитель Догерти с АРР [62] и метод Догерти-Ширекса [63].

Перспективным направлением современных исследований является поддержка адаптации ВКС под изменения входного сигнала. Её адаптивная нелинейная подстройка с целью компенсации влияния нелинейных паразитных емкостей УЭ позволяет расширить диапазон частот, в котором поддерживается оптимальная форма выходных колебаний классов E и F [3; 64]. Подобное решение также является потенциальным источником НИ.

1.2.3 Взаимосвязь эффективности и линейности усиления

Учёт требований $u_{\text{вых.1}} \approx E_{\text{п}}$ и $i_{\text{вых.1}} \gg i_{\text{вых.0}}$ в конструктиве УМ для максимизации КПД (1.7) влечёт работу УЭ в режиме большого сигнала, что сопряжено с возникновением НИ [58]. К характерным нелинейным эффектам в транзисторном УЭ относятся зависимость эквивалентной ёмкости pn-перехода от приложенного напряжения, неравномерность распределения потока носителей заряда в проводнике, паразитная модуляция ширины зон проводимости, нелинейная внутренняя ОС за счёт паразитной проходной ёмкости и др. [37]. Для установления качественной зависимости между КПД УМ и интенсивностью НИ достаточно в первом приближении учесть НИ за счёт попадания пиков $u_{\text{вых}}$ в нелинейную область выходной ВАХ УЭ при $u_{\text{вых.1}} \approx E_{\text{п}}$ (см. рисунок 1.8а) [39] и зависимости длительности отсечки $i_{\text{вых}}$ от амплитудной огибающей входного сигнала (см. рисунок 1.8б), связанной с нелинейностью входной ВАХ УЭ (см. рисунок 1.8б) [58; 65].



а) Нелинейность выходной ВАХ УЭ

б) Нелинейность входной ВАХ УЭ

в) Сквозная нелинейность УЭ: иллюстрация параметров θ и ϑ

Рисунок 1.8 — Типичные искажения сигнала в УЭ

Взаимосвязь КПД и НИ может быть проиллюстрирована с помощью идеализированной модели УМ с резонансной нагрузкой в виде сквозной ВАХ (см. рисунок 1.8в), определённой для мгновенных амплитудных значений входного сигнала [66]:

$$i_{\text{вых}}\left(u_{\text{вх}}\right) = \begin{cases} S\left(T_\vartheta - T_\theta\right), & \text{если } u_{\text{вх}} > T_\vartheta, \\ S\left(u_{\text{вх}} - T_\theta\right), & \text{если } T_\theta \le u_{\text{вх}} \le T_\vartheta, \\ 0, & \text{если } u_{\text{вх}} < T_\theta, \end{cases} \tag{1.8}$$

где T_θ и T_ϑ – пороги модели, а S – крутизна линейной части сквозной ВАХ [65].

Непосредственное вычисление $I_{\text{вых.1}}$ при однотоновом входном сигнале позволяет получить амплитудную характеристику (АХ) УМ в виде [58]:

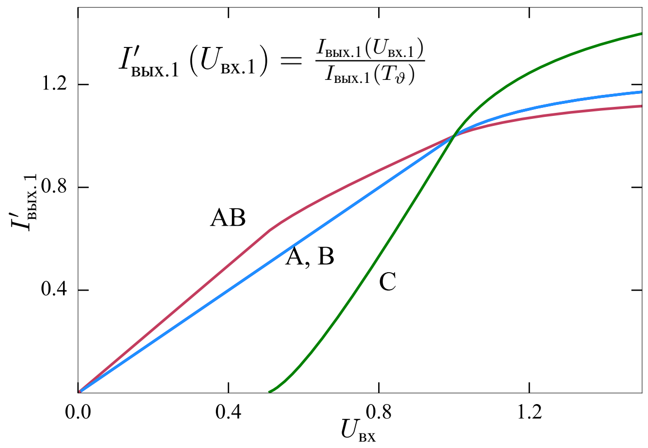
$$I_{\text{вых.1}}\left(U_{\text{вх.1}}\right) = 0.5 S U_{\text{вх.1}}\left(\theta - \vartheta + 0.5\left(\sin 2\theta - \sin 2\vartheta\right)\right) + S\left(T_\vartheta \sin\vartheta - T_\theta \sin\theta\right), \tag{1.9}$$

где $\theta\left(U_{\text{вх.1}}\right) = \arccos\max\left(-1, T_\theta/U_{\text{вх.1}}\right)$ и $\vartheta\left(U_{\text{вх.1}}\right) = \arccos\min\left(1, T_\vartheta/U_{\text{вх.1}}\right)$ определяют соответственно углы нижней и верхней отсечки при данном $U_{\text{вх.1}}$ – см. рисунок 1.8в [7; 58].

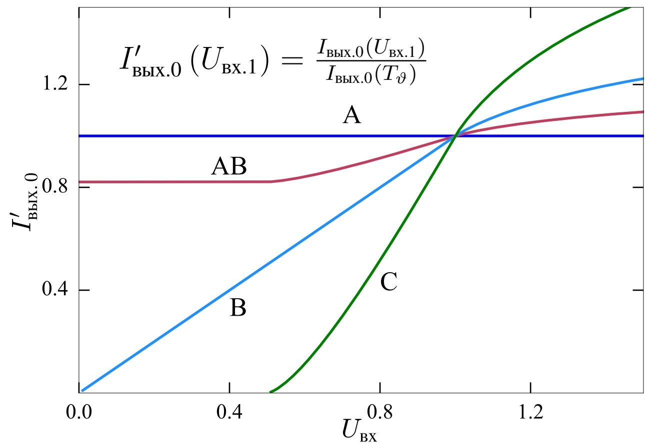
Аналогично выводится функция $I_{\text{вых.0}}\left(U_{\text{вх.1}}\right)$, необходимая для расчёта $P_{\text{расс}}$:

$$I_{\text{вых.0}}\left(U_{\text{вх.1}}\right) = S\left(\vartheta T_\vartheta - \theta T_\theta\right) + SU_{\text{вх.1}}\left(\sin\theta - \sin\vartheta\right). \tag{1.10}$$

На рисунке 1.9 приведены АХ, нормированные к своим значениям при $U_{\text{вх.1}} = T_\vartheta$, для $S = 1$, $T_\vartheta = 1$ и четырёх значений T_θ модели (1.8), соответствующих классам усиления A ($T_\theta = -1$), AB ($T_\theta = -0.5$), B ($T_\theta = 0$) и C ($T_\theta = 0.5$). Полученные характеристики устанавливают соответствие амплитуд входного сигнала и сигнала в основной полосе на выходе модели (1.8).



а) Первая гармоника



б) Постоянная составляющая

Рисунок 1.9 — Нормированные АХ для идеализированной модели УМ с резонансной нагрузкой и однотонового возбуждения

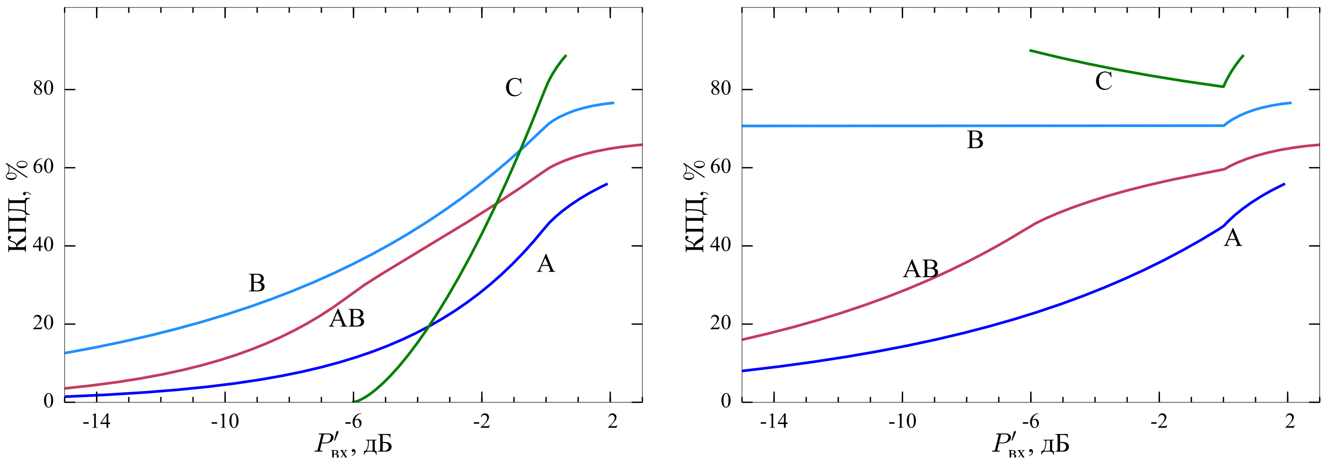
Подстановка (1.9) и (1.10) в (1.7) позволяет выразить зависимость среднего за период РЧ КПД от уровня амплитудной огибающей входного сигнала:

$$\text{КПД}\left(U_{\text{вх.1}}\right) = \frac{1}{2}\frac{I^2_{\text{вых.1}}\left(U_{\text{вх.1}}\right)\xi_{\text{гр}}}{I_{\text{вых.0}}\left(U_{\text{вх.1}}\right)I_{\text{вых.1}}\left(T_\vartheta\right)}, \tag{1.11}$$

где $\xi_{\text{гр}} = RI_{\text{вых.1}}(T_\vartheta)/E_{\text{п}}$ – эффективность использования выходного напряжения в граничном режиме с типичным значением $\xi_{\text{гр}} = 0.9$ [58].

На рисунке 1.10а изображены зависимости КПД от нормированной входной мощности УМ, полученные для рассмотренных конфигураций модели (1.8). На рисунке 1.10б те же зависимости построены для схемы АРР, для которой

$$\text{КПД}_{\text{арр}}\left(U_{\text{вх}}\right) = 0.5\left(\xi_{\text{гр}}1_{\{U_{\text{вх.1}}<T_\vartheta\}} + I_{\text{вых.0}}\xi_{\text{гр}}1_{\{U_{\text{вх.1}}\geq T_\vartheta\}}\right)I_{\text{вых.1}}\left(U_{\text{вх}}\right)/I_{\text{вых.0}}. \tag{1.12}$$



а) Фиксированное напряжение питания б) АРР по напряжению

Рисунок 1.10 — Зависимость КПД УМ от уровня входного сигнала для классов усиления A, AB, B и C и $\xi_{\text{гр}} = 0.9$.

Графики иллюстрируют, что энергетические показатели КПД и $P_{\text{вых.1}}$ достигают максимальных значений на участке насыщения АХ УМ. Таким образом, при фиксированном пиковом уровне $P_{\text{вых.1}}$ средний КПД усиления АФМ-сигнала оказывается тем ниже, чем выше ПФ сигнала [58].

1.3 Обеспечение требуемой линейности усиления

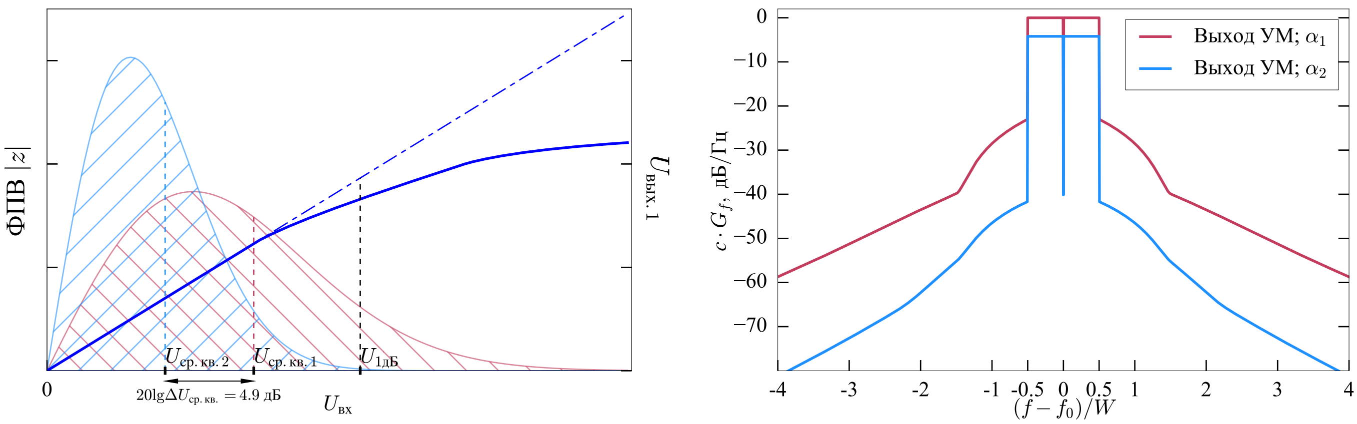
Подача АФМ-сигнала на вход УМ с нелинейной АХ приводит к расширению спектра сигнала, характеризуемому уровнем ВПИ [6]. Предельно-допустимый уровень ВПИ устанавливается в виде *спектральной маски*, т.е. набора предельно допустимых значений выходной излучаемой мощности в основной полосе УМ, $P_{\text{вых.1}}$, измеренной в заданных интервалах частот $W_{\text{изм}}$ на заданных отстройках Δf_i относительно несущей [67]:

$$P_{\text{вых.1}}\left(W_{\text{изм}}, f_0 \pm \Delta f_i\right) = \max_{\pm \Delta f_i} \left\{ \int\limits_{0}^{\pm W_{\text{изм}}} G\left(f_0 \pm \Delta f_i + f\right) df \right\}, \tag{1.13}$$

где G_f – СПМ сигнала на выходе УМ.

1.3.1 Выбор входного ослабления усилителя

Поскольку уровень ВПИ растёт пропорционально интенсивности НИ, важную роль играет соотношение между распределением уровней амплитудной огибающей сигнала и линейностью рабочего участка АХ УМ, что проиллюстрировано на рисунке 1.11а на примере АХ УМ класса АВ и ГСП-модели сигнала.



а) Выбор рабочего участка АХ б) Нормированные функции СПМ

Рисунок 1.11 — Обеспечение требований к ВПИ подбором входного ослабления УМ

Распределения амплитудной огибающей входного сигнала УМ на рисунке 1.11а приведены для двух значений ослабления α, задающего положение ср.кв. значения амплитудной огибающей входного сигнала $(U_{\text{ср.кв}})$ на АХ УМ. Практическим правилом обеспечения высокой линейности усиления является выбор α по критерию

$$\alpha U_{\text{ср.кв.}}[\text{дБ}] = U_{1\text{дБ}}[\text{дБ}] - \text{ПФ}_{\max}, \tag{1.14}$$

где $\text{ПФ}_{\max}$ – максимальный ПФ входного сигнала, а $U_{1\text{дБ}}$ – входная амплитуда, при которой коэффициент усиления по мощности падает на 1 дБ относительно усиления в режиме малого сигнала [39].

В рассматриваемом примере условие (1.14) выполняется для $\alpha = \alpha_2$.

На рисунке 1.11б приведены нормированные СПМ сигнала на выходе УМ, где нормировочный коэффициент c задан как обратная величина к максимуму СПМ при $\alpha = \alpha_1$, а ось частот нормирована к параметру ширины прямоугольной СПМ входного сигнала, W. Из рисунка 1.11б видно, что выбор $\alpha = \alpha_2$ позволяет снизить уровень СПМ на 18 дБ на отстройке $\Delta f = W$ при сопутствующих потерях $P_{\text{вых.1}}$ 4 дБ.

1.3.2 Методы линеаризации усилителя

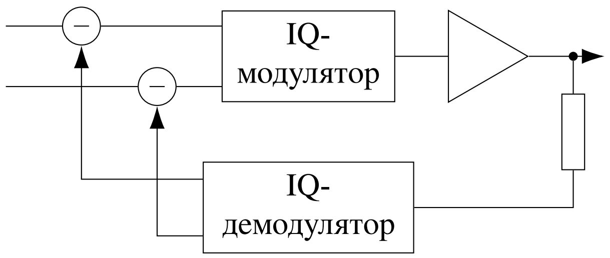
Существенные потери в КПД и $P_{\text{вых.1}}$ делают неэффективным обеспечение линейности усиления за счёт ослабления сигнала на входе УМ. Кроме того, НИ могут проявляться даже при малых уровнях сигнала, что может затруднить обеспечение требований к ВПИ даже при значительном α. В связи с этим актуальным является введение дополнительных мер для компенсации НИ (или *линеаризации* УМ), что позволяет снизить требования к линейности рабочего участка АХ УМ и сместить $U_{\text{ср.кв}}$ ближе к $U_{1\text{дБ}}$. Эффективный метод линеаризации позволяет достичь более высоких энергетических показателей УМ при соблюдении требуемого уровня ВПИ.

Методы на основе петли обратной связи. Если рассматривать отклик УМ на сигнал z_t как сумму линейно-масштабированной реплики z_t и помехи нелинейных искажений n_t, то при относительной малости n_t можно рассчитывать на компенсацию НИ путём вычитания сигнала ОС перед усилением:

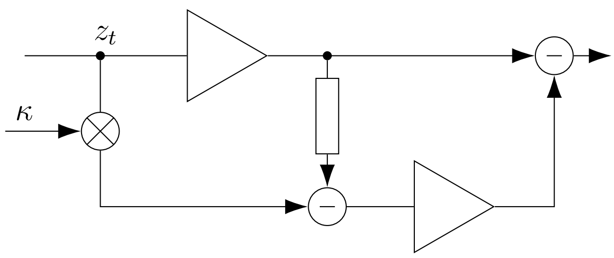
$$z_t \mapsto (z_t - \mu z_{t-\tau}) - \mu n_{t-\tau}, \tag{1.15}$$

где τ – задержка сигнала в петле ОС, μ – совокупное усиление УМ и петли ОС.

Принцип (1.15) лежит в основе метода отрицательной ОС [19], схема которого приведена на рисунке 1.12а. Для выполнимости (1.15) требуется обеспечение $z_t \cong z_{t-\tau}$ и $n_t \cong n_{t-\tau}$, что накладывает ограничения на допустимые значения параметров τ и W.



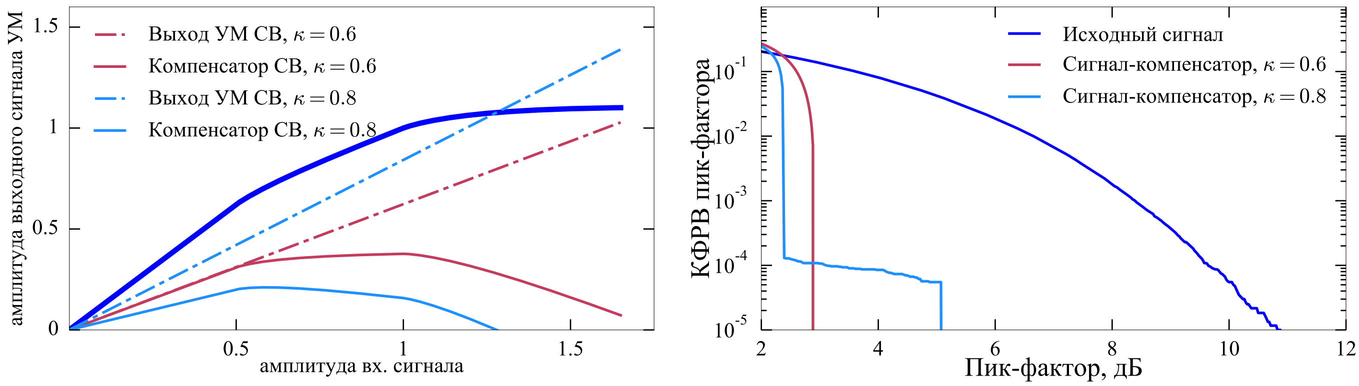
а) Метод отрицательной ОС



б) Метод связи вперёд

Рисунок 1.12 — Схемы линеаризации на основе петли ОС

Для снижения потерь $P_{\text{вых.1}}$ метода ОС вычитание компенсирующего сигнала может производиться на выходе УМ, что соответствует методу связи вперёд (СВ) [68], схема которого показана на рисунке 1.12б. Сигнал-компенсатор формируется как разность между масштабированными репликами входного выходного сигналов основного УМ. Его характеристики зависят от маштабирующего коэффициента κ, имеющего смысл *целевого линеаризированного усиления* схемы. Как показано на рисунке 1.13, при выборе κ меньше максимального усиления основного УМ сигнал-компенсатор обладает значительно меньшим ПФ по сравнению с исходными сигналом. Тем не менее трудность практической реализации высокого КПД вспомогательного УМ и обеспечения устойчивости схемы ограничивают практическую применимость метода СВ. В частности, источником значительных энергетических потерь является вычитающее устройство, оперирующее с РЧ сигналами высокой мощности. Фактором, ограничивающим точность линеаризации методов на основе ОС в приложении к усилению широкополосных сигналов, является также неравномерность ЧХ радиотрактов.



а) Амплитудные характеристики　　　　б) КФРВ пик-фактора сигнала

Рисунок 1.13 — Соотношение амплитуд исходного сигнала и компенсатора метода СВ

Общими достоинствами методов ОС является их нетребовательность к сложности алгоритмов ЦОС, независимость от характера НИ в УМ и адаптивность к изменению характера НИ во времени. К недостаткам же относятся низкий КПД и сравнительно низкая эффективность линеаризации, что ограничивает применимость данных методов в качестве самостоятельного решения при современных требованиях к уровню ВПИ [37].

Метод предыскажения. Повышение эффективности линеаризации может быть достигнуто за счёт более полного использования информации о характере НИ в УМ при ПИ. Оператор Λ, описывающий действие УМ на ВЭ сигнала с учётом линеаризации в методе ПИ выражается как тандем $\Lambda = \mathrm{V} \circ \mathrm{S}$, где V – оператор НИ в УМ с параметром входного ослабления α, а S – оператор ПИ с параметром целевого линейного усиления κ [26; 69]. Введённые обозначения иллюстрирует схема на рисунке 1.14.

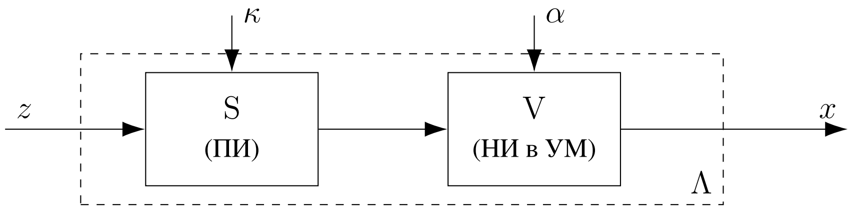


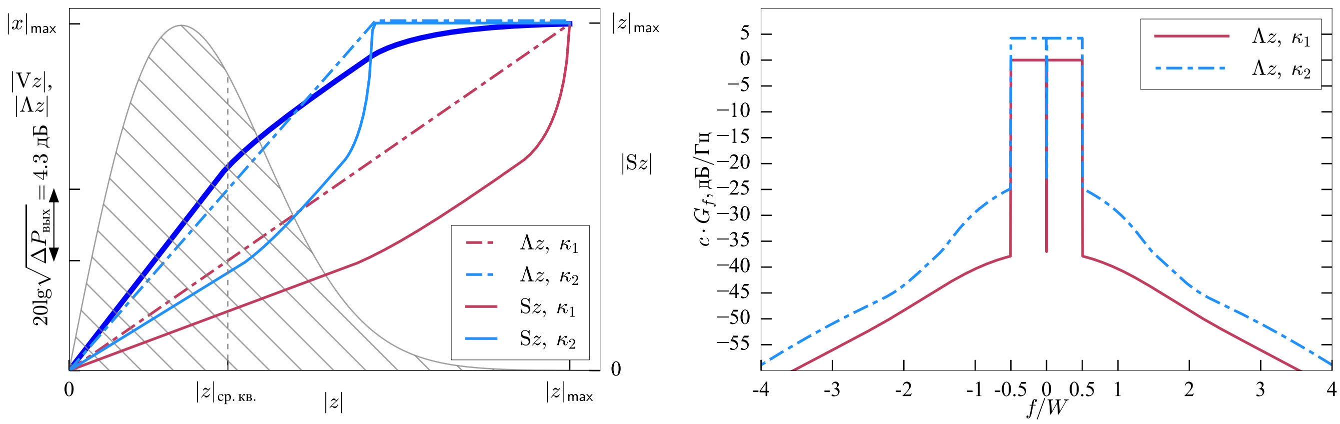
Рисунок 1.14 — Действие тандема операторов предыскажения и НИ в УМ: $\Lambda = \mathrm{V} \circ \mathrm{S}$

Эффективность метода ПИ во многом определяется точностью идентификации, зависящей, помимо прочего, от сложности модели S и её адекватности характеру НИ в УМ (см. разд. 3).

Как правило, требуемая сложность модели, выражаенная числом её параметров, пропорциональна интенсивности НИ в УМ. Поэтому задача идентификации усложняется в сильно нелинейных (энергетически эффективных) сценариях.

В настоящей работе рассматривается исключительно цифровой способ внесения ПИ (метод ЦПИ), хотя в связи с тенденцией к использованию сверхширокополосных сигналов с $W > 100$ МГц [5], ужесточающей требования к параметрам ЦАП для реализации ЦПИ, в последнее время возвращается интерес индустрии к аналоговым или комбинированным средствам ПИ [23; 70].

Уравновешивание сложности идентификации и энергетических показателей УМ достигается подбором параметров κ и α. Эффект от выбора κ на характеристики метода ЦПИ без учёта ограничения ПФ иллюстрирует рисунок 1.15. Слева изображены АХ сигнала на выходе операторов S, V и $\Lambda = \mathrm{V} \circ \mathrm{S}$. Здесь же отмечена ФПВ амплитудной огибающей ГСП-модели входного сигнала.



а) Функции АМ-АМ искажений

б) Функции СПМ с учётом линеаризации

Рисунок 1.15 — Влияние параметра κ на характеристики линеаризации методом ЦПИ

В отличие от АХ на рисунке 1.11а, функции на рисунке 1.15а, именуемые также функциями АМ-АМ искажений [51], характеризуют соотношение амплитуд цифровых отсчётов, а их область определения соответствует диапазону амплитуд цифрового тракта. Двум характерным стратегиям выбора κ соответствуют значения:

$$\begin{aligned} \kappa_{\text{норм}} &= \max \mathrm{A}\left(a\right)/a, \\ \kappa_{\text{макс}} &= \max \tfrac{\partial}{\partial a} \mathrm{A}\left(a\right), \end{aligned} \tag{1.16}$$

где $\mathrm{A}\left(a\right)$ – функция АМ-АМ искажений оператора V.

Выбор $\kappa = \kappa_{\text{норм}}$ выполняет критерий выравнивания пиков сигнала до и после линеаризации [24]. При этом κ оказывается ниже максимального усиления V вне области компрессии АМ-АМ на ~ 4.3 дБ. Выбор $\kappa = \kappa_{\text{макс}}$ позволяет сохранить максимальное усиление V, однако снижает максимально-допустимый ПФ на входе линеаризатора. Без сопутствующего ограничения ПФ клиппирование пиков сигнала в цифровом тракте приводит к росту ВПИ. Влияние выбора κ

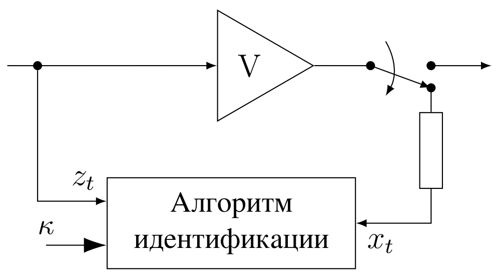
на уровень ВПИ отражено на графиках СПМ, приведённых на рисунке 1.15б. Нормировочный коэффициент c, использованный при построении графиков, равен обратной величине максимума СПМ для $\kappa = \kappa_1$. Как видно из графиков, выбор $\kappa = \kappa_2$ позволяет увеличить $P_{\text{вых.1}}$ на 4 дБ ценой уровня СПМ на отстройке $\Delta f = W$ на 10 дБ.

Аналогично методу отрицательной ОС, линеаризация в методе ЦПИ достигается за счёт ослабления полезного сигнала на входе УМ: наличие области компрессии функции $\mathrm{A}\left(a\right)$ требует предварительной декомпрессии при ЦПИ, что увеличивает ПФ и снижает $P_{\text{вых.1}}$ и КПД УМ [58]. Однако если в методе ОС коэффициент передачи петли ОС одинаков как для помехи, так и для неискажённой реплики сигнала, то в методе ЦПИ сигнал-компенсатор более тонко учитывает характер НИ, за счёт чего достигается более высокая эффективность линеаризации.

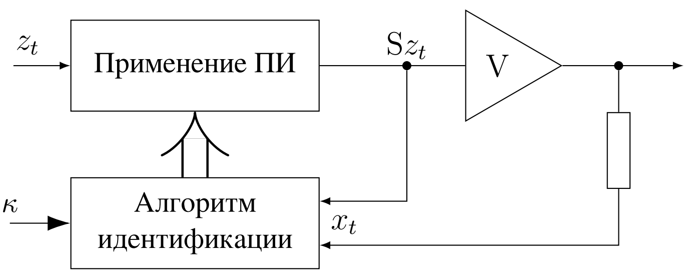
Важным требованием к системе линеаризации является возможность адаптации к изменениям характера НИ как со временем (напр. из-за колебаний температуры) так и вследствие разброса характеристик образцов целевого радиооборудования для интеграции линеаризатора [25; 70].

Выше отмечалась адаптивность линеаризатора на основе метода отрицательной ОС. Для поддержки адаптации ПИ требуется предусмотрение подстройки идентификации ПИ.

Подстройка может выполняться периодически при отключении УМ от полезной нагрузки, что известно как архитектура разомкнутой петли ЦПИ [24]. Отключение петли ОС при раздельном выполнении шагов идентификации и линеаризации позволяет упростить конфигурацию радиотракта. Схема архитектуры разомкнутой петли ПИ показана на рисунке 1.16а. В предельном случае запуск процедуры подстройки идентификации оператора ПИ может выполняться в ручном режиме, например, на этапе калибровки оборудования, а полученный в результате оператор ПИ фиксироваться на всё время автономной работы оборудования.



а) Разомкнутая петля



б) Замкнутая петля

Рисунок 1.16 — Схемы обеспечения адаптивности ПИ за счёт подстройки идентификации

При необходимости непрерывной подстройки оператора ПИ петля ОС с выхода УМ активна на всей длительности работы УМ, что известно как архитектура замкнутой петли ПИ [25]. Входом алгоритма идентификации наряду с сигналом с выхода УМ может выступать сигнал до или после применения ПИ, в зависимости от чего различают прямое и непрямое обучение оператора ПИ [34]. Схема ПИ для архитектуры замкнутой петли и непрямого обучения ПИ показана на рисунке 1.16б.

Недостатками метода ЦПИ по сравнению с аналоговыми методами линеаризации является дополнительная аппаратная сложность и задержка цифрового тракта [71]. Последние определяются сложностью модели S и алгоритмической сложностью процедур идентификации, применения S и адаптации. Кроме того, расширение спектра сигнала на выходе S определяет необходимость работы алгоритма ЦПИ на повышенной частоте дискретизации. Для современных систем характерен выбор коэффициента передискретизации из условия $1.5 \le F_д/W \le 5$, где нижний предел требует дополнительных алгоритмических усложнений ЦПИ [36].

Выводы по разделу 1

1. Групповые сигналы, используемые в современных СРС, рассчитанных на высокоскоростной обмен информацией, а также перспективные сигналы, использующие принцип неполной ортогональности при группировании, характеризуются значительным пик-фактором. Данное свойство определяет повышенную требовательность к линейности радиотракта СРС для поддержания уровня ВПИ в установленных пределах.

2. В связи с проблемой обеспечения линейности усиления при использовании АФМ-сигналов актуальным является использование средств снижения ПФ сигнала.

3. Схемотехнические решения, применяемые для максимизации КПД УМ при работе с АФМ-сигналами, как правило, приводят к снижению степени линейности радиотракта усиления.

4. В условиях необходимости обеспечения высокой скорости передачи информации по радиоканалу при повышенном КПД усиления и максимальной выходной мощности передатчика оказывается актуальным использование средств линеаризации УМ. Эффективный линеаризатор позволяет улучшить энергетические показатели усиления при выполнении требований к уровню ВПИ.

5. Преимуществами метода ЦПИ по сравнению с методами на основе петли ОС является потенциально более высокая точность линеаризации и меньшая требовательность к доработке радиотракта усиления. Реализация линеаризатора средствами ЦОС также обеспечивает гибкость в части оптимизации его эффективности.

2. АНАЛИЗ ОПЕРАТОРА НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ

Данный раздел посвящён исследованию свойств комплексного видеочастотного эквивалента оператора НИ в УМ, устанавливающего соответствие между видеоэквивалентами входного сигнала УМ и сигнала в основной полосе на выходе УМ, а также выводу моделей нелинейных операторов для построения оператора ЦПИ.

2.1 Математическая модель нелинейных искажений в усилителе

Общей математической моделью, описывающей действие УМ, является система обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), составленная по заданной электрической схеме УМ с учётом эквивалентной схемы замещения УЭ [72; 73]:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t}x_1(t) \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial t}x_N(t) \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_N(t) \end{bmatrix} + \mathbf{B} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ \vdots \\ z_K(t) \end{bmatrix}, \tag{2.1}$$

где $\left\{x_i(t)\right\}_{i=1\ldots N} = \mathbf{x}_t$ – вектор состояния системы, компоненты которого отвечают за напряжения на ёмкостных элементах схемы УМ и токи через индуктивные элементы; $\left\{z_i(t)\right\}_{i=1\ldots K} = \mathbf{z}_t$ – вектор внешних воздействий на систему; $\mathbf{A} = \left\{a_{i,j}\right\}$ – $[N \times N]$-матрица, задающая поведение системы при отсутствии внешнего воздействия, а $\mathbf{B} = \left\{b_{i,j}\right\}$ – $[N \times K]$-матрица, определяющая влияние на систему внешних воздействий [74].

Для вывода системы состояния (2.1) УЭ на схеме УМ должен быть представлен в виде эквивалентной схемы замещения (СЗ), составленной из LCR-элементов и управляемых источников тока, а соответствующие переменные состояния включены в $\mathbf{x}$ [75]. Нелинейность УЭ отражается в СЗ нелинейной зависимостью характеристик её элементов от напряжений и токов схемы [76].

Характер НИ в УМ определяется путём сопоставления траекторий переменной входного воздействия $z'_t \in \mathbf{z}_t$, соответствующей усиливаемому сигналу, и переменной состояния $x'_t \in \mathbf{x}_t$, соответствующей току в нагрузке УМ. Пренебрегая источниками внешних помех и наводок УМ, можно считать, что z'_t является единственным *управляющим* воздействием для системы (2.1).

Остальные компоненты $\mathbf{z}_t$ либо не изменяются во времени (фиксированные напряжения питания и смещения), либо выражаются через z'_t, как в случае адаптации $E_п$ в методе АРР. Тогда отображение $z'_t \mapsto x'_t$, описывающее действие системы (2.1) на усиливаемый сигнал, может быть эквивалентно представлено оператором «вход-выход» V [77]:

$$x'_t = \mathrm{V} z'_t, \tag{2.2}$$

Переход от (2.1) к виду (2.2) значим как инструмент анализа действия НИ, а также служит теоретическим основанием для построения оператора ЦПИ для линеаризации УМ.

В общем виде структура V выражается с помощью модели оператора Вольтерры [77; 78]:

$$\mathrm{V} z'_t = \sum\nolimits_p \int_0^{T_\mathrm{V}} \cdots \int_0^{T_\mathrm{V}} \mathrm{V}_p\left(t-\tau_1, \ldots, t-\tau_p\right) \prod\nolimits_{k=0}^{p} z'(t-\tau_k) d\tau_k, \tag{2.3}$$

где V_p – функциональное ядро степени нелинейности p, T_V – максимальная глубина памяти V. Для реального УМ имеют место следующие свойства ядер:

1. $\mathrm{V}_p(\tau_1, \ldots, \tau_p) = 0$ для $(\tau_1, \ldots, \tau_p) \notin [0, T_\mathrm{V}]^p$ при ограниченном T_V;

2. ограниченность $\int \cdots \int |\mathrm{V}_p(\tau_1, \ldots, \tau_p)|^2 d\tau_1 \ldots d\tau_p$.

Альтернативной моделью оператора V, которая следует из рассмотрения решения (2.1) методом Эйлера [79], является нелинейный БИХ-фильтр [32; 40], зависимость коэффициентов которого от предыстории z' отражает нелинейность $\mathbf{A}(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ и $\mathbf{B}(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ в (2.1).

В большинстве приложений основной интерес представляет соответствие между ВЭ усиливаемого РЧ сигнала $\tilde{z}_t$ и той частью выходного сигнала x'_t, спектр которой расположен в основной полосе УМ. Этот сигнал, рассматриваемый отдельно от составляющих побочного излучения, является узкополосным процессом, так что (2.2) может быть переписано в терминах комплексных ВЭ сигналов: $\tilde{x}_t = \tilde{\mathrm{V}} \tilde{z}_t$, где $\tilde{\mathrm{V}}$ – видеоэквивалент оператора НИ, состоящий из ядер только нечётной степени, т.к. продукты НИ чётного порядка не попадают в основную полосу УМ [65].

2.1.1 Классификация искажений относительно эффекта памяти

С учётом сделанных выше предположений об ограниченных глубине памяти и коэффициенте усиления функциональные ядра оператора V могут быть представлены в виде разложения в некоторой полной ортонормированной системе в $\mathbb{C}^p$ [12]:

$$\mathrm{V}_p(\tau_1, \ldots, \tau_p) = \sum\nolimits_k c_k \prod\nolimits_{l=1}^p h_{k_l}(\tau_l), \tag{2.4}$$

где базисные функции $\left(h_k\right)$ удовлетворяют условию $h_k(t) = 0$ при $t < 0$. Примером подходящего базиса являются функции Лагерра, образующие полную ортонормированную систему на положительной вещественной прямой [65].

Тогда можно представить действие ядра p-ой степени (2.3) на модулированный сигнал $z'_t = a_t \cos\left(2\pi f_0 t + \varphi_t\right)$ с ВЭ $\tilde{z} = a_t \exp\left(j\varphi_t\right)$ в виде

$$\mathrm{V}_p z'_t = \sum\nolimits_m \eta_m \prod\nolimits_{k=0}^p \mathsf{Re}\left\{e^{j(2\pi f_0 t + \varphi_t)} \int_0^{T_\mathrm{V}} h_{m_k}(\tau_k) a_{t-\tau_k} e^{-j\left(2\pi f_0 \tau_k + \int_{t-\tau_k}^t d\varphi_s\right)} d\tau_k\right\}. \tag{2.5}$$

Если в (2.5) допустимо пренебречь изменением a и φ на интервале $[t, t+T_\mathrm{V}]$ без изменения итогового результата, то можно далее упростить (2.5) как:

$$\begin{aligned}
\mathrm{V}_p z'_t \;=\; & a_t^p \sum\nolimits_m \eta_m \prod\nolimits_{k=0}^p \int_0^{T_\mathrm{V}} h_{m_k}(\tau_k) \cos\left(2\pi f_0 (t-\tau_k) + \varphi_t\right) d\tau_k = \\
& a_t^p \sum\nolimits_m \eta_m \prod\nolimits_{k=0}^p \mathsf{Re}\left\{e^{j(2\pi f_0 t + \varphi_t)} \int_0^{T_\mathrm{V}} h_{m_k}(\tau_k) e^{-j2\pi f_0 \tau_k} d\tau_k\right\} = \\
& a_t^p \sum\nolimits_m \eta_m \prod\nolimits_{k=0}^p |d_{m_k}| \cos\left(2\pi f_0 t + \varphi_t + \psi_{m_k}\right) + \epsilon_{\text{гарм}},
\end{aligned}$$

где d_m – коэффиенты разложения, а $\epsilon_{\text{гарм}}$ – суммарный вклад составляющих побочного излучения на выходе V. Часть сигнала, сосредоточенная в основной полосе УМ, выражается как

$$\left(\mathrm{V}_p z'\right)_t^{(0)} = \eta^{(p)} a_t^p \cos\left(2\pi f_0 t + \varphi_t + \psi^{(p)}\right), \quad \text{где } p \text{ – нечётное.}$$

Объединяя вклады каждого функционального ядра, действие V на сигнал в основной полосе УМ можно далее представить как:

$$\mathrm{V} z'_t = \sum\nolimits_{p=1,3,5,\ldots} \left(\mathrm{V}_p z'\right)_t^{(0)} = \sum\nolimits_{p=1,3,5,..} \eta^{(p)} a_t^p \cos\left(2\pi f_0 t + \varphi_t + \psi_1^{(p)}\right), \tag{2.6}$$

откуда, с учётом $\dot{\eta}^{(p)} = \eta^{(p)} e^{j\psi_1^{(p)}}$, выражается ВЭ оператора НИ:

$$\mathrm{V} z_t = e^{j\varphi_t} \sum\nolimits_{p=1,3,5,..} \dot{\eta}^{(p)} a_t^p. \tag{2.7}$$

Сумма ряда в (2.7) имеет смысл комплексного нелинейного коэффициента передачи безынерционной нелинейности. С учётом сделанных предположений о характере ядер V_n имеет место сходимость

$$\sum\nolimits_{p=1,3,5,..} \dot{\eta}^{(p)} a_t^p \to \mathrm{Q}\left(a_t\right),$$

где $\mathrm{Q} : \mathbb{R}_+ \mapsto \mathbb{C}$ – некоторая непрерывная функция, имеющая смысл комплексного коэффициента передачи, зависящего входной амплитуды a. Иными словами, Q отражает паразитную АФМ-модуляцию выходного сигнала УМ, вызываемую АМ-модуляцией входного сигнала (искажения АМ-АФМ). Тогда (2.7) можно представить в форме

$$\mathrm{V} z_t = \mathrm{A}\left(a_t\right) \exp\left\{j\left[\varphi_t + \Phi\left(a_t\right)\right]\right\}, \tag{2.8}$$

где $\mathrm{Q}\left(a\right)$ выражена с помощью функций АМ-АМ $(\mathrm{A} : \mathbb{R}_+ \mapsto \mathbb{R}_+)$ и АМ-ФМ $(\Phi : \mathbb{R}_+ \mapsto [0, 2\pi))$. При этом мгновенные значения $\mathrm{V}z$ полностью определяются по мгновенным значениям a, т.е. искажения являются безынерционными относительно скорости изменения комплексной огибающей сигнала [74]. Важной особенностью безынерционных НИ является то, что функции $\mathrm{A}\left(a\right)$ и $\Phi\left(a\right)$ могут быть идентифицированы с помощью однотонового тестового сигнала.

Если характеристики нелинейности удовлетворяют условию *строгой безынерционности* $T_\mathrm{V} \ll 1/f_0$, то в (2.5) можно принять $2\pi f_0 t \simeq 2\pi f_0 (t + T_\mathrm{V})$ [6].Тогда коэффициенты $\dot{\eta}^{(p)}$ в (2.7) становятся чисто вещественными и $\Phi\left(a\right) \equiv 0$, т.е. имеют место только искажения АМ-АМ, в то время как искажения АМ-ФМ отсутствуют.

Выражение (2.5) в общем случае зависит от предыстории a_t и φ_t на $[t - T_\mathrm{V}, t]$, так что для описания НИ комплексной огибающей требуется введение ВЭ оператора Вольтерры $\tilde{\mathrm{V}}$. Поскольку далее будут рассматриваться только ВЭ нелинейных операторов, для упрощения записи символ «˜» будет далее опускаться, а V_p будет обозначать ВЭ ядра со степенью нелинейности $(2p + 1)$, а x и z – ВЭ соответствующих сигналов.

Структура ВЭ V аналогична (2.3) с поправкой на комплекснозначность и нечётную степень нелинейности соответствующих функциональных ядер [78]:

$$\mathrm{V} z_t = \sum\nolimits_p \int_0^{T_\mathrm{V}} \cdots \int_0^{T_\mathrm{V}} \mathrm{V}_p\left(t - \tau_1, \ldots, t - \tau_{2p+1}\right) \prod\nolimits_{j=0}^{p} z_{t-\tau_j} d\tau_j \prod\nolimits_{j=p+1}^{2p} z^*_{t-\tau_j} d\tau_j. \tag{2.9}$$

Зависимость характера НИ от соотношения между скоростью изменения ВЭ сигнала и глубиной памяти T_V позволяет выделить 3 типа НИ:

– Строго безынерционные, описываемые функцией АМ-АМ, $\mathrm{A}\left(a\right)$.

– Без памяти относительно ВЭ сигнала, описываемые функцией АМ-АФМ, $\mathrm{Q}\left(a\right)$.

– Искажения с длинной памятью, описываемые общим видом оператора Вольтерры.

Для иллюстрации приведённой класификации достаточно рассмотреть действие V на два вида тестовых сигналов: однотоновый сигнал с параметром амплитуды a и ГСП с равномерной СПМ в полосе W. Оператор V задан в виде трёхблочной каскадной модели, известной как *оператор Винера-Хаммерштейна* (ВХ) [80]:

$$\mathrm{V}^{\text{вх}} z = \phi \circ \mathrm{Q} \circ \psi z, \tag{2.10}$$

где ψ и ϕ – линейные системы с памятью, а Q – оператор безынерционных НИ. Функции АМ-АМ и АМ-ФМ, характеризующие Q, заданы формулами Горбани [39]:

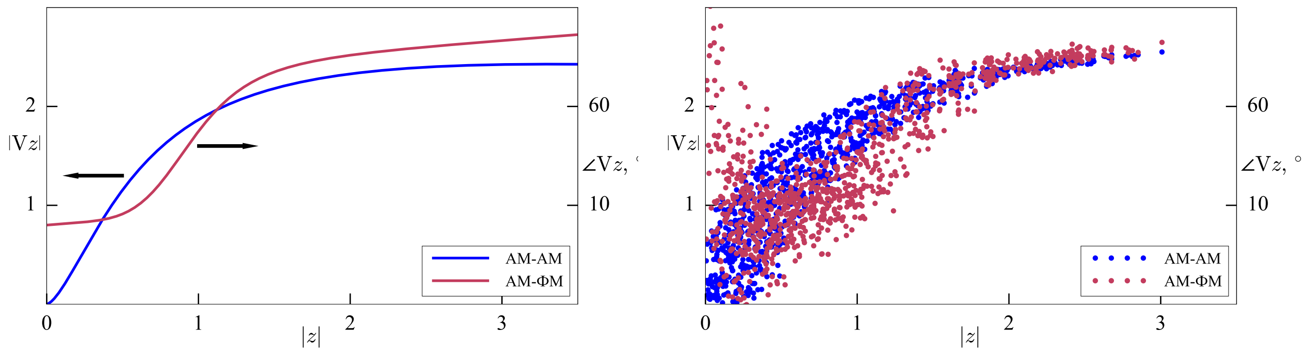
$$\mathrm{A}\left(a\right) = \frac{5.7a^{1.5}}{1+1.9a^{1.5}} - 0.1a, \qquad \Phi\left(a\right) = \frac{1.6a^{5}}{1+1.2a^{5}} + 0.1a; \tag{2.11}$$

а линейные системы заданы своими ИХ:

$$\psi_t = \delta_t + \left(0.1 + j0.1\right)\delta_{t-1/W}, \qquad \phi_t = \delta_t, \tag{2.12}$$

где δ_t – вспомогательная дельта-функция со свойствами $\delta_t \equiv 0$ при $t \neq 0$ и $\int_{-\infty}^{\infty} \delta_t dt = 1$.

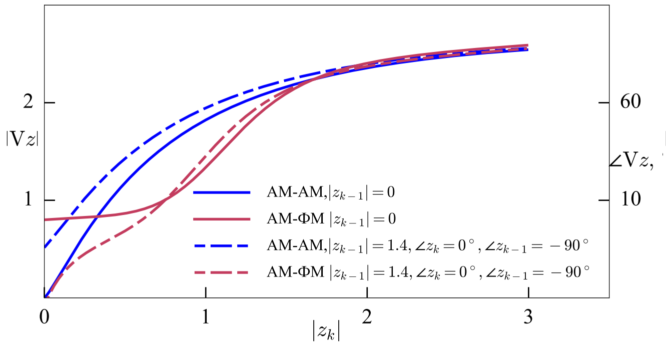
Характер АФМ-искажений для обоих типов сигналов отражён на рисунке 2.1.



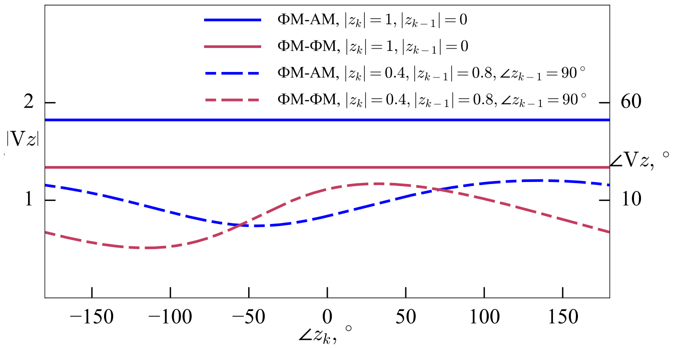
а) Однотоновый сигнал с амплитудой a б) ГСП с равномерной СПМ в полосе W

Рисунок 2.1 — Влияние полосы сигнала на эффект памяти НИ

Влияние предыстории a_t и φ_t на характер НИ z_t при наличии эффекта памяти НИ влечёт проявление искажений ФМ-АФМ, так что для описания НИ потребовалось бы семейство функций АМ-АФМ и ФМ-АФМ, определённых для всех возможных реализаций предыстории z на глубине памяти. Пример данных функций для оператора $\mathrm{V}^{\text{вх}}$ и фиксированной предыстории z показан на рисунке 2.2. При $z_{t-1/W} = 0$ результаты соответствуют полученным с помощью однотонового теста; в противном случае проявляется эффект ФМ-АФМ. Согласно рисунку 2.2а, для функции АМ-АМ, полученной при $z_{t-1/W} = 1.4e^{-j90^\circ}$ и $\angle z_t = 0^\circ$, выполняется $\mathrm{A}(0) > 0$, что не допускает линеаризацию АМ-АМ с помощью оператора ЦПИ без памяти.



а) Эффект АМ-АФМ



б) Эффект ФМ-АФМ

Рисунок 2.2 — Иллюстрация АФМ-АФМ искажений при наличии эффекта памяти

2.1.2 Выявление памяти НИ с помощью двухтонового теста

Стандартным тестовым сигналом для выявления эффекта памяти НИ является двухтоновый сигнал с параметрами частотной расстройки тонов Δ_f и амплитуды a [81]:

$$z = 0.5a\exp\left(-j\pi\Delta_\mathrm{f}t\right) + 0.5a\exp\left(j\pi\Delta_\mathrm{f}t\right) = a\cos\left(\pi\Delta_\mathrm{f}t\right), \tag{2.13}$$

Изменение параметра Δ_f в диапазоне $[0, W']$ позволяет задавать скорость изменения комплексной огибающей тестового сигнала z, причём предельные значения $\Delta_\mathrm{f} = 0$ и $\Delta_\mathrm{f} = W'$ соответствуют постоянству огибающей и её максимально резкому изменению при заданной полосе W' соответственно. Специфика нелинейных задач требует выбор $W' > W$ [28].

Из (2.16) и (2.7) следует, что условием отсутствия эффекта памяти НИ является

$$\widehat{\mathrm{V}}_p\left(f_1, \ldots, f_{2p+1}\right) = \mathrm{const}, \quad \left(f_1, \ldots, f_{2p+1}\right) \in \left[-W/2, W/2\right]^{2p+1}, \tag{2.14}$$

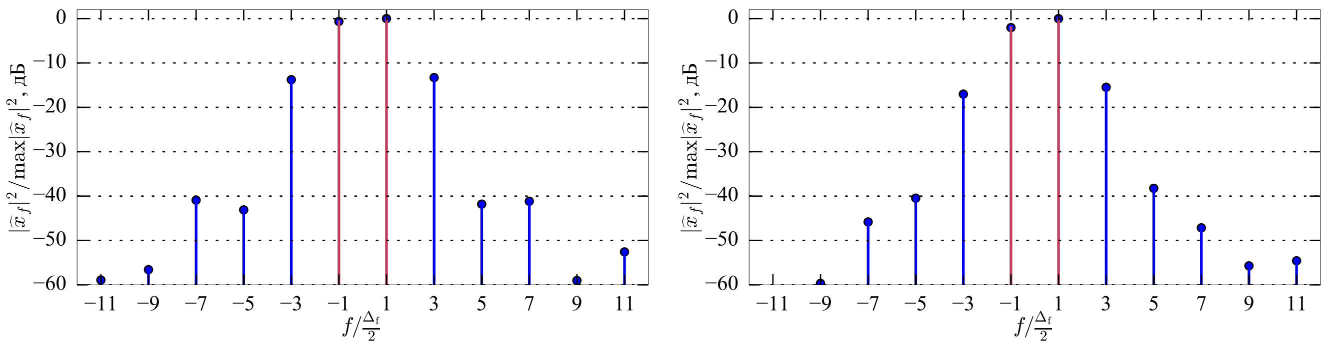
где $\widehat{\mathrm{V}}_p$– ЧХ ядра V_p.

При этом амплитуда продуктов НИ при двухтоновом сигнале на входе V не зависит от Δ_f [42]. Это позволяет рассматривать проявление чувствительности мощности помехи НИ $P_{\text{ни}}$ на выходе нелинейности к Δ_f как индикатор эффекта памяти НИ [81]. Для заданной Δ_f величина $P_{\text{ни}}$ выражается как:

$$P_{\text{ни}}\left(\Delta_\mathrm{f}\right) = \sum\nolimits_{k=3,5,\ldots}\left(\left|\widehat{x}_{-k\Delta_\mathrm{f}/2}\right|^2 + \left|\widehat{x}_{k\Delta_\mathrm{f}/2}\right|^2\right), \tag{2.15}$$

где $\widehat{x}_f$ – преобразование Фурье сигнала x на выходе V.

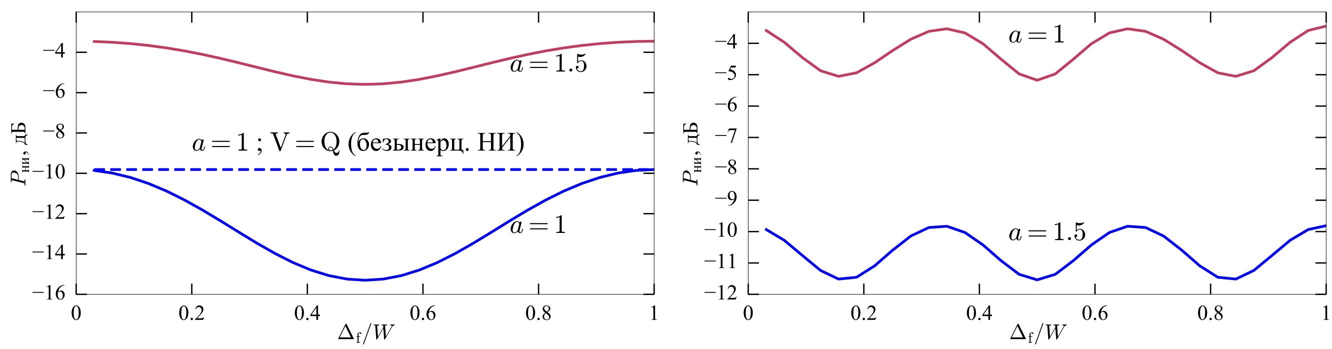
Примеры $\widehat{x}_f$ для оператора НИ $\mathrm{V}^{\text{вх}}$, определённого в (2.10)-(2.12), показаны на рисунке 2.3 для двух значений Δ_f.



а) $\Delta_\mathrm{f}/W = 1/16$ б) $\Delta_\mathrm{f}/W = 1/4$

Рисунок 2.3 — Спектр сигнала на выходе $\mathrm{V}^{\text{вх}}$ при двухтоновом входном сигнале

Графики на рисунке 2.4а отражают наличие зависимости $P_{\text{ни}}$ как от a, так и от Δ_f. Это говорит о наличии частотной избирательности ядер Вольтерры представления (2.16), характеризующей НИ с памятью. Размах изменения $P_{\text{ни}}(\Delta_\mathrm{f})$ максимален при работе вне области насыщения НИ (кривая, помеченная $a = 1$, на рисунке 2.4а); в противном случае характер НИ доминируется влиянием безынерционной нелинейности Q (кривая $a = 1.5$). Пунктиром на рисунке 2.4а отражён результат для безынерционной части модели ВХ (оператор Q).



а) Случай нелинейной памяти: $\mathrm{V} = \mathrm{Q} \circ \psi$. б) Случай линейной памяти: $\mathrm{V} = \psi \circ \mathrm{Q}$.

Рисунок 2.4 — Зависимость мощности помехи НИ на выходе оператора ВХ от параметра расстройки двухтонового входного сигнала

Пример на рисунке 2.4б отражает случай, когда изменение a приводит только к масштабированию функции $P_{\text{ни}}(\Delta_\mathrm{f})$. При этом говорят о линейном характере памяти НИ, противопоставляя его нелинейному характеру памяти НИ при наличии влияния a на форму функции $P_{\text{ни}}(\Delta_\mathrm{f})$, как это имеет место в примере на рисунке 2.4а. Результаты рисунка 2.4б получены для т.н. оператора Хаммерштейна, построенного путём перестановки местами операторов ψ и Q в исходной модели ВХ при $\phi_k = \delta_k$ [8].

2.1.3 Видеоэквивалент оператора НИ в дискретном времени

Вклад p-ого ядра в (2.9) может быть выражен в терминах ЧХ V_p и z [82]:

$$\mathrm{V}_p z_t = \int_{-W/2}^{W/2} \cdots \int_{-W/2}^{W/2} e^{j2\pi \sum\limits_{i=1}^{2p+1} f_i t} \widehat{\mathrm{V}}_p \left(f_1, \ldots, f_{2p+1}\right) \prod\nolimits_{i=0}^{p} \widehat{z}_{f_i} \prod\nolimits_{i=p+1}^{2p} \widehat{z}_{f_i}^{*} df_i, \tag{2.16}$$

где учтено, что ЧХ $\hat{z}$ ограничена по полосе интервалом $[-W/2, W/2]$.

Согласно (2.16), структура преобразования Фурье $\widehat{\mathrm{V}_p z}$ соответствует $(2p+1)$-кратной автосвёртке $\widehat{z}_f$ с учётом дополнительной весовой функции на $[-W/2, W/2]^{2p+1}$, которую задаёт $\widehat{\mathrm{V}}_p$. В (2.17) данная структура выражена в явном виде путём выполнения интегрирования по f_i для $p = 1$.

$$\mathrm{V}_1 z_t = \int_{-W/2}^{W/2} e^{j2\pi f t} df \int_{-W/2}^{W/2} \int_{-W/2}^{W/2} \widehat{\mathrm{V}}_1 \left(f - f_2, f_2 - f_3, f_3\right) \hat{z}_{f-f_2} \hat{z}_{f_2-f_3}^{*} \hat{z}_{f_3} df_2 df_3. \tag{2.17}$$

Выражения (2.16)-(2.17) имеют следующие важные следствия:

Следствие 1. Частотный спектр $\left(\mathrm{V}_p z\right)_t$ ограничен полосой $(2p+1)W$;

Следствие 2. Характер НИ определяется поведением $\widehat{\mathrm{V}}_p$ *только* внутри $[-W/2, W/2]^{2p+1}$.

Из следствия **2**, в частности, следует:

Следствие 3. Нелинейные операторы V_p и V'_p являются эквивалентными относительно действия на сигнал z, если $\widehat{\mathrm{V}}_p = \widehat{\mathrm{V}}'_p$ внутри $[-W/2, W/2]^{2p+1}$.

Следствие **1** определяет, что для однозначного восстановления $\mathrm{V}_p z_t$ по набору цифровых отсчётов $(\mathrm{V}_p z)_{kT_д}$, взятых с частотой дискретизации $F_д = 1/T_д$:

$$\left(\mathrm{V}_p z\right)_{kT_д} = \int_{0}^{T_\mathrm{V}} \cdots \int_{0}^{T_\mathrm{V}} \mathrm{V}_p \left(\tau_1, \ldots, \tau_{2p+1}\right) \prod\nolimits_{j=0}^{p} z_{kT_д - \tau_j} d\tau_j \prod\nolimits_{j=p+1}^{2p} z_{kT_д - \tau_j}^{*} d\tau_j, \tag{2.18}$$

условием Найквиста является выбор $F_д \geq (2p+1)\, W$.

Альтернативный вариант восстановления $\mathrm{V}_p z_t$ основан на понятии ВЭ оператора НИ в дискретном времени $\mathrm{V}^{F_д}$, определённого для частоты дискретизации $F_д$:

$$\mathrm{V}_p z_t = \sum\nolimits_{m_1,\ldots,m_{2p+1}} \mathrm{V}_p^{F_д} \left(m_1, \ldots, m_{2p+1}\right) \prod\nolimits_{j=0}^{p} z_{t-m_j/F_д} \prod\nolimits_{j=p+1}^{2p} z_{t-m_j/F_д}^{*}. \tag{2.19}$$

Согласно следствию **3**, необходимым условием выполнимости (2.19) является совпадение $\widehat{\mathrm{V}}_p^{F_д}$ и $\widehat{\mathrm{V}}_p$ в интервале $[-W/2, W/2]^{2p+1}$, что определяет требование: $F_д \geq W$ [35]. Чтобы подчеркнуть отличие от условия Найквиста для прямого восстановления $\mathrm{V}_p z_t$ по отсчётам (2.18), выбор $F_д$ для построения $\mathrm{V}^{F_д}$ исходя из условия $W \leq F_д < (2p+1)\,W$ часто обозначается англ. термином *undersampling* [24]. Для предельного случая $F_д = W$ функциональные ядра V_p^W выражаются как

$$\mathrm{V}_p^W\left(m_1,\ldots,m_{2p+1}\right) = \int_0^{T_\mathrm{V}} \cdots \int_0^{T_\mathrm{V}} \mathrm{V}_p\left(\frac{m_1}{W} - \tau_1, \ldots, \frac{m_{2p+1}}{W} - \tau_{2p+1}\right) \prod_{j=1}^{2p+1} \mathsf{sinc}\left(\pi W \tau_j\right) d\tau_j, \quad (2.20)$$

где учтено представление Шеннона для ограниченного по полосе сигнала [83]:

$$z_t = \sum\nolimits_{k=-\infty}^{\infty} z_k \mathsf{sinc}\left[\pi W\left(t - k/W\right)\right], \quad \mathsf{sinc}\left(\pi W t\right) = \sin\left(\pi W t\right)/\left(\pi W t\right). \quad (2.21)$$

Важно отметить, что оператору V соответствует семейство дискретных ВЭ, удовлетворяющих (2.19) при заданном z и определённых для разных $F_д \geq W$. В практических приложениях желательным свойством $\mathrm{V}^{F_д}$ часто является минимальное число ненулевых элементов его ядер, т.е. минимальная сложность представления $\mathrm{V}^{F_д}$ при достоверном воспроизведении действия V. Проблема поиска минимального представления $\mathrm{V}^{F_д}$ при заданном $F_д$, удовлетворяющего следствию **3** об эквивалентности нелинейных операторов, связана с аналогичной проблемой построения линейной системы минимального размера по критерию наилучшего равномерного приближения её ЧХ на $[-W/2, W/2]$ [83].

Для упрощения записи в дальнейшем при обозначении ВЭ операторов в дискретном времени символ «^{F_д}» в $\mathrm{V}^{F_д}$ будет опускаться в случае, если из контекста ясно, что речь идёт о ВЭ, а величина $F_д$ не существенна для сути излагаемого.

2.2 Линейно-параметрическая модель нелинейного оператора

Представление о ВЭ оператора Вольтерры в дискретном времени (2.19) позволяет рассматривать сигнал $\mathrm{V}z$ в виде следующего разложения:

$$\mathrm{V}z_t = \sum_p \sum_{\mathcal{M}_{p+1}, \mathcal{M}_p} \mathrm{V}_p\left(\mathcal{M}_{p+1}, \mathcal{M}_p\right) h_p\left(z, \mathcal{M}_{p+1}, \mathcal{M}_p\right), \quad (2.22)$$

где $\mathcal{M}_{p+1}$ и $\mathcal{M}_p$ – кортежи допустимых задержек множителей z_t и z_t^* соответственно в функционалах кросс-произведений $h_p\left(z,\mathcal{M}_{p+1},\mathcal{M}_p\right)$, определённых как

$$h_p\left(z,\mathcal{M}_{p+1},\mathcal{M}_p\right)=\prod_{j=0}^{p} z_{t-m_j/F_{\text{д}}}\prod_{j=p+1}^{2p} z^*_{t-m_j/F_{\text{д}}},\qquad \begin{aligned}\mathcal{M}_{p+1}&=\left(m_0,\ldots,m_p\right),\\ \mathcal{M}_p&=\left(m_{p+1},\ldots,m_{2p}\right),\end{aligned} \tag{2.23}$$

базисный набор функционалов (h_p), обозначаемый как $\mathcal{H}$, определяет собой модель разложения оператора, а $\mathrm{V}_p\left(\mathcal{M}_{p+1},\mathcal{M}_p\right)$ – набор параметров модели.

Представление (2.22) можно выразить как линейный относительно $\mathrm{V}_p\left(\mathcal{M}_{p+1},\mathcal{M}_p\right)$ функционал. Модель нелинейного оператора, обладающую свойством линейности относительно своих параметров, называют линейно-параметрической моделью (ЛПМ). Существенным достоинством ЛПМ применительно к моделированию НИ в УМ и построению оператора ЦПИ является возможность задействовать мощный аппарат линейной оптимизации для идентификации её параметров [83].

Ширина диапазона допустимых задержек, составляющих кортежи $\mathcal{M}$ в (2.22)-(2.23) определяет глубину памяти ЛПМ, M. По умолчанию данный диапазон задаётся как $\mathcal{U}=[0,\ldots,M]$, что учитывает свойство неотрицательной памяти оператора Вольтерры в непрерывном времени в представлении (2.3). Однако при практической оптимизации достоверности ЛПМ с ограничениями на $F_{\text{д}}$ и M часто оказывается целесообразным рассматривать смещённый диапазон задержек вида $\mathcal{U}=[-s,\ldots,M-s]$, где s – параметр сдвига, удовлетворяющий условию $M-s\geq 0$ и подлежащий оптимизации. В дальнейшем для указания значений параметров M и s модели $\mathcal{H}$ будет использоваться обозначение $\mathcal{H}_M$ для случая $s=0$ и $\mathcal{H}_{M,s}$ для $s\neq 0$.

С учётом данных обозначений диапазон допустимых задержек ЛПМ $\mathcal{H}$, обозначаемый символом $\mathcal{U}$, определяется как:

$$\mathcal{U}\left(\mathcal{H}\right)=\bigcup_p \text{unique}\left(\mathcal{M}_p\right), \tag{2.24}$$

где $\text{unique}\left(\mathcal{M}_p\right)$ – множество неповторяющихся индексов в $\mathcal{M}_p$. При этом $\mathcal{U}\left(\mathcal{H}_{M,s}\right)=[-s,\ldots,M-s]$ и $\mathcal{U}\left(\mathcal{H}_M\right)=[0,\ldots,M]$.

Наименьшее число функционалов, требуемое для построения (2.19) при фиксированной глубине памяти M, может быть получено, если для каждого p ограничиться рассмотрением только такого множества p-элементных кортежей Ω_p^M, каждый элемент которого уникален по составу входящих в него задержек [27]. Полученный набор функционалов, обозначаемый $\mathcal{H}_M^{\mathrm{V}}$, задаёт базовую ЛПМ Вольтерры с глубиной памяти M:

$$\mathcal{H}_M^{\mathrm{V}}=\bigcup_p \mathcal{H}_M^{\mathrm{V}}\left(p\right)=\bigcup_p\left\{\left(h_p\left(z,\mathcal{M}_{p+1},\mathcal{M}_p\right)\right)_{\mathcal{M}_{p+1}\in\Omega_{p+1}^M,\mathcal{M}_p\in\Omega_p^M}\right\}, \tag{2.25}$$

где подмножество $\mathcal{H}_M^{\mathrm{V}}(p)$ содержит функционалы p-ой степени нелинейности.

В случае НИ без памяти ($M = 0$) модель (2.25) сводится к набору степенных функций с целочисленным порядком нелинейности, $\mathcal{H}_0^{\mathrm{V}}$.

В общем случае размер Ω_p^M определяется числом уникальных разбиений числа p на $M + 1$ слагаемых, равным $(p + M)!/\,(p!M!)$ [27], откуда суммарное число составляющих $\mathcal{H}_M^{\mathrm{V}}$, обозначаемое N, составляет

$$\operatorname{numel}\left(\bigcup_{p=0}^{P} \mathcal{H}_M^{\mathrm{V}}(p)\right) = \sum_{p=0}^{P} \frac{p + M + 1}{p + 1} \left(\frac{(p + M)!}{p!M!}\right)^2, \tag{2.26}$$

где P – параметр, ограничивающий максимальную степень нелинейности ЛПМ, а операция $\operatorname{numel}(\,\cdot\,)$ возвращает число элементов множества.

Применительно к моделированию ВЭ оператора НИ в УМ предлагались также нелинейно-параметрические модели, достоинством которых является компрессия выходного сигнала при пиковых уровнях сигнала на входе [84]. Однако они оказываются применимы только для аппроксимации прямого оператора НИ и не подходят для использования в качестве модели для построения оператора ЦПИ, который для эффективной линеаризации зачастую должен обеспечивать декомпрессию сигнала.

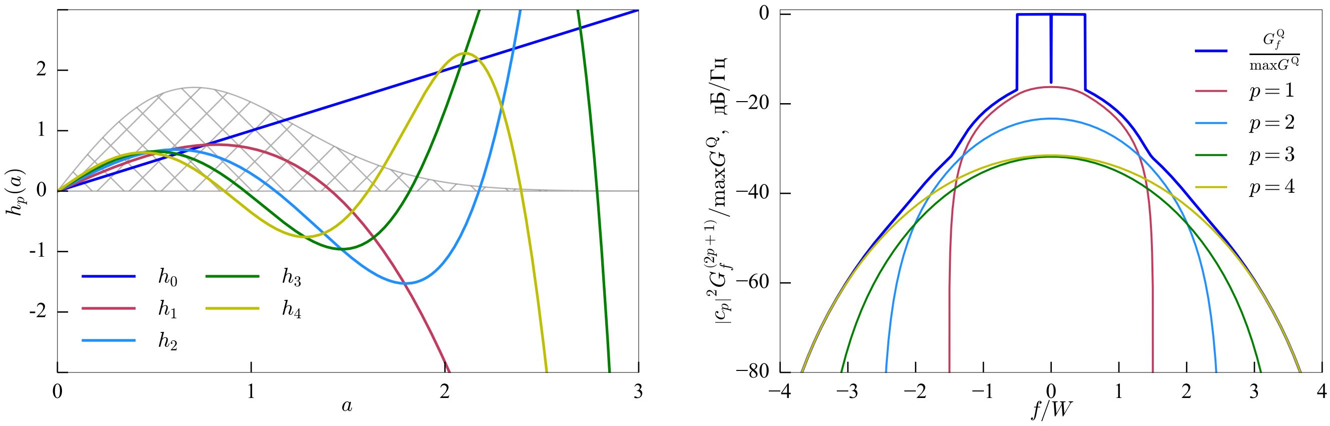
2.2.1 Ортогональное безынерционное разложение

Ортогонализация разложения нелинейного оператора рассматривалась Винером применительно к проблеме нелинейного преобразования белого шума [12]. Предложенный им подход на основе процедуры Грама-Шмидта может быть перенесён на случай узкополосного входного сигнала и произвольного исходного базиса $\mathcal{H}$, подлежащего ортогонализации. При этом рассмотрение ЛПМ без памяти $\mathcal{H}_0^{\mathrm{V}}$ позволяет связать разложение оператора АМ-АФМ Q с разложением его выходного сигнала на некоррелированные процессы [85]. В том случае, если для описания z_t справедлива модель комплекснозначного ГСП с $\sigma^2 = 1$, функции разложения принимают вид [65]:

$$h_p(z) = z\mathrm{L}_p^1\left(|z|^2\right)/\sqrt{(p + 1)}. \tag{2.27}$$

где L_p^1 – полиномы Лагерра первого рода, и генерируют процессы с нулевой кросскорреляцией [86].

Графики $h_p(a)$ для $0 \le p \le 4$ приведены на рисунке 2.5а. На рисунке 2.5б показаны компоненты разложения СПМ (2.28), рассчитанные для АМ-АФМ нелинейности (2.11).



а) Первые 5 функций базиса Винера б) Структура СПМ отклика (2.11) на ГСП

Рисунок 2.5 — Использование разложения Винера для анализа НИ без памяти

Свойство базиса Винера обеспечивать нулевую кросскорреляцию процессов $h_p(z)$ для разных p позволяет в явном виде выделить вклады отдельных продуктов НИ в СПМ сигнала на выходе Q:

$$G_f^{\mathrm{Q}} = \sum\nolimits_p |c_p|^2 G_f^{(2p+1)}, \tag{2.28}$$

где $G^{(2p+1)}$ – $(2p+1)$-кратная автосвёртка СПМ входного сигнала, определяющая форму СПМ продукта НИ p-ого порядка, мощность которого определяется коэффициентом c_p.

Метод Винера может быть также применён для ортогонализации некоторых простейших моделей НИ с памятью [86].

2.2.2 Минимальное разложение оператора Винера-Хаммерштейна

Линейно-параметрической моделью оператора S, обладающей полной достоверностью, будем называть такой набор базисных функционалов $\mathcal{H}$, что

$$\inf_{\mathbf{c}} \left(\sum\nolimits_{p=0}^{P} \sum\nolimits_{h_{p,i} \in \mathcal{H}(p) \subset \mathcal{H}} c_{p,i} h_{p,i}(z) - \mathrm{S}z \right) \longrightarrow 0. \quad \text{при увеличении } P \tag{2.29}$$

Минимальным разложением будем называть ЛПМ с наименьшим числом составляющих среди всех других моделей, удовлетворяющих (2.29). Из свойства полноты полиномиального ряда следует, что он является минимальным разложением для нелинейности без памяти.

В качестве примера НИ с памятью рассмотрим оператор ВХ (2.10). Соответствующий обратный оператор, если он существует, также определяется моделью ВХ [33]:

$$\mathrm{S}^{*}=\psi^{-1}\mathrm{Q}^{-1}\phi^{-1}, \tag{2.30}$$

где глубина памяти линейных систем ψ^{-1} и ϕ^{-1} ограничена параметрами M_ψ и M_ϕ соответственно.

Путём комбинаторных манипуляций для S^{*} может быть получено разложение в ряд Вольтерры (2.22), p-ое ядро которого выражается как [33]:

$$\mathrm{S}_p\left(\mathcal{M}_{p+1},\,\mathcal{M}_p\right)=\eta_p\sum_{l=0}^{M_\psi}\psi_l^{-1}\zeta\left(\mathcal{M}_{p+1}-l\right)\zeta\left(\mathcal{M}_p-l\right)\times\prod_{j=1}^{p+1}\phi^{-1}_{\mathcal{M}_{p+1}(j)-l}\prod_{j=1}^{p}\phi^{-1*}_{\mathcal{M}_p(j)-l}, \tag{2.31}$$

где η_p – коэффициенты представления оператора Q^{-1} в базисе ЛПМ $\mathcal{H}_0^{\mathrm{V}}$, $\zeta\left(\mathcal{M}_p\right)=p!/\left(q_0!\cdots q_M!\right)$ – мультиномиальные коэффициенты, учитывающие число повторений каждого кортежа $\mathcal{M}_p$ при разложении $\left(\phi^{-1}z\right)^p$ на слагаемые, $q_l=\sum_{j=1}^{p}1_{\{\mathcal{M}_p(j)=l\}}$ – число вхождений индекса l в кортеже $\mathcal{M}_p$.

Линейно-параметрическая модель, соответствующая (2.31), является минимальным разложением для идеального обращения оператора ВХ S^{*}. Она связана с моделью Вольтерры как

$$\mathcal{H}^{\text{вх}}_{M_\phi,M_\psi}=\bigcup_{p}\left\{\mathcal{H}^{\mathrm{V}}_{M_\phi}(p)\bigcup\sum\nolimits_{l=1}^{M_\psi}\left(\mathcal{H}^{\mathrm{V}}_{M_\phi}(p)\bigcap\mathcal{H}^{\mathrm{V}}_{M_\phi-1}(p)\right)\circ\theta_l\right\}, \tag{2.32}$$

где θ_l – сдвиговый оператор: $h_i^{(p)}(z)\circ\theta_l=\prod_{j=1}^{p+1}z_{t-\mathcal{M}_{p+1}(j)-l}\prod_{j=1}^{p}z^{*}_{t-\mathcal{M}_p(j)-l}$.

Диапазон задержек модели $\mathcal{H}^{\text{вх}}_{M_\phi,M_\psi}$ определяется как

$$\mathcal{U}\left(\mathcal{H}^{\text{вх}}_{M_\phi,M_\psi}\right)=\mathcal{U}\left(\mathcal{H}^{\mathrm{V}}_{M_\psi}(0)\right)\bigcup\mathcal{U}\left(\mathcal{H}^{\mathrm{V}}_{M_\phi}(0)\right), \tag{2.33}$$

где выражения в правой части имеют смысл диапазонов задержек ЛПМ линейных систем оператора ВХ. Ширина $\mathcal{U}\left(\mathcal{H}^{\text{вх}}_{M_\phi,M_\psi}\right)$, определяющая глубину памяти модели, составляет $M=M_\psi+M_\phi$.

Первый член в правой части (2.32) соответствует ядру Вольтерры порядка нелинейности p и памяти M_ϕ, а второе – “внешней оболочке” $\mathcal{H}^{\mathrm{V}}_{M_\phi}(p)$, растягиваемой за счёт инерционности ψ^{-1}. Сложность $\mathcal{H}^{\text{вх}}_{M_\phi,M_\psi}$, выраженная числом её параметров, составляет

$$N\left(\bigcup_{p=0}^{P}\mathcal{H}^{\text{вх}}_{M_\phi,M_\psi}(p)\right)=\sum_{p=0}^{P}\left[C^{M_\phi}_{p+M_\phi+1}C^{M_\phi}_{p+M_\phi}+M_\psi\left(C^{M_\phi}_{p+M_\phi+1}C^{M_\phi}_{p+M_\phi}-C^{M_\phi-1}_{p+M_\phi}C^{M_\phi-1}_{p+M_\phi-1}\right)\right], \tag{2.34}$$

где C^n_k – число сочетаний из n по k.

В дальнейшем при оптимизации точности идентификации ЛПМ в условиях сниженной $F_д$ потребуется обобщёние (2.32) на случай смещённой ЛПМ $\mathcal{H}^{\mathrm{V}}_{M_\psi,s_\psi}(0)$. Полученная таким образом ЛПМ определяется как

$$\mathcal{H}^{\text{вх}}_{M_\phi,\left(M_\psi,s_\psi\right)} = \bigcup_p \left\{ \mathcal{H}^{\text{вх}}_{M_\phi,M_\psi}(p) \bigcup \sum\nolimits_{l=-s_\psi}^{-1} \left\{ \mathcal{H}^{\mathrm{V}}_{M_\phi}(p) \bigcap \mathcal{H}^{\mathrm{V}}_{M_\phi-1}(p) \right\} \circ \theta_l \right\}. \tag{2.35}$$

Набор коэффициентов $\boldsymbol{\eta} = \{\eta_1, \ldots, \eta_P\}$ в (2.31), задающий функцию АМ-АФМ $\bar{\mathrm{Q}}^{-1}_{\boldsymbol{\eta},P} z = \sum\nolimits_{p=0}^{P} \eta_p |z|^{2p} z$, должен обеспечивать наилучшую линеаризацию тандема $\mathrm{Q} \circ \bar{\mathrm{Q}}^{-1}_{\boldsymbol{\eta},P}$ по критерию минимума ВПИ при заданном P. Для практического решения задачи определения оптимального $\boldsymbol{\eta}$ могут использоваться различные приближённые подходы, характеризующиеся большей или меньшей точностью в зависимости от P [69]:

L^2-аппроксимация функции АМ-АФМ. В данном подходе разложение оператора Q^{-1} сводится к задаче полиномиальной аппроксимации соответствующей ему функции АМ-АФМ, которая рассматривается как элемент линейного пространства $L^2(\mathbb{R}_+, \mu)$ со скалярным произведением

$$\langle x, y \rangle_\mu = \int x(a)\, y^*(a)\, \mu(a)\, da \tag{2.36}$$

и квадратной нормой $\|x\|^2_\mu = \langle x, x \rangle_\mu$, где мера μ задана как ФПВ амплитуд целевого сигнала z. Коэффициенты $\boldsymbol{\eta}$ соответствуют ортогональной проекции $\bar{\mathrm{Q}}^{-1}_{\boldsymbol{\eta}}$ функции АМ-АФМ Q^{-1} на линейное подпространство полиномов в $L^2(\mathbb{R}_+, \mu)$:

$$\boldsymbol{\eta} = \operatorname{argmin} \left\| \sum\nolimits_{p=0}^{P} \eta_p a^{2p+1} - \mathrm{Q}^{-1} \right\|^2_\mu, \tag{2.37}$$

Минимизация (2.37) может выполняться методом Монте-Карло либо методом Винера с предварительной ортогонализацией $\mathcal{H}^{\mathrm{V}}_0$ [86]. Критерий (2.37) в общем случае отличается от критерия минимального ВПИ на выходе тандема $\mathrm{Q} \circ \bar{\mathrm{Q}}^{-1}_{\boldsymbol{\eta},P}$ при $P < \infty$. Это ограничивает эффективность оператора ЦПИ, построенного с использованием данного подхода к определению $\boldsymbol{\eta}$, что особенно проявляется при малых P (см. также разд. 3.1.1).

Нелинейная оптимизация исходя из условия линеаризации тандема по норме $\|\cdot\|^2_\mu$:

$$\boldsymbol{\eta} = \operatorname{argmin} \left\| \bar{\mathrm{Q}}_N \circ \bar{\mathrm{Q}}^{-1}_{\boldsymbol{\eta},P} - I \right\|^2_\mu, \tag{2.38}$$

где оператор $\bar{\mathrm{Q}}_N$ получен с помощью полиномиальной аппроксимации N-ого порядка функции АМ-АФМ Q. Минимизация (2.38) выполняется численными методами нелинейной оптимизации, такими как метод Гаусса-Ньютона [34; 87]. Точность данного подхода ограничена точностью численного алгоритма и ошибкой полиномиальной аппроксимации $\bar{\mathrm{Q}}_N$ для $N < \infty$, что делает его менее эффективным относительно 1-го подхода для больших P. Кроме того, ему также присущи потери за счёт неоптимальной характеризации линейности тандема с помощью нормы в L^2 (см. разд. 3.1.1).

p**-кратное обращение** [88]**.** Набор $\boldsymbol{\eta}$ определяется исходя из условия

$$\mathrm{Q} \circ \hat{\mathrm{Q}}_{\boldsymbol{\eta},P}^{-1} z = z + \sum\nolimits_{q>p} b_q \, |z|^{2q} \, z, \tag{2.39}$$

т.е. сигнал на выходе тандема состоит из неискажённой реплики z и продуктов нелинейных искажений порядка $p+1$ и выше. Алгоритм построения p-кратного обращения применительно к видеочастотным эквивалентам сигналов приведён в приложении Г. Недостатком подхода является пренебрежение вкладом составляющих с $p > P$, который имеет тенденцию возрастать пропорционально P и ограничивает область применимости подхода малыми P.

2.2.3 Разложения на основе усечения ряда Вольтерры

Базовая модель $\mathcal{H}_M^{\mathrm{V}}$ (2.25) является чрезмерно сложной для практических приложений, что определяет интерес к её усечению при минимальном ущербе достоверности [20; 31].

Наиболее популярным усечением является *полиномиальная модель с памятью* [9; 44], где снижение сложности достигается отбрасыванием недиагональных элементов базовой модели Вольтерры $\mathcal{H}_M^{\mathrm{V}}$:

$$\mathcal{H}_{M,s}^{\text{п}} = \bigcup_p \left\{ \bigcup_{m=-s}^{M-s} \left\{ |z_{k-l}|^{2p} z_{k-l} \right\} \right\}, \tag{2.40}$$

где s – определённый выше параметр сдвига диапазона задержек ЛПМ, указываемый при обозначении модели в случае $s > 0$.

Модель (2.40) позволяет строить двухблочные каскадные операторы вида $\mathrm{S} = \psi \circ \mathrm{Q}$ и, таким образом, обладает достаточной достоверностью для линеаризации оператора ВХ (2.10). Так, при подстановке $\mathrm{S} = \psi^{-1} \mathrm{Q}^{-1}$ нескомпенсированным искажением сигнала на выходе тандема $\Lambda = \mathrm{V}^{\text{вх}} \circ \mathrm{S}$ остаётся только действие линейного оператора ϕ. При этом из (2.32) следует, что учёт ϕ при выводе модели $\mathcal{H}_{M_\phi,M_\psi}^{\text{вх}}$ генерирует большинство её составляющих. Таким образом, применительно к линеаризации $\mathrm{V}^{\text{вх}}$ ценой значительного усложнения модели $\mathcal{H}_{M_\phi,M_\psi}^{\text{вх}}$ по сравнению с $\mathcal{H}_M^{\text{п}}$ обеспечивается возможность оператора ЦПИ компенсировать остаточные линейные искажения в Λ, которые часто оказываются нерелевантными применительно к задаче линеаризации УМ [33].

Модель $\mathcal{H}_M^{\text{п}}$ (2.40) может быть обобщена введением параметра γ для числа неповторяющихся индексов внутри кортежей $\mathcal{M}_{p+1}$ и $\mathcal{M}_p$, характеризующих составляющие (2.23) базовой модели Вольтерры [30]. Полученная обобщённая полиномиальная модель с памятью при ограничении $1 \leq \gamma \leq \Gamma \leq M$ выражается из $\mathcal{H}_M^{\text{V}}$ как

$$\mathcal{H}_{M,s}^{\text{п,г}} = \bigcup_p \left\{ \bigcup_{\gamma=1}^{\Gamma} \Big\{ h_p\left(z,\mathcal{M}_{p+1}, \mathcal{M}_p\right) \in \mathcal{H}_{M,s}^{\text{V}}\left(p\right) : \text{numel}\left(\text{unique}\left(\mathcal{M}_{p+1}, \mathcal{M}_p\right)\right) = \gamma \Big\} \right\}, \tag{2.41}$$

где $(\mathcal{M}_{p+1}, \mathcal{M}_p)$ – объединенный кортеж допустимых задержек ЛПМ, составленный из $\mathcal{M}_{p+1}$ и $\mathcal{M}_p$.

Действие модели $\mathcal{H}_M^{\text{п,г}}$ может быть представлено в виде разложения

$$\sum\nolimits_{\gamma=1}^{\Gamma} \text{V}^{(\gamma)} z = \sum\nolimits_{\gamma=1}^{\Gamma} \sum\nolimits_{p=0}^{P} \text{V}_p^{(\gamma)} z, \tag{2.42}$$

где усечённые операторы $\text{V}^{(\gamma)}$ образованы набором составляющих (2.41) для соответствующего γ. Действие операторов $\text{V}^{(\gamma)}$ для $\gamma = 2$ и $\gamma = 3$ выражено в (2.43)- (2.44) через функциональные ядра базовой модели Вольтерры.

$$\begin{aligned}
&\text{V}^{(2)} z_k = \sum\nolimits_{m_1 \neq m_2} \Big[\left(\text{V}_1\left(m_1,m_1,m_2\right) |z_{k-m_1}|^2 z_{k-m_2} + \text{V}_1\left(m_1,m_2,m_1\right) z_{k-m_1}^2 z_{k-m_2}^*\right)_{p=1} \\
&+ \left(\text{V}_2\left(m_1,m_1,m_1,m_1,m_2\right) |z_{k-m_1}|^4 z_{k-m_2} + \text{V}_2\left(m_1,m_1,m_1,m_2,m_2\right) |z_{k-m_1}|^2 |z_{k-m_2}|^2 z_{k-m_1}\right. \\
&+ \text{V}_2\left(m_1,m_1,m_1,m_2,m_1\right) |z_{k-m_1}|^2 z_{k-m_1}^2 z_{k-m_2}^* + \text{V}_2\left(m_1,m_2,m_1,m_2,m_1\right) z_{k-m_1}^3 z_{k-m_2}^{*\,2} \\
&\left. + \text{V}_2\left(m_1,m_1,m_2,m_1,m_2\right) |z_{k-m_1}|^2 z_{k-m_2}^2 z_{k-m_1}^*\right)_{p=2} + \ldots \Big]
\end{aligned} \tag{2.43}$$

$$\begin{aligned}
&\text{V}^{(3)} z_k = \sum\nolimits_{m_1 \neq m_2 \neq m_3} \Big[\left(\text{V}_1\left(m_1,m_2,m_3\right) z_{k-m_1} z_{k-m_2}^* z_{k-m_3}\right)_{p=1} + \\
&\Big(\text{V}_2\left(m_1,m_2,m_1,m_3,m_1\right) z_{k-m_1}^3 z_{k-m_2}^* z_{k-m_3}^* + \text{V}_2(m_1,m_1,m_2,m_1,m_3) |z_{k-m_1}|^2 z_{k-m_1}^* z_{k-m_2} z_{k-m_3} \\
&+ \text{V}_2\left(m_1,m_1,m_1,m_2,m_3\right) |z_{k-m_1}|^2 z_{k-m_1} z_{k-m_2}^* z_{k-m_3}\Big)_{p=2} + \ldots \Big].
\end{aligned} \tag{2.44}$$

При $\Gamma = 1$ модель $\mathcal{H}_M^{\text{п,г}}$ сводится к $\mathcal{H}_M^{\text{п}}$ со сложностью $N = (P+1)(M+1)$, а при $\Gamma = M$ – к исходной модели Вольтерры, сложность которой определена в (2.26).

Альтернативным вариантом представления ряда Вольтерры в форме (2.42), позволяющим уравновесить сложность и достоверность модели настройкой параметра Γ, является усечение по т.н. степени *динамической нелинейности* [43]. Параметр γ в данном подходе имеет смысл разрешённого числа ненулевых индексов в кортеже $\mathcal{M}_{2p+1} = (\mathcal{M}_{p+1}, \mathcal{M}_p)$. Набор составляющих усечения выражается из $\mathcal{H}_M^{\mathrm{V}}$ как:

$$\mathcal{H}_{M,s}^{\text{дн,г}} = \bigcup_p \left\{ \bigcup_{\gamma=0}^{\Gamma} \left\{ h_p\left(z,\mathcal{M}_{p+1},\mathcal{M}_p\right) \in \mathcal{H}_{M,s}^{\mathrm{V}}\left(p\right) : \sum_{m\in\left(\mathcal{M}_{p+1},\mathcal{M}_p\right)} 1_{\{m\neq 0\}} = \gamma \right\} \right\}. \tag{2.45}$$

В отличие от модели (2.41), допустимый диапазон изменения Γ определяется максимальной степенью нелинейности и составляет $0 \le \Gamma \le 2P+1$. Для $\Gamma = 0$ модель $\mathcal{H}_M^{\text{дн,г}}$ сводится к ЛПМ без памяти $\mathcal{H}_0^{\mathrm{V}}$, а для максимального Γ – к базовой модели Вольтерры $\mathcal{H}_M^{\mathrm{V}}$. Наибольший практический интерес имеет конфигурация $\Gamma \le 2$, где помимо статической нелинейности могут учитываться только первые 2 степени динамической нелинейности. Действие усечённого оператора $\mathrm{V}^{(\gamma)}$ представления (2.42) для модели $\mathcal{H}_{M,s}^{\text{дн,г}}$ для $\gamma = 1$ имеет вид:

$$\mathrm{V}^{(1)}z_k = \sum_{m\in[-s,M-s]\setminus\{0\}} \left(\sum_{p=0}^{P-1} \mathrm{V}_p\left(m,0,\ldots\right)\left|z_k\right|^{2p} z_{k-m} + \sum_{p=1}^{P-1} \mathrm{V}_p\left(0,m,0\ldots\right)\left|z_k\right|^{2(p-1)} z_k^2 z_{k-m}^* \right), \tag{2.46}$$

а сложность $\mathcal{H}_{M,s}^{\text{дн,г}}$ при ограничении $\Gamma = 1$ составляет $N = (P+1)(M+1) + PM$.

Для $\gamma = 2$ выход оператора $\mathrm{V}^{(\gamma)}$ для ЛПМ $\mathcal{H}_{M,s}^{\text{дн,г}}$ представляется как:

$$\begin{aligned} \mathrm{V}^{(2)}z_k = \sum_{m_1,m_2\in[-s,M-s]\setminus\{0\}} & \left(\sum_{p=1}^{P-1} \left|z_k\right|^{2(p-1)} z_{k-m_1}\left(\mathrm{V}_p\left(m_1,m_2,0,\ldots\right) z_k z_{k-m_2}^* \right.\right. \\ & \left. +\mathrm{V}_p\left(m_1,0,m_2,\ldots\right) z_k^* z_{k-m_2}\right) \\ & \left. + \sum_{p=2}^{P-1} \left|z_k\right|^{2(p-2)} z_k^3 \mathrm{V}_p\left(0,m_1,0,m_2,0\ldots\right) z_{k-m_1}^* z_{k-m_2}^* \right), \end{aligned} \tag{2.47}$$

а сложность $\mathcal{H}_{M,s}^{\text{дн,г}}$ для $\Gamma = 2$, т.е. учитывающей действие $\mathrm{V}^{(1)}$ и $\mathrm{V}^{(2)}$, рассчитывается как $N = (P+1)(M+1) + PM + 2M^2P + \max\left(M^2\left(P-1\right),0\right)$.

2.3 Структура оператора НИ с учётом эффектов обратной связи в усилителе

Особенностью НИ в УМ является эффект ОС, проявляющийся во влиянии формы выходных колебаний УЭ на характер НИ. При моделировании данный эффект учитывается в структуре СЗ УЭ, которая, в свою очередь, отражается на структуре ВЭ V.

Для простейшей СЗ на рисунке 2.6, применимой для моделирования биполярного транзистора (БТ) в режиме слабого сигнала и без учёта термозависимости его характеристик, система состояния состоит из одного уравнения:

$$u'_\pi = \frac{1}{C_\pi}\left(\frac{1}{r_б}u_{вх} - \frac{r_б + r_\pi}{r_б r_\pi}u_\pi\right), \tag{2.48}$$

а ток $i_{вых}$ не зависит от выходного напряжения.

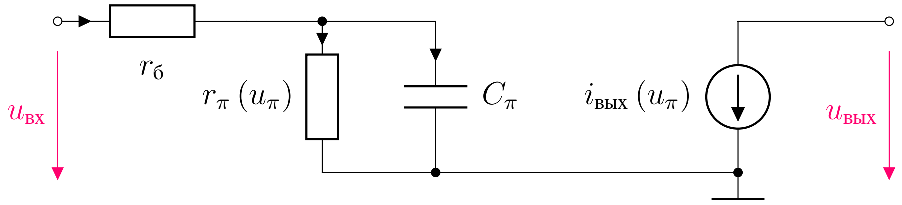


Рисунок 2.6 — Упрощённая модель УЭ без обратной связи

Таким образом, имеет место цепная зависимость $u_{вх} \to u_\pi \to i_{вых} \to u_{вых}$, характеризующая каскадное соединение операторов, отвечающих за НИ в УЭ ($\mathrm{V}_{УЭ}$) и за действие ВКС (ϕ):

$$\mathrm{V}z_t = \phi \circ \mathrm{V}_{УЭ}z_t, \tag{2.49}$$

где ИХ $\phi_\tau = \exp(\tau \mathrm{A})$ – определяется из решения системы ОДУ для ВКС [79].

Более высокому стандарту достоверности поведенческого моделирования отвечает СЗ Гуммеля-Пуна для npn-БТ, показанная на рисунке 2.7.

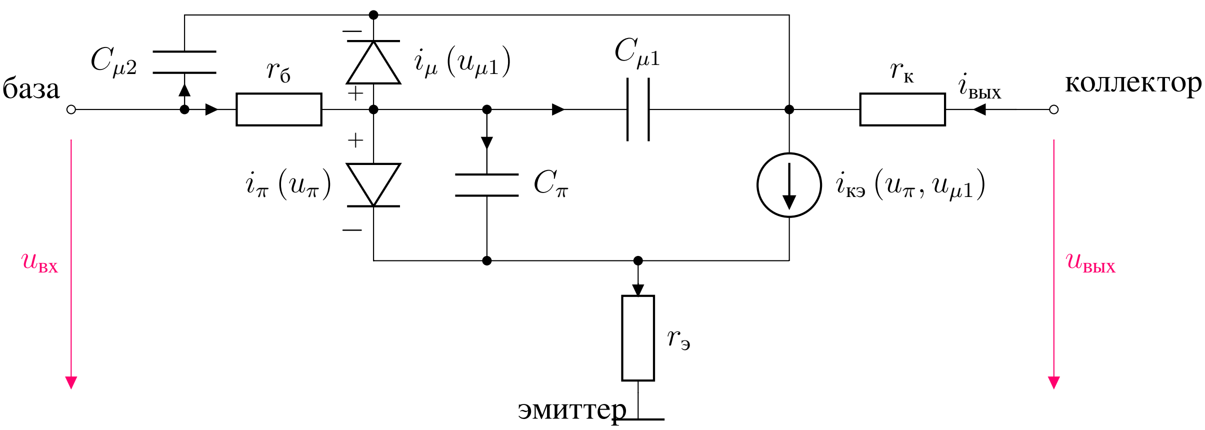


Рисунок 2.7 — Схема замещения УЭ Гуммеля-Пуна для БТ с общим эмиттером

Система состояния для СЗ Гуммеля-Пуна с учётом отмеченных на рисунке 2.7 полярностей напряжений и направлений протекания токов имеет вид

$$\begin{cases} u'_\pi = & \frac{1}{C_\pi}\left(-\frac{1}{r_э}u_\pi + \frac{1}{r_э}u_{\mu 1} - \frac{1}{r_э}u_{\mu 2} + \frac{1}{r_э}u_{вх} - i_\pi\left(u_\pi\right) - i_{кэ}\left(u_\pi, u_\mu\right)\right), \\ u'_{\mu 1} = & \frac{1}{C_\mu 1}\left(\frac{1}{r_э}u_\pi + \frac{r_э+r_б}{r_э r_б}\left(u_{\mu 2} - u_{\mu 1}\right) - \frac{1}{r_э}u_{вх} - i_\mu\left(u_\mu\right) + i_{кэ}\left(u_\pi, u_\mu\right)\right), \\ u'_{\mu 2} = & \frac{1}{C_\mu 2}\left(-\frac{1}{r_э}u_\pi + \frac{r_э+r_б}{r_э r_б}\left(u_{\mu 1} - \frac{1}{r_к}u_{\mu 2}\right) + \frac{r_э+r_г}{r_к r_э}u_{вх} - \frac{1}{r_к}u_{вых}\right). \end{cases} \tag{2.50}$$

В отличие от упрощенной СЗ на рисунке 2.6, состояние системы (2.50) испытывает влияние $u_{\text{вых}}$, что вызывает эффект петли ОС. Эффект ОС также проявляется за счёт нелинейной зависимости от $u_{\text{вых}}$ ряда параметров модели, а именно [39]:

1. Величины тока источника $i_{\text{кэ}}$;

2. Зарядной составляющей входной ёмкости C_π;

3. Проходной ёмкости, включающей в себя внутреннюю $(C_{\mu1})$ и внешнюю $(C_{\mu2})$ составляющие.

Первый фактор учитывается появлением при большом $u_{\text{вых}}$ тока $(1+\beta_\mu)\, i_\mu$, текущего в обратном направлении относительно прямого тока $\beta_\pi i_\pi$ через открытый pn-переход база-эмиттер, где β_π, β_μ – соответственно прямой и обратный коэффициенты усиления БТ по току [37]. Согласно закону Кирхгоффа для постоянной составляющей выходного (коллекторного) тока: $i_{\text{вых}} = i_{\text{кэ}} - i_\mu$; откуда ВАХ источника $i_{\text{кэ}}$ выражается в виде

$$i_{\text{кэ}}\left(u_\pi, u_{\mu1}\right) = K_{\text{г}}\left(u_\pi, u_{\mu1}\right)\left(\beta_\pi i_\pi\left(u_\pi\right) - \beta_\mu i_\mu\left(u_{\mu1}\right)\right), \tag{2.51}$$

где $K_{\text{г}}$ – поправочный коэффициент, также нелинейно зависящий от состояния системы и учитывающий эффект модуляции ширины базы напряжением $u_{\mu1}$ [37; 89].

Эффект модуляции ширины базы также учитывается в модели введением зависимости соотношения между $i_{\text{вых}}$ и величиной заряда, переносимого прямой составляюшей $i_{\text{вых}}$ через базу [37], что отражается на величине зарядной составляющей C_π. Перечень формул, определяющих модель Гуммеля-Пунна приведён в приложении В.

С учётом (2.50)-(2.51) имеет место цепная зависимость $u_{\text{вых}} \to u_{\mu2} \to u_{\mu1} \to i_{\text{кэ}} \to i_{\text{вых}} \to u_{\text{вых}}$, образующая петлю ОС. Следствием эффекта внутренней ОС в СЗ УЭ является влияние ЧХ сопротивления ВКС $\widehat{\mathcal{Z}}_f$ на выходной ток УЭ $i_{\text{кэ}}$, в результате чего образуется замкнутая цепная зависимость: $i_{\text{вых}} \to u_{\text{вых}} \to i_{\text{вых}}$, первая часть которой определена действием линейной системы с ЧХ $\widehat{\mathcal{Z}}_f$, а вторая – нелинейностью выходной ВАХ УЭ. В связи со значительным преобладанием первой гармоники в спектре $i_{\text{вых}}$ основное значение имеет избирательность $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(1)}$ [90]. Типичной причиной ненулевого $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(0)}$ являются резонансные эффекты в тракте выходного питания УЭ [81]. Влияние $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(k)}$ для $k > 1$, как правило, пренебрежимо мало вследствие как относительной малости высших гармоник в спектре $u_{\text{вых}}$, так и более лёгкого обеспечения равномерности $\widehat{\mathcal{Z}}^{(k)}$ при $kf_0 \gg W$ [42]. Эффект влияния ВКС на выходной ток УЭ известен как *петля электрической ОС* в УМ [18].

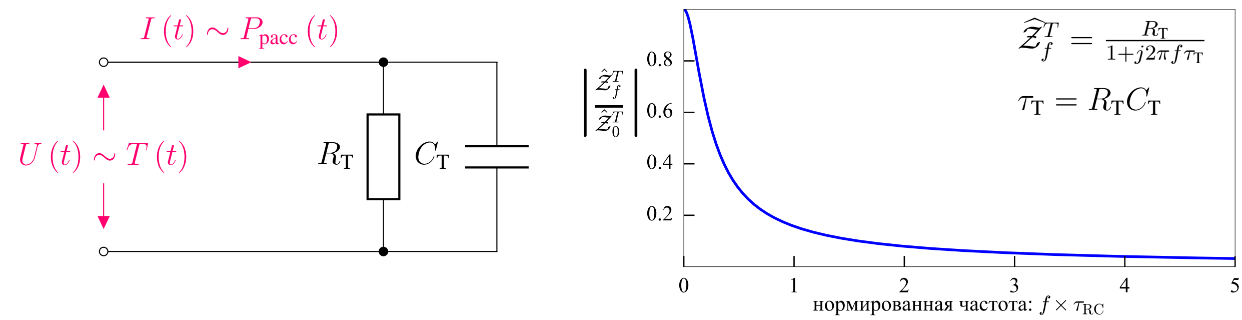
Другим важным фактором, учитываемым в СЗ для повышения достоверности моделирования, является зависимость коэффициента усиления и других характеристик УЭ от температуры [91]. Температура УЭ, в свою очередь, инерционно зависит от мощности тепловых потерь $P_{\text{расс}}$, которая определяется формой выходных колебаний УЭ. Полученная цепная зависимость $u_{\text{вых}} \to P_{\text{расс}} \to T \to u_{\text{вых}}$ образует т.н. *тепловую петлю ОС* [18; 45].

Зависимость $T\left(P_{\text{расс}}\right)$ выражается как

$$T\left(t\right) = T_0 + \Delta T\left(P_{\text{расс}}\left(t\right)\right), \text{ [К]}, \tag{2.52}$$

где T_0 – температура внешней среды, а ΔT – колебания температуры.

Согласно общепринятой модели эквивалентной тепловой цепи [92], показанной на рисунке 2.8а, зависимость ΔT от $P_{\text{расс}}$ эквивалентна зависимости напряжения RC-двухполюсника от его входного тока, величина которого принимается равной $P_{\text{расс}}$. Параметр $R_{\text{Т}}$ отвечает за амплитуду ΔT, а постоянная времени $\tau_{\text{Т}} = R_{\text{Т}}C_{\text{Т}}$ – за инерционность зависимости $T\left(P_{\text{расс}}\right)$ и её частотную избирательность.



а) Схема тепловой цепи б) Нормированная АЧХ тепловой цепи

Рисунок 2.8 — Модель зависимости $T\left(P_{\text{расс}}\right)$ на основе эквивалентной тепловой цепи

Из формы АЧХ тепловой цепи, $\widehat{\mathcal{Z}}_f^T$, показанной на рисунке 2.8б, следует, что на ΔT наибольшее влияние оказывает видеочастотная составляющая колебания $P_{\text{расс}}$, обозначаемая как $P_{\text{расс.0}}$. С учётом (1.5) и предположения о гармоническом характере $u_{\text{вых}}$, она определяется как [42]:

$$P_{\text{расс.0}}\left(t\right) = i_{\text{вых.0}}u_{\text{вых.0}}\left(t\right) - 0.5\left|\tilde{i}_{\text{вых.1}}\right|\left|\tilde{u}_{\text{вых.1}}\right|\cos\left(\angle\tilde{i}_{\text{вых.1}} - \angle\tilde{u}_{\text{вых.1}}\right) \tag{2.53}$$

где $\tilde{i}_{\text{вых.1}}$ и $\tilde{u}_{\text{вых.1}}$ – видеочастотные эквиваленты составляющих тока и напряжения в основной полосе УМ, а $u_{\text{вых.0}}$ включает в себя выходное питание $E_{\text{п}}$ и модулированную составляющую $u_{\text{вых.0}\sim}$, вызванную колебаниями $i_{\text{вых.0}}$ при $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(0)} \neq 0$. Таким образом, температура УЭ в основном зависит от поведения $i_{\text{вых.0}}\left(t\right)$ и $\tilde{i}_{\text{вых.1}}\left(t\right)$, а также $\widehat{\mathcal{Z}}_f$ [42].

Структура ВЭ оператора НИ в УМ ($\mathrm{V} : z_t \mapsto x_t$) с учётом петель тепловой и электрической ОС и влияния видеочастотных составляющих выходных колебаний УЭ схеметически отражена на рисунке 2.9. Операторы Q_1 и Q_0 определяют зависимости $z \mapsto \tilde{i}_{\text{вых.1}}$ и $z \mapsto i_{\text{вых.0}}$ соответственно. На характер Q_0, Q_1 влияет температура УЭ и форма колебаний $u_{\text{вых}}$ при работе в режиме большого сигнала. Линейная система ϕ_1 отражает влияние избирательности $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(1)}$ и связывает ВЭ сигналов $i_{\text{вых.1}}$ и $u_{\text{вых.1}}$. Аналогично ϕ_0 определяет зависимость формы колебания $u_{\text{вых.0}\sim}$ от $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(0)}$ и $i_{\text{вых.0}}$.

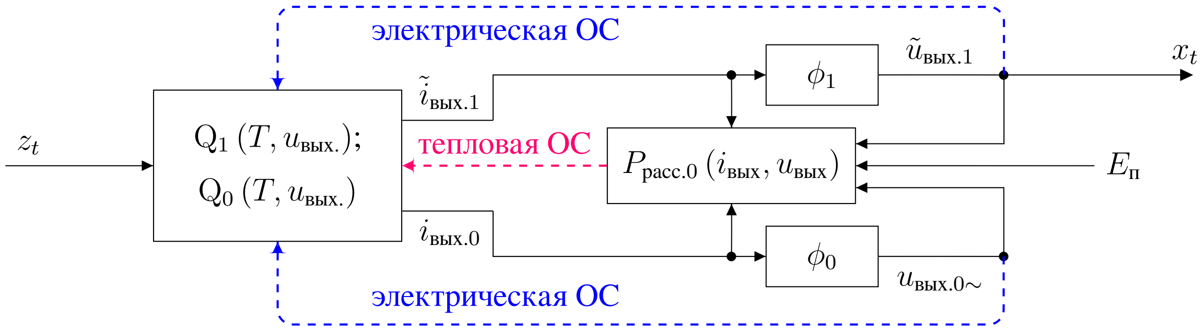


Рисунок 2.9 — Структура видеоэквивалента оператора НИ в УМ с учётом эффектов ОС

Альтернативные варианты учёта ОС в структуре V на основе анализа физической модели УМ предлагались также в [45; 90], однако в [45] не учитывалась избирательность $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(1)}$, а в [90], наоборот, избирательность $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(0)}$.

2.3.1 Связь эффектов обратной связи и памяти

Эффекты электрической и тепловой ОС отвечают за проявление длинной памяти НИ [18; 93]. Термин “длинная память” употребляется для подчеркивания отличия механизмов, отвечающих за возникновение данного эффекта, относительно эффекта короткой памяти НИ, свойственной любому транзисторному УМ за счёт действия внутренней ОС в УЭ [93]. Инерционность последней, как правило, соизмерима с периодом РЧ, и при отсутствии факторов $\widehat{\mathcal{Z}}_f$ и $T(P_{\text{расс}})$ может быть учтена в ВЭ V с помощью функции АМ-АФМ [81].

Основное влияние на характер памяти НИ имеет избирательность ЧХ ВКС и тепловой цепи в области частот, занимаемой спектром $i_{\text{вых}}$, и в первую очередь – составляющими $i_{\text{вых.1}}$ и $i_{\text{вых.0}}$ [18]. В разд. 1.2.3 было показано, что при идеальной резонансной нагрузке УМ ($\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(1)} = \text{const}$; $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(j)} = 0$, $j \neq 1$) зависимость $i_{\text{вых}}(u_{\text{вых}})$ может быть учтена с помощью упрощённой модели (1.8), не обладающей эффектом памяти. В противном случае, комбинированное воздействие линейных искажений за счёт неравномерности $\widehat{\mathcal{Z}}_f$ и нелинейности выходной ВАХ УЭ вызывает эффект памяти НИ.

Выводы по разделу 2

1. При медленной скорости изменения ВЭ сигнала относительно длительности памяти оператора Вольтерры, характеризующего действие УМ на ВЭ сигнала, характер НИ в УМ полностью описывается однозначной функцией АМ-АФМ; в противном случае такое описание оказывается не точным.

2. Для гауссовской модели входного сигнала z выход оператора Вольтерры может быть представлен в виде суммы линейно-искажённой реплики z и некоррелированной с ней аддитивной помехи НИ; в случае НИ без памяти выходной сигнал может быть аналитически разложен на некоррелированные процессы, СПМ которых определяется как $(2p+1)$-кратная свёртка СПМ сигнала на входе нелинейности.

3. Для каскадной модели НИ с памятью аналитически получена ЛПМ оператора ЦПИ, обладающая свойством асимптотически полной достоверности при минимально возможной сложности. Данная модель может служить опорной точкой при оценке потенциальной эффективности алгоритмов идентификации оператора ЦПИ.

4. Для практических приложений сложность базовой ЛПМ Вольтерры должна сокращаться за счёт обоснованного усечения набора её базисных функционалов; усечение происходит в первую очередь за счёт отбрасывания недиагональных элементов исходных функциональных ядер Вольтерры.

5. К эффектам ОС в УМ относятся внутренняя ОС в УЭ, тепловая ОС за счёт термозависимости характеристик УЭ и электрическая ОС за счёт влияния ЧХ ВКС на коэффициент передачи УЭ. Данные эффекты, типичные для любого УМ, не учитываются упрощённой моделью НИ в УМ в виде оператора Винера-Хаммерштейна.

3. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОПЕРАТОРА ЦИФРОВОГО ПРЕДЫСКАЖЕНИЯ

Данный раздел посвящён анализу основных факторов, влияющих на точность идентификации оператора ЦПИ, и разработке подхода к повышению эффективности ЦПИ за счёт оптимизации точности идентификации.

Везде далее архитектура разомкнутой петли ЦПИ и, если специально не оговорено противное, линейно-параметрическая модель (ЛПМ) нелинейного оператора, подлежащего идентификации. Действие ЛПМ на выборку из L отсчётов тестового сигнала z выражается как $H_{\mathbf{z}}\mathbf{c}$, где $H_{\mathbf{z}} = [h_1(\mathbf{z}), \ldots, h_N(\mathbf{z})]$ – матрица размерности $[L \times N]$, столбцы которой представляют собой отклики на z всех N компонентов набора $\mathcal{H}$, характеризующего заданную модель, а $\mathbf{c}$ – вектор параметров модели.

3.1 Постановка задачи идентификации оператора цифрового предыскажения

Определение вектора параметров $\mathbf{c}$ при заданном $\mathcal{H}$ сводится к оптимизационной задаче с функционалом потерь $\Pi(\mathbf{c})$, который должен отражать степень линеаризации оператора $\Lambda = \mathrm{V} \circ \mathrm{S}$, где V – оператор НИ в УМ, S – оператор ЦПИ. Таким функционалом является показатель ВПИ на выходе УМ с учётом линеаризации, так что оптимальный вектор параметров удовлетворяет

$$\mathbf{c}_{\text{опт}} = \operatorname{argmin} \text{ВПИ}(\mathbf{c}). \tag{3.1}$$

Однако для обеспечения удобства построения алгоритма идентификации традиционно используется функционал СКО, измеренный относительно исходного сигнала и сигнала на выходе УМ с ЦПИ:

$$e^2(\mathbf{c}) = \|\mathrm{V}(H_{\mathbf{z}}\mathbf{c}) - \kappa\mathbf{z}\|^2, \tag{3.2}$$

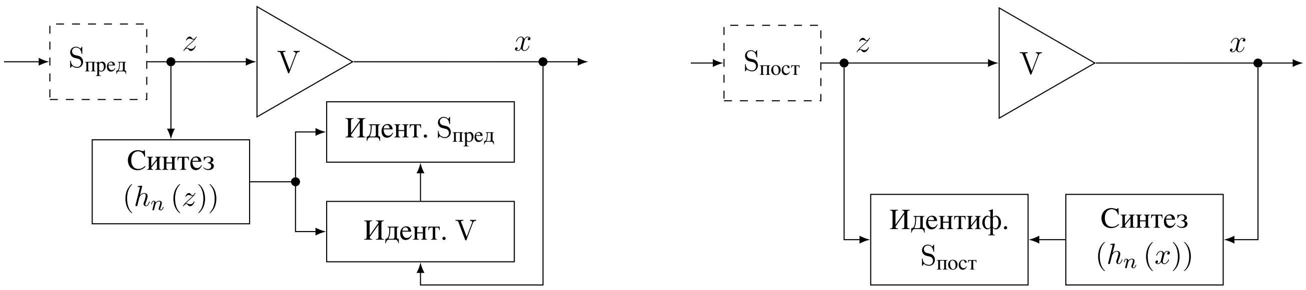
где κ – целевой линеаризованный коэффициент усиления.

Непосредственное применение 3.2 осложнено тем, что оператор НИ в УМ V неизвестен заранее. Практическая реализация оптимизации на основе (3.2) предполагает предварительную идентификацию V и имеет вид

$$e_{\text{п}}^{2}\left(\mathbf{c}\right)=\left\|\sum\nolimits_{n=0}^{N}b_{n}h_{n}\left(H_{\mathbf{z}}\mathbf{c}\right)-\kappa\mathbf{z}\right\|^{2}, \tag{3.3}$$

где $\mathbf{b}$ – вектор параметров модели V, для идентификации которого предварительно должна быть решена отдельная оптимизационная задача [25]. Функционал СКО для данной задачи имеет вид $\|H_{\mathbf{z}}\mathbf{b}-\mathrm{V}\mathbf{z}\|^{2}$.

Минимизации функционала (3.3) соответствует архитектура прямого обучения, схема которой показана на рисунке 3.1а [94]. Её недостатком является необходимость идентификации сразу двух операторов: V и S, причём неточность идентификации V является ошибкой входных данных для идентификации S и зачастую вносит определяющий вклад в итоговую точность идентификации и эффективность ЦПИ [34]. Ввиду нелинейности отображения $\mathbf{c}\mapsto\Lambda(\mathbf{c})\,z$ минимизация (3.3) требует использования методов нелинейной оптимизации, таких как метод Ньютона [25; 95] или техник машинного обучения [31; 96].



а) Прямое обучение б) Непрямое обучение

Рисунок 3.1 — Архитектуры прямого и непрямого обучения процедуры идентификации ЦПИ

С целью упрощения широко применяется архитектура непрямого обучения (рисунок 3.1б), где проблема идентификации сводится к решению классической задачи ортогонального проектирования:

$$e_{\text{н}}^{2}\left(\mathbf{c}\right)=\left\|H_{\mathbf{x}}\mathbf{c}-\mathbf{z}\right\|^{2},\qquad \mathbf{x}=\mathrm{V}\mathbf{z}, \tag{3.4}$$

где матрица $H_{\mathbf{x}}$ генерируется выходным сигналом УМ.

Функционал потерь (3.4) отражает СКО обращения справа, или *постобращения*, в то время как полученный оператор $\mathrm{S}_{\text{пост}}$ используется в качестве обращения слева, или *предобращения* ($\mathrm{S}_{\text{пред}}$), в процессе линеаризации [24]. Метод идентификации, построенный на основе минимизации (3.4) и соответствующий непрямому обучению по методу наименьших квадратов (НК), т.е. с критерием минимальной СКО пост-обращения, будет далее сокращённо обозначаться как метод НО/НК.

Формула идентификации вектора параметров в базовой реализации метода НО/НК имеет вид:

$$\mathbf{c}=R^{-1}H_{\mathbf{x}}^{\mathrm{H}}\mathbf{z}, \tag{3.5}$$

где $R = H_{\mathbf{x}}^{\mathrm{H}} H_{\mathbf{x}}$.

Помимо поблоковой обработки, минимизация (3.4) может выполняться с помощью рекурсивных алгоритмов [20; 97]. Тем не менее, при достаточно большом L и пренебрежимом изменении характера НИ на длительности одного блока рекурсивные методы не дают преимуществ в точности идентификации относительно поблоковой обработки [8].

3.1.1 Проблема потерь точности идентификации

Точность метода НО/НК ограничена из-за несоответствия между минимизируемым и фактическим функционалами потерь: $\operatorname{argmin} e_{\text{н}}^2(\mathbf{c}) \neq \operatorname{argmin} \text{ВПИ}(\mathbf{c})$. Несоответствие объясняется как нелинейной зависимостью между СКО и ВПИ, так и фактором непрямого обучения, поскольку в общем случае $\mathrm{V} \circ \mathrm{S} \neq \mathrm{S} \circ \mathrm{V}$, т.е. $\mathrm{S}_{\text{пост}} \neq \mathrm{S}_{\text{пред}}$ [27]. Кроме того, метрики СКО (3.2)-(3.4) учитывают как нелинейную, так и линейную составляющую сигнала ошибки. Последняя часто является несущественной для задачи линеаризации УМ, но влияет на точность идентификации, вызывая её деградацию при использовании упрощённых моделей $\mathcal{H}$.

Другим фактором, ограничивающим точность НО/НК-идентификации, является нестабильность численного алгоритма решения (3.5) в условиях плохой обусловленности R. Борьбе с данным источником потерь посвящена широко разработанная теория линейных некорректных задач [98; 99], что мотивирует использование её результатов применительно к идентификации оператора ЦПИ. Эквивалентом ошибки наблюдений входных данных здесь является неполная достоверность ЛПМ $\mathcal{H}$ относительно идеального оператора ЦПИ V^{-1}. Обозначая вектор входной ошибки как $\delta_{\text{д}} = \mathbf{z} - H_{\mathbf{x}} \mathbf{c}_{\text{опт}}$, где $\mathbf{c}_{\text{опт}}$ удовлетворяет (3.1), исходное уравнение идентификации $\mathbf{c}$ в архитектуре НО выражается в виде [87]:

$$H_{\mathbf{x}} \mathbf{c} = H_{\mathbf{x}} \mathbf{c}_{\text{опт}} + \delta_{\text{д}}. \tag{3.6}$$

Взаимосвязь между выходной ошибкой НК-решения (3.6) и входной ошибкой $\delta_{\text{д}}$ выражается как:

$$\delta_{\text{нк}} = \sum\nolimits_{n=1}^{N} \varsigma_n^{-1} \upsilon_n^{\mathrm{H}} H_{\mathbf{x}}^{\mathrm{H}} \delta_{\text{д}} \upsilon_n, \tag{3.7}$$

где υ_n – набор собственных векторов R, а ς_n и ς_n^{-1} – спектр матриц R и R^{-1} соответственно. Коэффициент обусловленности $\mathsf{cond}(R) = \max(\varsigma_n) / \min(\varsigma_n)$ выражает чувствтительность НК-решения к $\delta_{\text{д}}$ [100].

Вектор ошибки $\delta_{\text{нк}}$, как правило, имеет высокочастотный характер вследствие возрастания вариации векторов υ_n по мере ослабления ς_n, а его размах увеличивается при увеличении количества слабых собственных чисел R, что обыкновенно имеет место при большом N [99]. За счёт использования непрямого обучения на $\delta_{\text{нк}}$ фактически влияет достоверность модели *относительно постобращения*:

$$\delta_{\text{д}}^{\text{пост}} = \mathbf{z} - H_{\mathbf{x}} \operatorname{argmin} e_{\text{н}}^2 (\mathbf{c}) \,, \tag{3.8}$$

что связывает данный источник неточности идентификации с неоптимальностью минимизируемого функционала потерь.

Известным подходом к повышению устойчивости решения НО/НК к $\delta_{\text{д}}, \delta_{\text{д}}^{\text{пост}}$ является видоизменение нормального уравнения $R\mathbf{c} = H_{\mathbf{x}}^{\text{H}}\mathbf{z}$ с целью улучшения его обусловленности, что известно как регуляризация линейного уравнения [87]. Такой шаг приводит к смещению решения $\mathbf{c}$, выражаемого ошибкой регуляризации $\delta_{\text{рег}}$. Величина $\delta_{\text{рег}}$ не зависит от входных данных, но в общем случае растёт пропорционально N [100].

Потери эффективности линеаризации, вызванные неточностью идентификации, складываются из величин $\varepsilon_{\text{д}} = \inf_{\mathbf{c}} \text{ВПИ}\,(\mathbf{c}, \mathcal{H})$, характеризующей неполную достоверность модели $\mathcal{H}$ относительно V^{-1}, и $\varepsilon_{\text{и}} = \text{ВПИ}\,(\mathbf{c}_{\text{опт}}) - \text{ВПИ}\,(\mathbf{c})$, характеризующей совокупное влияние неоптимальности минимизируемого функционала потерь, чувствительности численного алгоритма минимизации к величине $\delta_{\text{д}}$ и смещения регуляризации. Эскиз зависимости $\varepsilon_{\text{д}}$ и $\varepsilon_{\text{и}}$ от N приведён на рисунке 3.2.

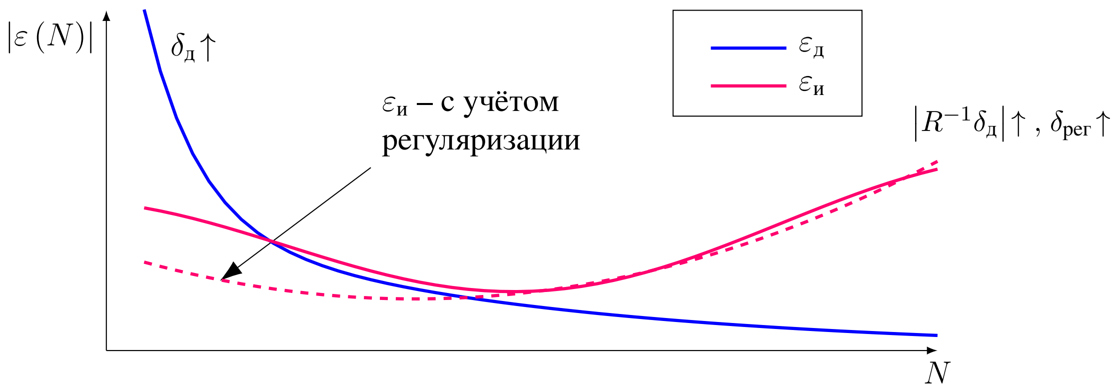


Рисунок 3.2 — Эскиз зависимости потерь $\varepsilon_{\text{д}}$ и $\varepsilon_{\text{и}}$ от N для метода НО/НК

Пунктиром на рисунке 3.2 обозначено, что максимальный ожидаемый выигрыш от регуляризации приходится на область малой и умеренной сложности, где имеет место значительная ошибка $\delta_{\text{д}}$. С ростом N снижается $\delta_{\text{д}}$, и одновременно растёт $\delta_{\text{рег}}$, что затрудняет получение выигрыша регуляризации. Возможные потери точности при большом N обусловлены недостаточно быстрым спадом $\delta_{\text{д}}$ по мере роста N, что характеризует избыточную сложность $\mathcal{H}$.

3.2 Средства повышения точности идентификации

Простейшими средствами регуляризации НК-решения являются диагональная предобработка $H_{\mathbf{x}}$, т.е. нормировка базисных функционалов $h_n(\mathbf{x})$, и осреднение R и $H_{\mathbf{x}}^{\mathrm{H}}\mathbf{z}$ по нескольким выборкам тестовых сигналов [99].

Выбор оптимального набора коэффициентов (d_n) диагональной предобработки вида $h_n(\mathbf{x}) \mapsto d_n h_n(\mathbf{x})\,,\ 1 \le n \le N$ по критерию минимизации $\mathsf{cond}\,(H_{\mathbf{x}}D)$, вообще говоря, является трудной задачей [101]. Тем не менее, известно, что нормировка $h_n(\mathbf{x})$ к единичной квадратной норме, выражаемая как

$$H_{\mathbf{x}}D' = H_{\mathbf{x}}\left(\frac{1}{L}\mathsf{diag}R\right)^{-\frac{1}{2}}, \tag{3.9}$$

гарантирует, что $\mathsf{cond}\,(H_{\mathbf{x}}D')$ не превышает абсолютный минимум по всем диагональным матрицам D более чем в $\sqrt{N}$ раз [102].

Учёт осреднения и диагональной предобработки в нормальном уравнении может быть выражен как:

$$\langle R\rangle\mathbf{c}' = \langle D'H^{\mathrm{H}}\mathbf{z}\rangle, \tag{3.10}$$

где символ $\langle\,\cdot\,\rangle$ выражает осреднение заданной переменной по нескольким выборкам тестовых сигналов $\mathbf{z}$ и $\mathbf{x}$. Для компенсации искажения исходного уравнения вследствие предобработки требуется последующий пересчёт вектора параметров $\mathbf{c}'$, соответствующего решению (3.10), согласно

$$\mathbf{c} = \langle D'\rangle\mathbf{c}'. \tag{3.11}$$

Для учёта фактора неоптимальности минимизируемого функционала потерь метода НО/НК в [27] было предложено использование предобработки тестового сигнала $\mathbf{x}$ с помощью линейного оператора Υ. Данный подход известен в теории линейных некорректных задач, где он рассматривается в связи с оптимизацией сходимости итеративных методов регуляризации [99]. С учётом предобработки исходный функционал потерь (3.4) приобретает вид

$$e_{\text{н}}^2(\mathbf{c},\Upsilon) = \|H_{\Upsilon\mathbf{x}}\mathbf{c} - \mathbf{z}\|^2, \qquad \mathbf{x} = \Upsilon\mathbf{z}. \tag{3.12}$$

Как пример предобработки можно рассматривать синхронизацию тестовых сигналов перед их подачей на вход алгоритма идентификации. Наличие рассинхронизации τ приводит к изменению

$\mathrm{S}_{\text{пост}}$. Так, для безынерционной нелинейности Q:

$$\mathrm{Q}z\left(kT_{\text{д}}+\tau\right)=\theta_{\tau}\mathrm{Q}z\left(kT_{\text{д}}\right).$$

В случае, если τ кратно $T_{\text{д}}$, линейный оператор θ_{τ} сводится к задержке $\mathrm{Q}z$ на целое количество отсчётов. Однако в общем случае это не так, и размер ИХ θ_{τ} увеличивается аналогично примеру на рисунке 3.3а. При этом пост-обращение $\mathrm{S}_{\text{пост}}=\mathrm{Q}^{-1}\theta_{-\tau}$ оказывается нелинейностью с памятью, характеризующейся симметричными ядрами Вольтерры. Таким образом, оператор $\Upsilon=\theta_{-\tau}$ в данном случае обеспечивает подстройку синхронизации z и x и одновременно упрощает структуру пост-обращения.

Как средство повышения точности идентификации в [86] также предлагалась ортогонализация модели $\mathcal{H}$ с целью приведения R к диагональному виду. Однако применимость данного подхода ограничена в основном простейшими ЛПМ, ортогонализация базиса которых может выполняться предварительно при известной ФПВ тестового сигнала. При этом последнее условие, очевидно, не выполняется в условиях архитектуры непрямого обучения.

В [27] было предложено использование метода регуляризации А. Н. Тихонова в качестве средства повышения точности идентификации оператора ЦПИ. Ниже будет показано, что как средства регуляризации можно также рассматривать снижение частоты дискретизации тестовых сигналов для идентификации $F_{\text{д}}^{\text{и}}$ и усечение сложности базовой ЛПМ Вольтерры $\mathcal{H}_{M}^{\mathrm{V}}$, используемой для построения оператора ЦПИ.

3.2.1 Регуляризация А. Н. Тихонова

Принцип метода регуляризации, предложенного А. Н. Тихоновым [98], состоит в замещении R^{-1} в (3.5) *регуляризирующим оператором* $\mathcal{R}_{\lambda}$ [100]. При этом в отличие от других рассматриваемых ниже подходов, действие регуляризации Тихонова не затрагивает правую часть нормального уравнения. Классический метод регуляризации Тихонова А. Н. заключается в ослаблении ς_{n}^{-1} в (3.7) пропорционально n и параметру регуляризации λ [98]. Увеличение λ стабилизирует решение относительно влияния $\delta_{\text{д}}$, а при $\lambda\to 0$ имеет место $\mathcal{R}_{\lambda}\to R^{-1}$.

Вносимая ошибка регуляризации выражается как

$$\delta_{\text{рег}}=\mathbf{c}_{\text{опт}}-\mathcal{R}_{\lambda}H^{\mathrm{H}}\mathbf{z}=\left(\mathrm{I}-\mathcal{R}_{\lambda}R\right)\mathbf{c}_{\text{опт}}-\mathcal{R}_{\lambda}H_{\mathbf{x}}^{\mathrm{H}}\delta_{\text{д}},\tag{3.13}$$

так что при малом λ преобладает влияние компонента $\mathcal{R}_\lambda H_{\mathbf{x}}^{\mathrm{H}} \delta_{\text{д}}$, а при большом, с учётом $\left\| H_{\mathbf{x}}^{\mathrm{H}} \mathbf{c}_{\text{опт}} \right\|^2 \gg \|\delta_{\text{д}}\|^2$, – влияние компонента $(\mathrm{I} - \mathcal{R}_\lambda R)\, \mathbf{c}_{\text{опт}}$, который вызван искажением R^{-1} и растёт пропорционально λ.

Наиболее распространён выбор $\mathcal{R}_\lambda = (R + \lambda I)^{-1}$, при котором минимизируемый функционал потерь и соответствующее НК-решение имеют вид:

$$\begin{aligned} e_{\text{н}}^2(\mathbf{c}) &= \|H_{\mathbf{x}} \mathbf{c} - \mathbf{z}\|^2 + \lambda \|\mathbf{c}\|^2, \\ \mathbf{c} &= (R + \lambda I)^{-1} H_{\mathbf{x}}^{\mathrm{H}} \mathbf{z}. \end{aligned} \tag{3.14}$$

Выражение (3.14) соответствует методу Тихонова с поправочным функционалом $\|\mathbf{c}\|^2$ [98]. Среди альтернативных вариантов поправочных функционалов можно выделить функционал $\sum_n \|c_n - c_{n-1}\|^2$, который учитывает размах колебаний коэффициентов решения [99].

Принцип замещения R^{-1} оператором $\mathcal{R}_\lambda$ может быть также реализован с помощью итеративных методов, которые основаны на приближении $\mathbf{c}$ с помощью элементов $\mathbf{c}_k$ подпространств Крылова $\mathcal{K}_k\left(R, H_{\mathbf{x}}^{\mathrm{H}} \mathbf{z}\right) = \mathcal{O}\left\{H_{\mathbf{x}}^{\mathrm{H}} \mathbf{z}, R H_{\mathbf{x}}^{\mathrm{H}} \mathbf{z}, \ldots, R^{k-1} H_{\mathbf{x}}^{\mathrm{H}} \mathbf{z}\right\}$ [100]:

$$\mathbf{c} = \sum_{j=0}^{n_{\text{ит.}}-1} \xi_{j n_{\text{ит}}} R^j H_{\mathbf{x}}^{\mathrm{H}} \mathbf{z}, \tag{3.15}$$

Соответствующий оператор регуляризации имеет вид $\mathcal{R}_{1/n_{\text{ит}}} = \sum_{j=0}^{n_{\text{ит}}-1} \xi_{j n_{\text{ит}}} R^j$. Параметр регуляризации определяется числом итераций: $\lambda = 1/n_{\text{ит}}$, а способ определения коэффициентов $(\xi_{j n_{\text{ит}}})$ зависит от типа итеративного алгоритма. Существенным отличием (3.15) от (3.14) является отсутствие необходимости выполнять обращение матрицы. Простейшим итеративным алгоритмом является градиентный метод, в котором коэффициенты $(\xi_{j n_{\text{ит}}})$ фиксированы и не зависят от правой части (3.5): $\mathbf{c}_k = \mathbf{c}_{k-1} + \left(H_{\mathbf{x}}^{\mathrm{H}} \mathbf{z} - R \mathbf{c}_{k-1}\right)$ [100]. Повышение эффективности алгоритма можно достичь при учёте правой части (3.5) для формирования ортогональной проекции $\mathbf{c}$ на $\mathcal{K}_{n_{\text{ит}}}\left(R, H_{\mathbf{x}}^{\mathrm{H}} \mathbf{z}\right)$, что известно как метод сопряжённых градиентов (СГ) [95]:

$$\mathbf{c}_k = \mathbf{c}_{k-1} + \alpha_k \left[H_{\mathbf{x}}^{\mathrm{H}} \mathbf{z} - R \mathbf{c}_{k-1} + \frac{\beta_{k-1}}{\alpha_{k-1}} (\mathbf{c}_{k-1} - \mathbf{c}_{k-2}) \right], \tag{3.16}$$

где коэффициенты (α_k, β_k) определяются рекуррентно исходя из минимизации $\left\| R \mathbf{c}_k - H_{\mathbf{x}}^{\mathrm{H}} \mathbf{z} \right\|^2$.

3.2.2 Выбор компонентов модели и частоты дискретизации

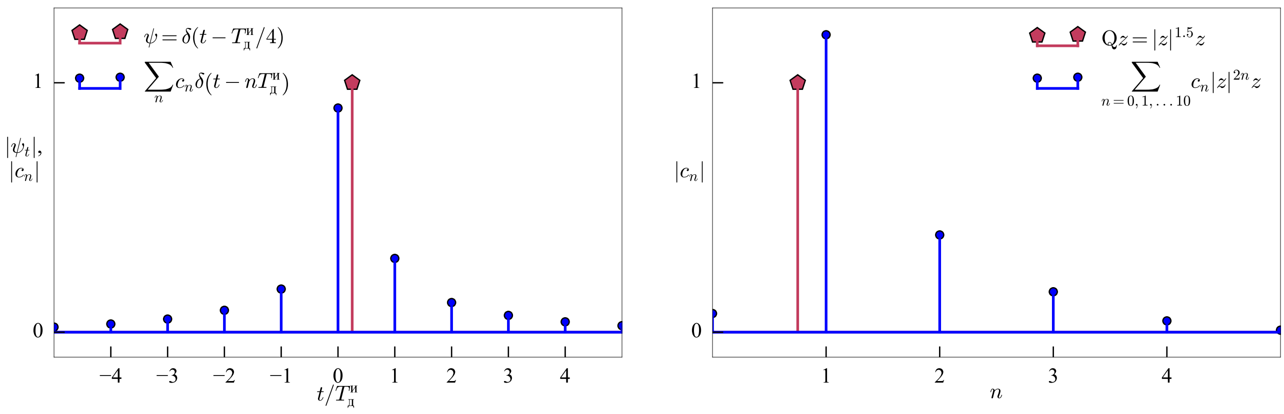
Оптимально выбранный набор базисных составляющих ЛПМ $\mathcal{H}$, используемую для представления S, обеспечивает максимальную потенциальную достоверность S относительно идеального оператора ЦПИ $\mathrm{S}^* = \mathrm{V}^{-1}$ при минимальном N. В качестве исходного базиса, из которого должен быть произведён отбор N составляющих $\mathcal{H}$, в общем случае следует рассматривать множество кросс-произведений

$$\mathcal{H}' = \left\{ x_{t-\tau_1}^{r_1} x_{t-\tau_2}^{*r_2} \cdots x_{t-\tau_p}^{r_p},\ r_p \in \mathbb{R}, \tau_p \in \mathbb{R}, p \in \mathbb{N} \right\}, \tag{3.17}$$

где как сдвиги τ_p, так и показатели степеней r_p могут принимать любые значения на вещественной прямой. Таким образом, для каждого выбранного из $\mathcal{H}'$ кросс-произведения необходимо оптимальным образом определить его размерность p и выполнить дискретизацию в $\mathbb{R}^{2p}$, назначив фиксированные значения (r_j, τ_j), $1 \leq j \leq p$. Подобную дискретизацию принято относить к подходам проеционной регуляризации [98].

Оптимальной стратегией решения некорректных задач идентификации является выполнение дискретизации $\mathcal{H}'$ одновременно с минимизацией функционала потерь [98; 99]. Для реализации данной стратегии могут использоваться продвинутые методы машинного обучения [31], которые однако выходят за рамки настоящей работы. Основанием для раздельного выполнения шагов дискретизации $\mathcal{H}'$ и минимизации функционала потерь служит свойство оператора Вольтерры в дискретном временивоспроизводить действие широкого класса нелинейных операторов при том, что разложение (2.25) являет собой пример регулярной дискретизации (3.17) с $p \in \{0,1,\ldots,P\}$, $r_p \equiv 1$ и $\tau_p \in \left\{0, 1/F_{\text{д}}^{\text{и}}, \ldots, M/F_{\text{д}}^{\text{и}}\right\}$. В связи с этим обосновано изначально рассматривать в качестве $\mathcal{H}'$ модель Вольтерры $\mathcal{H}_M^{\mathrm{V}}$ и фиксировать частоту дискретизации применения ЦПИ $F_{\text{д}}^{\text{цпи}}$, которая, в свою очередь, определяет ограничение $F_{\text{д}}^{\text{и}} \leq F_{\text{д}}^{\text{цпи}}$. При этом отбор N составляющих $\mathcal{H}$ сводится к усечению $\mathcal{H}_M^{\mathrm{V}}$ по максимальным степени нелинейности P и глубине памяти M, а также введение иных параметров усечения, рассмотренных в разд. 2.2.3 [30; 31].

Предварительная регулярная дискретизация $\mathcal{H}'$ в общем случае требует увеличение N для обеспечения заданной достоверности модели. Этот эффект отражён на рисунке 3.3 на примерах разложений дельта-функции $\psi = 1_{t-T_{\text{д}}/4}$ в базисе сдвигов $\mathcal{H}^{\mathrm{V}}(0) = \{z_{t-nT_{\text{д}}}\}$ и нелинейности $\mathrm{Q}z = |z|^{1.5} z$ в базисе $\mathcal{H}_0^{\mathrm{V}}$, причём в обоих случаях n – целое, а параметры c_n рассчитаны методом НК с помощью тестового сигнала z в виде ГСП с $W = F_{\text{д}}^{\text{и}}$.



а) Дискретизация по времени: $T_д^и = 1/F_д^и$, $\mathcal{H} = \mathcal{H}^{\mathrm{V}}(0)$

б) Дискретизация по степени нелинейности, $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0^{\mathrm{V}}$

Рисунок 3.3 — Влияние дискретизации модели $\mathcal{H}$ на её требуемый размер

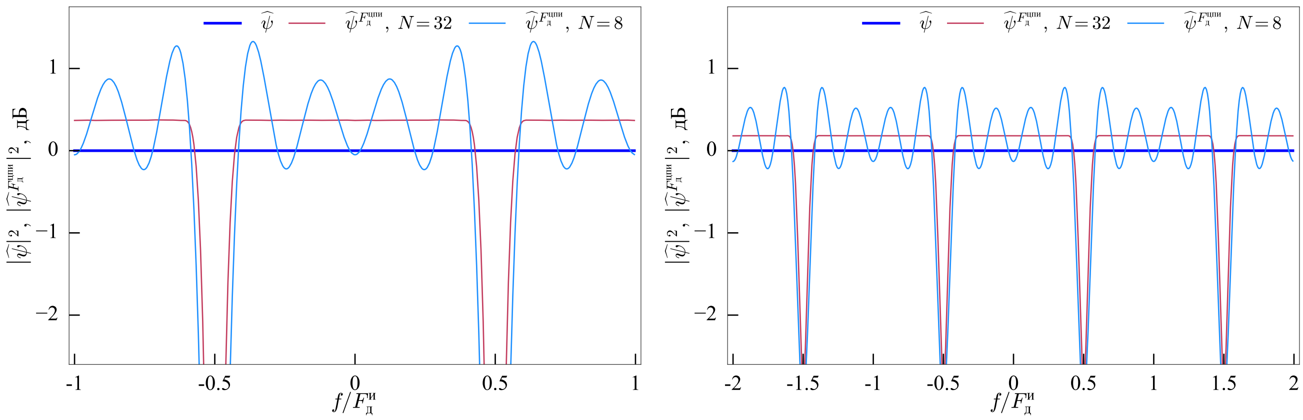
Согласование $F_д^и$ и $F_д^{цпи}$ перед применением оператора ЦПИ происходит путём интерполяции функциональных ядер $\mathrm{S}^{F_д^и}$ в $F_д^{цпи}/F_д^и$ раз. Стандартным подходом к интерполяции является простановка нулей между соседними отсчётами ядер $\mathrm{S}_p^{F_д^и}$ [24]:

$$\mathrm{S}_p^{F_д^{цпи}}(m_1, \ldots, m_{2p+1}) = \begin{cases} \mathrm{S}_p^{F_д^и}(n_1, \ldots, n_{2p+1}), & \text{если } \forall i : m_i = n_i F_д^{цпи}/F_д^и, \\ 0, & \text{иначе}, \end{cases} \tag{3.18}$$

что соответствует $F_д^и$-периодическому продолжению ЧХ $\widehat{\mathrm{S}}_p^{F_д^и}$ в $\left[-F_д^{цпи}/2, F_д^{цпи}/2\right]$.

Использование подхода (3.18) обосновано тем, что, согласно следствию **2** разд. 2.1.3, характер НИ не зависит от поведения $\widehat{\mathrm{S}}$ вне полосы W, где $W \leq F_д^и$. Тем не менее, из-за неточности тригонометрической аппроксимации при ограниченном N ЧХ $\widehat{\mathrm{S}}_p^{F_д^и}$ неизбежно содержат пульсации в полосе W [83]. Для иллюстрации данных искажений можно вновь воспользоваться примером аппроксимации $\psi = 1_{t-T_д/v}$ с помощью оператора $\psi^{F_д^и}$, построенного на основе ЛПМ $\mathcal{H}^{\mathrm{V}}(0)$. На рисунке 3.4 показаны ЧХ операторов $\psi^{F_д^{цпи}}$, пересчитанных из $\psi^{F_д^и}$ по (3.18). Наибольшая неравномерность ЧХ приходится на области частот, кратные $F_д^и$. При этом увеличение сложности аппроксимирующего оператора $\psi^{F_д^и}$ отражается на интенсивности искажений в данной области меньше, чем в области $|f| < F_д^и/2$, где искажения устраняются при $N = 32$. Данные результаты согласуются с эмпирическим выводом о том, что минимальная $F_д^и$ для оператора ЦПИ незначительно превышает частоту Найквиста относительно неискажённого сигнала [24].

Помимо рассмотренных выше потерь достоверности $\varepsilon_д$ за счёт неточности аппроксимации S^* снижение $F_д^и$ также отражается на точности идентификации метода НО/НК, выражаемое $\varepsilon_и$. Это объясняется тем, что поскольку входным тестовым сигналом при идентификации пост-обращения является $\mathbf{x} = \mathrm{V}\mathbf{z}$, выбор $F_д^и < (2p+1)\,W$ приводит к искажениям составляющих $\mathrm{V}_j\mathbf{z}$ для $j > p$ [103].



а) $F_д^{цпи}/F_д^и = 2$ б) $F_д^{цпи}/F_д^и = 4$

Рисунок 3.4 — Искажения ЧХ $\psi^{F_д^{цпи}}$ при ограничении $F_д^и$ и N

При регулярной дискретизации $\mathcal{H}'$ влияние выбора $F_д^и$ на $\varepsilon_д$ зависит от глубины памяти S^*. При короткой памяти S^* более высокая разрешающая способность модели во времени при увеличении $F_д^и$ может позволить снизить $\varepsilon_д$ при приемлемой обусловленности R. Наоборот, в случае глубокой памяти снижение $F_д^и$ позволяет охватить больший интервал инерционности при заданном N [30]. При этом за счёт улучшения обусловленности R одновременно снижается $\varepsilon_и$.

Таким образом, при регулярной дискретизации $\mathcal{H}$ выбор $F_д^и$ должен обеспечивать компромисс между $\varepsilon_д$ и $\varepsilon_и$ при заданном N, а его оптимальное по критерию максимальной достоверности значение зависит от характеристик S^* и $\mathbf{z}$. Известны лабораторные результаты, где данный компромисс достигался при $1.5W \le F_д^и \le 4W$ [24; 36].

3.2.3 Использование априорных данных о характере нелинейных искажений

Повышение эффективности ЦПИ может быть достигнуто за счёт использования априорных сведений о структуре V. Примером такого подхода служит введение петли СВ в модель ЦПИ с целью компенсации эффекта ОС в УЭ [41] либо блока компенсации термозависимости характеристик УЭ [104]. Обратной стороной вносимой таким образом специализации ЦПИ является снижение степени универсальности линеаризатора.

Априорной информацией о характере НИ в УМ, дающей обоснование рассматриваемым ниже средствам повышения эффективности ЦПИ, является справедливость модели ВХ (2.10) для описания V.

Использование предобработки тестовых сигналов. Потенциальная эффективность предобработки может быть проиллюстрирована на примере построения ЦПИ для $\mathrm{V}^{вх}$ на основе оператора Хаммерштейна $\mathrm{S}^{\mathrm{x}} = \psi^{-1} \circ \mathrm{Q}^{-1}$. Для тандема, составленного из $\mathrm{V}^{\text{вх}}$ и S^{x}, имеет место несоответствие СКО относительно пред- и постобращения за счёт действия линейной системы ϕ:

$$\begin{cases} \Lambda\left(\mathrm{S}^{\mathrm{x}}\right) & = \mathrm{V}^{\text{вх}} \circ \mathrm{S}^{\mathrm{x}} = \phi & \text{(линейный оператор)}, \\ \Lambda_{\text{пост}}\left(\mathrm{S}^{\mathrm{x}}\right) & = \mathrm{S}^{\mathrm{x}} \circ \mathrm{V}^{\text{вх}} = \psi^{-1} \circ \mathrm{Q}^{-1} \circ \phi \circ \mathrm{Q} \circ \psi & \text{(нелинейный оператор)}. \end{cases} \tag{3.19}$$

Из первого выражения в (3.19) следует, что модель $\mathcal{H}_M^{\text{п}}$ обладает достаточной достоверностью для линеаризации V. Однако если $\mathbf{c}'$ – набор параметров, определяющий S^{x}, то, согласно второму выражению в (3.19), в общем случае $\mathbf{c}' \neq \operatorname{argmin} e_{\text{н}}^2\left(\mathbf{c}\right)$, где $e_{\text{н}}^2\left(\mathbf{c}\right)$ – минимизируемый функционал НО/НК-идентификации S^{x} согласно (3.4).

Средством решения данной проблемы является компенсация действия ϕ путём введения оператора предобработки $\Upsilon = \phi^{-1}$ для $\mathbf{x}$, так что $\Upsilon x = \mathrm{Q} \circ \psi z$. Тогда

$$\Lambda_{\text{пост}}\left(\mathrm{S}^{\mathrm{x}} \circ \Upsilon\right) = \mathrm{S}^{\mathrm{x}} \circ \Upsilon \circ \mathrm{V}^{\text{вх}} = \mathrm{I}, \tag{3.20}$$

что позволяет приблизить результат НО/НК-идентификации к S^{x} за счёт приближения $\operatorname{argmin}_{\mathbf{c}} e_{\text{н}}^2\left(\mathbf{c}, \Upsilon\right)$ к $\mathbf{c}'\left(P\right)$.

Линейная система ϕ в данном примере может в первом приближении рассматриваться как ВЭ АЧХ УМ в основной полосе сигнала. Таким образом, предобработка в данном случае заключается в предварительной компенсации линейных искажений тракта УМ перед выполнением идентификации S.

В том случае, если при малом $|z|$ справедлива аппроксимация $\mathrm{V}z \approx \phi z$, допустимо предположить возможность точной идентификации $\Upsilon = \phi^{-1}$. При этом критерием выполнения (3.20) является совпадение ЧХ $\widehat{\Upsilon}$ и $\widehat{\phi^{-1}}$ в достаточно широкой полосе частот, учитывающей ВПИ за счёт нелинейности Q [33].

Идентификация каскадной модели ЦПИ. Представление S^{x} в виде ЛПМ, необходимое для применимости метода НО/НК, неизбежно связано с неточностью полиномиальной аппроксимации при ограниченном P, величина которой зависит от интенсивности НИ. Для компенсации потерь, вызванных данным фактором, в структуре S^{x} может быть выделен блок безынерционной нелинейности Q^{-1} и представлен далее в виде табличной модели [33].

Определение Q^{-1} требует выполнения раздельной идентификации табличной модели прямой нелинейности Q. Так, если для оператора Q имеет место табличное представление

$$\mathrm{Q} \sim \left\{\left(a_i\right), \left(\mathrm{A}\left(a_i\right) e^{j\Phi\left(a_i\right)}\right)\right\}, \quad 1 \leq i \leq L_q, \tag{3.21}$$

где $\{a_i\}$ – набор амплитуд, L_q – размер таблицы, то соответствующее табличное представление обратного оператора имеет вид:

$$\mathrm{Q}^{-1} \sim \left\{ \left(\mathrm{A}\left(a_i\right)\right), \left(a_i e^{-j\Phi(a_i)}\right) \right\}, \quad 1 \le i \le L_q. \tag{3.22}$$

Выражения (3.21)-(3.22) соответствуют идентификации Q^{-1} согласно архитектуре прямого обучения , что позволяет устранить потери из-за неоптимальности минимизируемого функционала НО/НК; при этом за счёт безынерционности Q допустим выбор $F_{д}^{и} = W$ без потери точности идентификации [33].

Раздельная идентификация Q в условиях проявления памяти V является нетривиальной задачей. Для её решения в [33] было предложено использование специального тестового сигнала z' в виде последовательности дельта-функций со скважностью $M_{\max}$, превышающей ожидаемую глубину памяти V:

$$z'_k = \sum\nolimits_{l=0}^{L_q} l\Delta_a 1_{k-lM_{\max}}, \tag{3.23}$$

где Δ_a – шаг расстановки a_i в (3.21), $L_q M_{\max}$ – размер тестового вектора $\mathbf{z}'$.

Полученная оценка Q^{-1} учитывается в новом операторе предобработки Υ' перед вторым шагом идентификации, задачей которого является определение ψ^{-1}:

$$\begin{cases} \psi^{-1} & = \operatorname{argmin}_g \left\| g\mathbf{x}' - \mathbf{z} \right\|^2, \\ \mathbf{x}' & = \Upsilon' \mathbf{x}, \end{cases} \qquad \Upsilon' = \mathrm{Q}^{-1} \circ \phi^{-1}, \tag{3.24}$$

где $\mathbf{x}'$ – входной тестовый сигнал 2-ого шага идентификации с учётом предобработки.

Важно отметить, что выбор каскадной структуры оператора ЦПИ требует учёта характера ЧХ ψ^{-1} в полосе сигнала $\mathrm{Q}^{-1}z$, т.е. выбора $F_{д}^{и}$ исходя из условия $F_{д}^{и} \gg W$. В противном случае эффективность каскадной модели ЦПИ снижается как за счёт пульсаций $\widehat{\psi^{-1}}$, так и за счёт эффектов наложения спектра $\mathrm{Q}^{-1}z$ при $F_{д}^{и}$-периодической структуре $\widehat{\psi^{-1}}$ после увеличения частоты дискретизации ИХ ψ^{-1} с $F_{д}^{и}$ до $F_{д}^{цпи}$, как показано на рисунке 3.4. Тем не менее, повышение $F_{д}^{и}$ не столь критично отражается на обусловленности задачи идентификации ψ^{-1} вследствие её относительно малой размерности и отсутствия нелинейных компонентов в соответствующей ЛПМ $\mathcal{H}^{\mathrm{V}}(0)$.

3.2.4 Метод обобщённой регуляризации

По аналогии с регуляризацией Тихонова действие усечения $\mathcal{H}$ и снижения $F_\text{д}$ можно рассматривать как "жёсткую" фильтрацию спектра ς_n^{-1} в (3.7) с полным подавлением нежелательных составляющих. Действие каждого из этих трёх подходов может быть выражено с помощью параметра регуляризации λ, определяющего интенсивность проявления регуляризирующего эффекта [27]. В связи с этим можно определить параметр обобщённой регуляризации в виде трёхкомпонентного вектора: $\boldsymbol{\lambda} = \{\lambda_\text{т}, \lambda_\text{у}, \lambda_F\}$, где $\lambda_\text{т}$ – параметр регуляризации Тихонова, а $\lambda_\text{у}$ и λ_F – параметры регуляризации за счёт усечения $\mathcal{H}$ и снижения $F_\text{д}^\text{и}$, которые выражаются как:

$$\lambda_\text{у} = 1 - N_\text{у}/N, \qquad \lambda_F = 1 - F_\text{д}^\text{и}/F_\text{д}^\text{цпи}, \tag{3.25}$$

где N и $N_\text{у}$ – сложность соответственно базовой ($\mathcal{H}'$) и усечённой ($\mathcal{H}$) ЛПМ.

Нелинейные взаимосвязи между вектором параметров $\mathbf{c}$, а также оптимизируемым и фактическим функционалами потерь приводят к тому, что широко разработанные в линейной теории подходы к определению оптимального λ (напр. принцип невязки Морозова [98; 100]) оказываются в строгом смысле неприменимы к проблеме НО/НК-идентификации оператора ЦПИ. Тем не менее, вектор $\boldsymbol{\lambda}$ можно использовать в качестве параметра для косвенной подстройки $\mathbf{c}$ относительно НК-решения (3.5), что даёт преимущество в значительном снижении числа неизвестных по сравнению с непосредственной оптимизацией $(\mathcal{H}, \mathbf{c})$. Этот факт важен для практических приложений, где большая роль отводится подбору параметров опытным путём [98].

Метод обобщённой регуляризации, направленный на повышение эффективности ЦПИ за счёт подстройки результата НО/НК-идентификации, учитывающей неточность её базового варианта, заключается в совместной оптимизации параметров $F_\text{д}^\text{и}$, λ_t, а также усечения базовой ЛПМ $\mathcal{H}'$, в качестве которой рассматривается модель Вольтерры.

В число параметров обобщённой регуляризации также может включаться оператор предобработки Υ. Тем не менее, алгоритмическая сложность оптимизации Υ при отсутствии априорных данных о V ограничивает практическую применимость предобработки как средства повышения эффективности ЦПИ [27].

Возможным дополнительным средством в рамках подхода обобщённой регуляризации является выбор соотношения между полосой тестового сигнала для проведения идентификации, $W^\text{и}$, и полосой рабочего сигнала W. Соответствующий параметр регуляризации можно определить как $\lambda_W = 1 - W/W^{\text{и}}$ при $W^{\text{и}} \geq W$. Увеличение $W^{\text{и}}$ позволяет снизить $\mathrm{cond}\,(R)$ за счёт снижения корреляции между отсчётами тестовых сигналов при фиксированном $F_{\text{д}}^{\text{и}}$, что было предложено использовать как средство повышения точности идентификации в [30]. Недостатком такого подхода является необходимость изменения параметров сигнала на время проведения идентификации, что однако не всегда физически возможно реализовать на практике [36].

3.3 Эксперимент по оценке потенциала увеличения точности идентификации ЦПИ

Целью данного раздела является оценить потери эффективности ЦПИ, вызванные неточностью НО/НК-идентификации, и потенциал их минимизации с помощью метода обобщённой регуляризации.

3.3.1 Подготовка эксперимента

Схема эсперимента для оценки эффективности ЦПИ при НО/НК-идентификации приведена на рисунке 3.5.

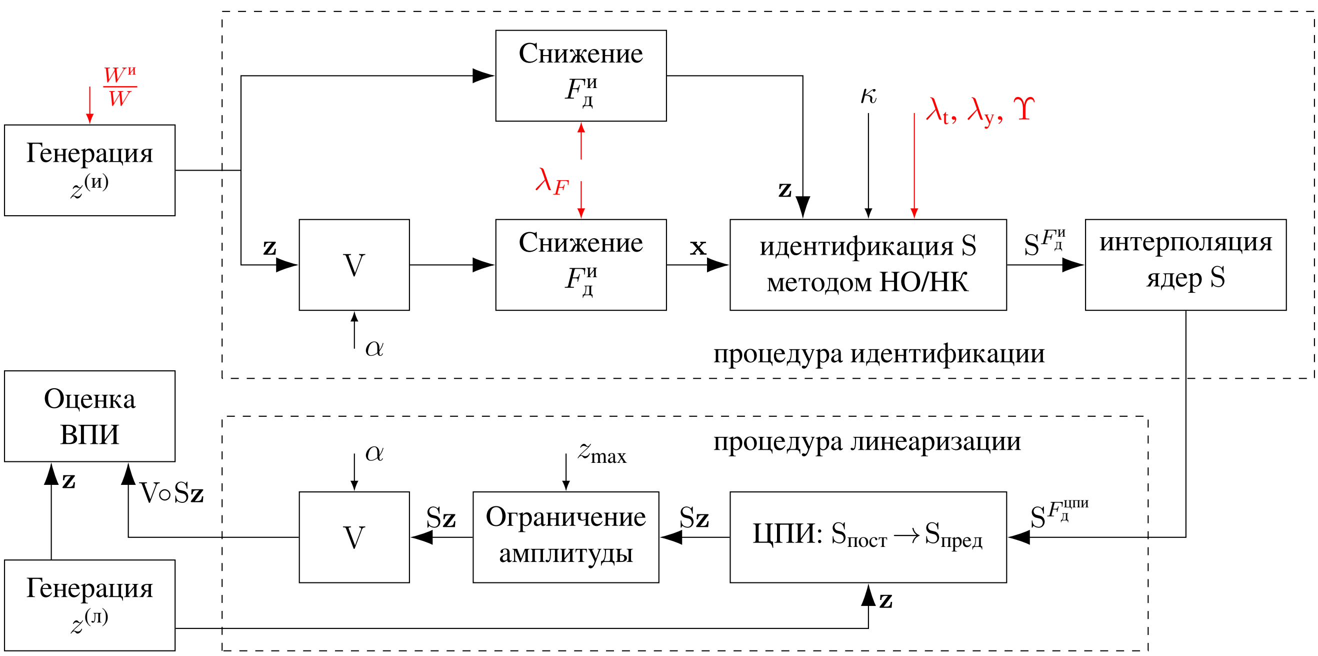


Рисунок 3.5 — Схема эксперимента по оценке эффективности ЦПИ для НО/НК-идентификации

Эксперимент разделён на процедуры идентификации пост-обращения $\mathrm{S}_{\text{пост}}$ и линеаризации, где полученный на первом шаге оператор используется в качестве пред-обращения $\mathrm{S}_{\text{пред}}$. Входные тестовые сигналы $\left\{z^{(\text{и})}, z^{(\text{л})}\right\}$ для каждой процедуры формируются независимыми генераторами. Различие входных тестовых сигналов для процедур идентификации и линеаризации необходимо для корректного моделирования фактора ошибки входных данных идентификации в условиях плохой обусловленности. Моделью z является комплекснозначный ГСП с $\sigma^2 = 1$ и прямоугольной формой СПМ с параметром ширины полосы W. Отсчёты z_k генерируются с $F_{\text{д}}^{\text{ни}} = 16W$, где W – ширина полосы частот входного сигнала для процедуры линеаризации $z^{(\text{л})}$. Тестовые сигналы поступают на вход каждой процедуры в виде векторов $\mathbf{z}$ размером $LF_{\text{д}}^{\text{ни}}/W$ цифровых отсчётов, где $L = 2048$.

Имитация ограниченной разрядной сетки ЦАП учитывается блоком жёсткого амплитудного ограничения на рисунке (3.5). Ограничение происходит отдельно для каждой квадратуры комплекснозначного сигнала:

$$\mathbf{z} \mapsto \text{sign}\left(\mathbf{z}_{\text{Re}}\right) \max\left(\left|\mathbf{z}_{\text{Re}}\right|, z_{\max}\right) + j \ \text{sign}\left(\mathbf{z}_{\text{Im}}\right) \max\left(\left|\mathbf{z}_{\text{Im}}\right|, z_{\max}\right), \tag{3.26}$$

где $\text{sign}(y) = 1_{\{y \geq 0\}} - 1_{\{y<0\}}$ – знак действительного числа, а порог ограничения задан как $z_{\max} = 3.5$.

Показатель ВПИ, выражающий эффективность ЦПИ в данном эксперименте, рассчитывается как осреднённый по набору отстроек (f_i) уровень нормированной СПМ сигнала на выходе тандема $\mathrm{V} \circ \mathrm{S}$:

$$\text{ВПИ}_{\{f_i\}} = \langle 10 \lg G_{f_i} / \max G \rangle, \tag{3.27}$$

где $\{f_i\} = \{\pm 0.6W, \pm W, \pm 2W\}$ – набор контрольных отстроек.

Модель НИ в УМ задана в виде оператора ВХ (2.10). Параметры блока безынерционной нелинейности Q определены в (2.11), а блоки ϕ и ψ определены экспоненциальной моделью ИХ для $F_{\text{д}}^{\text{ни}} = 16W$:

$$\phi_k = \exp\left(-0.5k + j3k/16\pi\right); \qquad \psi_k = \exp\left(-1.2k + jk/2\pi\right). \tag{3.28}$$

Вид моделей (3.28) обеспечивает существование обратных операторов ψ^{-1} и ϕ^{-1} с глубиной памяти $M = M_\psi = M_\phi = 1$ для $F_{\text{д}} = F_{\text{д}}^{\text{ни}}$:

$$\phi^{-1} = \left\{1, -\exp\left(0.5 - j3/16\pi\right)\right\}; \qquad \psi^{-1} = \left\{1, -\exp\left(1.2 - j1/2\pi\right)\right\}. \tag{3.29}$$

Это позволяет определить идеальное обращение для V в виде S^* (2.30), для которого имеется минимальное разложение $\mathcal{H}^{\text{вх}}_{M_\phi, M_\psi}$, определённое в (2.32).

Дополнительно характер НИ настраивается параметром входного ослабления, учитываемым при применении V как

$$(\mathrm{V}, \alpha) : \mathbf{z} \mapsto \mathrm{V}(\alpha \mathbf{z}), \tag{3.30}$$

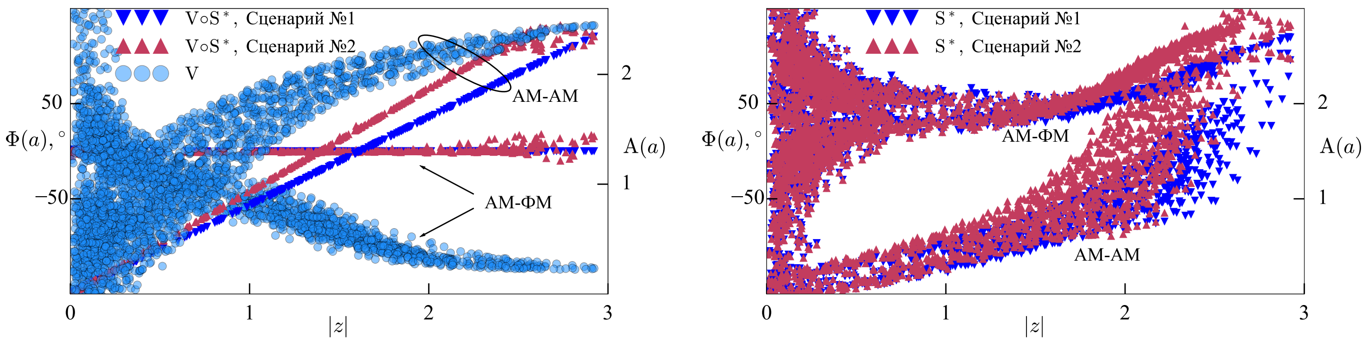
и параметром целевого линеаризированного усиления κ. По умолчанию $\alpha = 1$, а κ принимает 2 значения, определяющие 2 тестовых сценария эксперимента относительно характера НИ:

1. $\kappa = \kappa_{\text{норм}}$ – базовый сценарий.

2. $\kappa = \kappa_{\text{нас}} > \kappa_{\text{норм}}$ – сценарий с избыточным целевым κ, при котором на выходе ЦПИ происходит жёсткое ограничение амплитудных пиков сигнала.

Сопоставление оценок эффективности ЦПИ различных вариантов идентификации предваряется калибровкой тестовых сигналов таким образом, чтобы линеаризированное усиление во всех случаях было одинаковым.

Характеристики АМ-АФМ S^* и тандема $\mathrm{V} \circ \mathrm{S}^*$ для заданных тестовых сценариев показаны на рисунке 3.6. На рисунке 3.7 приведены соответствующие графики СПМ.



а) V и V∘S* б) S*

Рисунок 3.6 — Иллюстрация АМ-АМ и АМ-ФМ искажений операторов V, S^* и $\mathrm{V} \circ \mathrm{S}^*$

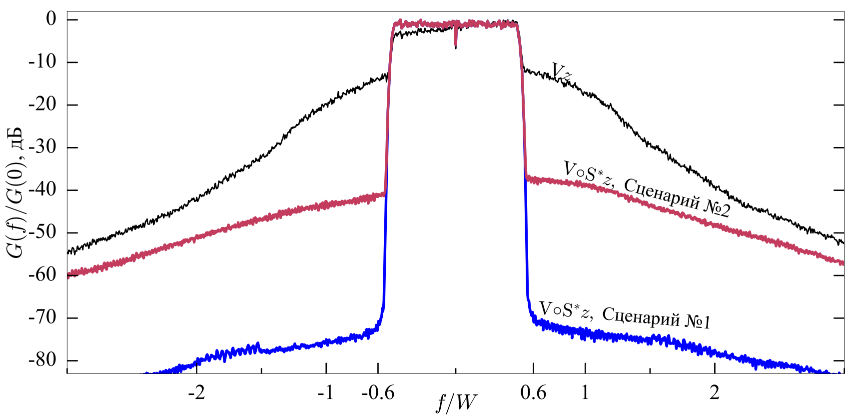


Рисунок 3.7 — Оценки СПМ для рассматриваемых тестовых сценариев

Блок идентификации предваряется прореживанием отсчётов тестовых сигналов в $F_{\text{д}}^{\text{ни}}/F_{\text{д}}^{\text{и}}$ раз. Частота дискретизации применения ЦПИ задана как $F_{\text{д}}^{\text{цпи}} = F_{\text{д}}^{\text{ни}}$, а для согласования с

$F_{\text{д}}^{\text{цпи}}$ функциональные ядра оператора $\mathrm{S}^{F_{\text{д}}^{\text{и}}}$ проходят процедуру $F_{\text{д}}^{\text{цпи}}/F_{\text{д}}^{\text{и}}$-кратной интерполяции в соответствии с (3.18). Для улучшения обусловленности нормального уравнения используется диагональная нормировка и осреднение согласно (3.9)-(3.11). Глубина осреднения составляет 10 выборок тестовых векторов. Для НК-решения нормального уравнения использована функция *_gesv* библиотеки LAPACK [105].

Базовая конфигурация параметров обобщённой регуляризации определена как $\boldsymbol{\lambda} = 0$, $\Upsilon = \mathrm{I}$, $\mathcal{H}' = \mathcal{H}^{\text{вх}}_{M_\phi, M_\psi}$.

3.3.2 Оценка потерь за счёт неточности идентификации

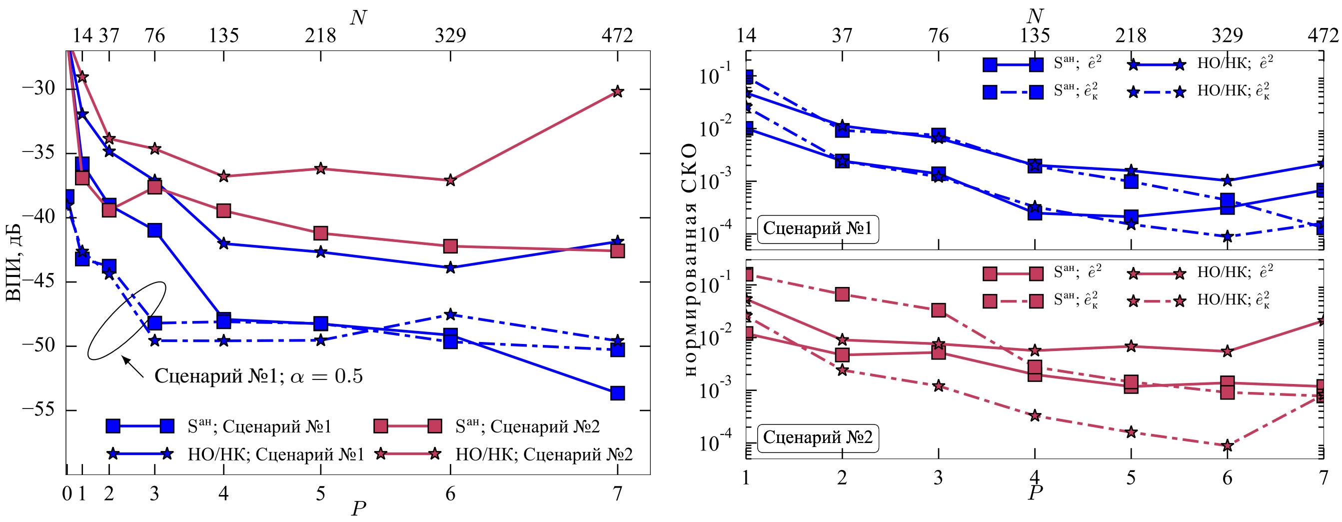
В качестве эталонного оператора ЦПИ $\mathrm{S}^{\text{ан}}$, отражающего предельную эффективность линеаризации при построении S на основе ЛПМ, используется результат аналитической идентификации модели $\mathcal{H}^{\text{вх}}_{M_\phi, M_\psi}$ в соответствии с (2.31). Поскольку $\mathcal{H}^{\text{вх}}_{M_\phi, M_\psi}$ обеспечивает максимальную достоверность представления оператора S^* эффективность ЦПИ для $\mathrm{S} = \mathrm{S}^{\text{ан}}$ ограничена только потерями $\varepsilon_{\text{д}}$ за счёт $P < \infty$ и погрешностью определения коэффициентов $\boldsymbol{\eta}$ в (2.31), соответствующих разложению Q^{-1} в базисе ЛПМ $\mathcal{H}_0^{\mathrm{V}}$. Для снижения влияния второго фактора при построении $\mathrm{S}^{\text{ан}}$ для каждого p рассматриваются оба подхода к определению $\boldsymbol{\eta}$: L^2-аппроксимация функции АМ-АФМ (2.37) и нелинейная оптимизация (2.38) методом Гаусса-Ньютона, а в качестве итоговой оценки ВПИ используется наилучший из полученных результатов (согласно экспериментальным результатам, подход (2.37) даёт лучший результат для $P > 3$ и наоборот).

Величина потерь $\varepsilon_{\text{и}}$ отражена на рисунке 3.8а сопоставлением ВПИ при идентификации базовой модели методом НО/НК и опорного результата для $\mathrm{S}^{\text{ан}}$ при изменении P в диапазоне $P = 0, \ldots, 7$.

На рисунке 3.8б отмечены нормированные СКО относительно пред- и постобращения, где нормировка определена как:

$$\hat{e}^2 = e^2 / \left\|\kappa \mathbf{z}\right\|^2, \qquad \hat{e}_{\text{н}}^2 = e_{\text{н}}^2 / \left\|\kappa \mathbf{z}\right\|^2. \tag{3.31}$$

Сопоставление рисунков 3.8а и 3.8б показывает, что несмотря на то, что идентификации НО/НК соответствует меньший уровень $e_{\text{н}}^2$, проигрыш ВПИ относительно $\mathrm{S}^{\text{ан}}$ составляет более 5 дБ в сценариях с высокой интенсивностью НИ. Согласно рисунку 3.8а, величина потерь ВПИ максимальна при большом N, а её всплеск для $P = 7$ в обоих схенариях иллюстрирует проявление чувствительности (3.5) к $\delta_{\text{д}}$ в условиях плохой обусловленности R.



а) Зависимость ВПИ$_{\{f_i\}}$ от P б) Зависимость СКО от P

Рисунок 3.8 — Оценка потерь за счёт неточности идентификации: сопоставление $S^{ан}$ и НО/НК $\left(\boldsymbol{\lambda} = 0, \Upsilon = \mathrm{I}, \mathcal{H}' = \mathcal{H}^{вх}_{M_\phi, M_\psi}\right)$

Пунктиром на рисунке 3.8а также показаны кривые, полученные при дополнительном ослаблении сигнала на входе V в 1-ом сценарии: $\alpha = 0.5$. Входное ослабление снижает интенсивность НИ, при этом потери НО/НК относительно $S^{ан}$ не проявляются. Выигрыш метода НО/НК при $P \leq 4$ объясняется тем, что при столь высокой точности линеаризации (ВПИ$_{\{f_i\}} < -45$ дБ) проявляется фактор неоптимальности расчёта $\boldsymbol{\eta}$ в (2.31).

3.3.3 Численные результаты моделирования

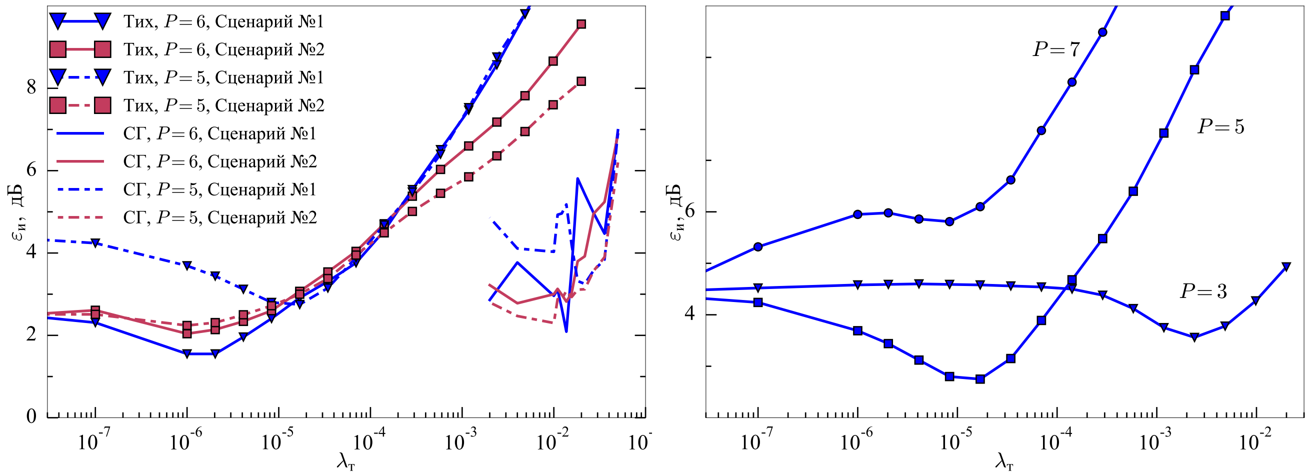
В разд. 3.2 было выделено 3 параметра обобщённой регуляризации, соответствующие регуляризации Тихонова ($\lambda_т$), усечению $\mathcal{H}'$ ($\lambda_у$) и снижению $F^и_д$ (λ_F). Оценка влияния данных подходов на эффективность ЦПИ проводится на основе базовой конфигурации параметров при изменении *одного* из $\{\lambda_т, \lambda_у, \lambda_F\}$ в диапазоне $0 \ldots 1$. Величина совокупных потерь ε относительно $S^{ан}$ оценивается как

$$\varepsilon_и + \varepsilon_д = \text{ВПИ}_{\{f_i\}}\left(\mathrm{S}\left(\boldsymbol{\lambda}, \Upsilon, \mathcal{H}'\right)\right) - \text{ВПИ}_{\{f_i\}}\left(\mathrm{S}^{ан}\right), \tag{3.32}$$

где аргумент в скобках указывает на оператор ЦПИ, для которого был рассчитан показатель ВПИ.

Слагаемое $\varepsilon_д$ в левой части (3.32) узказывает на наличие потерь за счёт снижения достоверности при усечении $\mathcal{H}'$ и снижении $F^и_д$.

Эффект от регуляризации Тихонова иллюстрируют графики на рисунке 3.9. Поскольку данный подход не нарушает достоверность модели ($\varepsilon_д = 0$), функция потерь (3.32) на рисунке 3.9



а) Сопоставление классического метода Тихонова и метода СГ

б) Влияние P на выраженность экстремума функции $\varepsilon\left(\lambda_{\mathrm{t}}\right)$

Рисунок 3.9 — Эффект от регуляризации Тихонова ($\lambda_{\text{у}} = \lambda_F = 0$)

обозначена как $\varepsilon_{\text{и}}$. На рисунке 3.9а отражены результаты, полученные для методов Тихонова и СГ при $P = 5$ $(N = 218)$ и $P = 6$ $(N = 329)$. Для метода Тихонова оптимальному λ_{t} соответствует несколько меньший уровень ВПИ по сравнению с методом СГ. Это удаётся достичь за счёт возможности более тонкой настройки λ_{t}, в то время как для СГ допустимая точность настройки ограничена дискретностью параметра $n_{\text{ит}}$ рекурсивного алгоритма (3.15).

Баланс сложности и достоверности модели, смещаемый при изменении P или модели усечения $\mathcal{H}$, значительно влияет на характер выраженности минимума функции $\varepsilon_{\text{и}}\left(\lambda_{\mathrm{t}}\right)$. Общая тенденция состоит в снижении оптимального λ_{t} при увеличении N, однако сопутствующий этому рост потерь за счёт $\delta_{\text{рег}}$ может приводить к появлению дополнительного минимума $\varepsilon_{\text{и}}\left(\lambda_{\mathrm{t}}\right)$ в $\lambda_{\mathrm{t}} = 0$. Этот эффект показан на рисунке 3.9б на примере наиболее сложной модели ($P{=}7$, $N{=}472$): локальный минимум имеет место при $\lambda_{\mathrm{t}} \approx 10^{-5}$, в то время как абсолютный минимум приходится на $\lambda_{\mathrm{t}} = 0$, что иллюстрирует преобладание потерь за счёт $\delta_{\text{рег}}$.

При оценке влияния регуляризации путём усечения $\mathcal{H}'$ был рассмотрен ряд типовых ЛПМ (см. разд. 2.2.3), перечень которых приведён в таблице 3.1 вместе с указанием усечённой сложности N и соответствующего параметра регуляризации $\lambda_{\text{у}}$. Полная модель Вольтерры для $(P = 6, M = 2)$ характеризуется сильно избыточной сложностью $(N = 2142)$ и не включена в рассмотрение.

Полученные графики зависимостей $\varepsilon_{\text{и}} + \varepsilon_{\text{д}}$ от $\lambda_{\text{у}}$ приведены на рисунке 3.10.

В обоих сценариях потери $\varepsilon_{\text{д}}$ проявляются лишь при переходе к ЛПМ без памяти, что оправдывает размен $\varepsilon_{\text{д}}$ на $\varepsilon_{\text{и}}$ при улучшении обусловленности проблемы (3.5). Сплошными линиями на рисунке 3.10 проведены кривые для $P = 6$; метки на верхней горизонтальной оси рисунка указывают усечённую сложность N, соответствующую заданному $\lambda_{\text{у}}$ при $P = 6$. Пунктиром на рисунке показаны кривые для меньшего порядка нелинейности: $P = 5$ $(N' = 218)$,

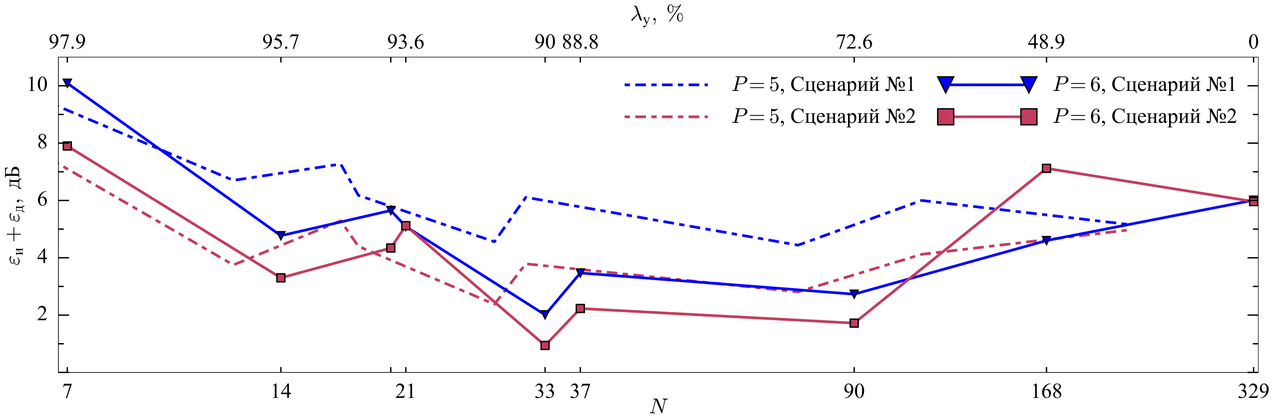


Рисунок 3.10 — Влияние усечения базовой ЛПМ $\mathcal{H}'$ ($\lambda_t = \lambda_F = 0$)

Таблица 3.1 — Рассматриваемые модели усечения

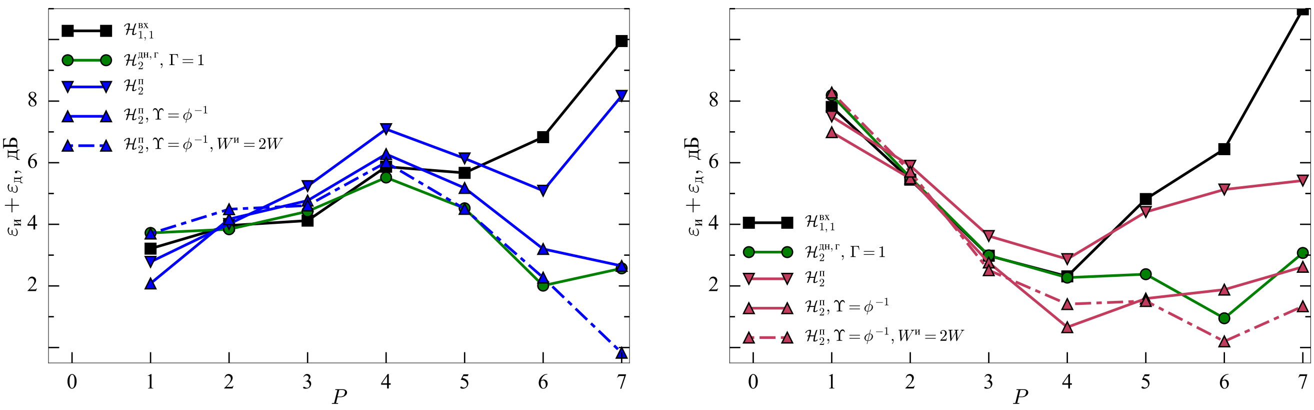
Тип модели	N (для $P = 6$)	$\lambda_у$
1. $\mathcal{H}^{вх}_{M_\phi,M_\psi}$	329	0
2. $\mathcal{H}^{п,\,г}_{M}$, $\Gamma = 2$	168 для $M = 1$	0.49
3. $\mathcal{H}^{дн,\,г}_{M}$, $\Gamma = 2$	90 для $M=2$ 37 для $M=1$	0.73 0.89
4. $\mathcal{H}^{дн,\,г}_{M}$, $\Gamma = 1$	33 для $M=2$ 20 для $M=1$	0.9 0.94
5. $\mathcal{H}^{п}_{M}$	21 для $M=2$ 14 для $M=1$	0.94 0.96
6. $\mathcal{H}^{V}_{0}$	7	0.98

характеризующиеся меньшим эффектом от усечения. Согласно приведённым результатам, потенциальный выигрыш за счёт усечения $\mathcal{H}'$ для $P = 6$ оказывается более чем на 3 дБ выше, чем при $P = 5$.

Примечательно, что усечение $\mathcal{H}^{п}_{M}$ не минимизирует ВПИ ни в одном из сценариев, хотя и соответствует минимальному разложению оператора $\mathrm{S}^{х}$, позволяющему линеаризовать $\mathrm{V}^{вх}$ согласно (3.19). Наилучшие результаты были получены для усечения $\mathcal{H}^{дн,\,г}_{M}$ с $(\Gamma = 1, M = 2)$, где введением дополнительных составляющих Вольтерры достигается компромисс между потерями за счёт $\delta^{пост}_{д}$ и $\delta_{нк}$.

Факторами, ограничивающими эффективность ЦПИ при использовании модели $\mathcal{H}^{п}_{M}$, является неоптимальность минимизируемого функционала $e^2_{н}(\mathbf{c})$ метода НО/НК, а также недостаточная характеризация ψ^{-1} при использовании тестового сигнала с полосой W. Прямым средством для устранения первого фактора является предобработка $\mathbf{x}$ с помощью линейного оператора $\Upsilon = \phi^{-1}$ (см. разд. 3.2.3). Второй фактор объясняется тем, что ψ в (2.10) действует на сигнал z с полосой W, что не позволяет отразить в $\mathrm{V}z$ характер $\widehat{\psi^{-1}}$ вне полосы W; в то же время, согласно структуре S^{x}, ψ^{-1} действует на $\mathrm{Q}^{-1}z$, полоса которого превышает W за счёт ВПИ [103]. Частично компенсировать влияние данного фактора позволяет выбор $W^{\text{и}} > W$ [30].

Эффект от предобработки x и двухкратного увеличения полосы тестового сигнала при идентификации проиллюстрирован на рисунке 3.11. Здесь же отмечены результаты для базовой конфигурации НО/НК-идентификации и для усечения $\mathcal{H}_M^{\text{дн, г}}$ $(\Gamma = 1, M = 2)$.



а) Сценарий №1 б) Сценарий №2

Рисунок 3.11 — Эффект предобработки и выбора $W^{\text{и}} > W$ на точность идентификации ЛПМ $\mathcal{H}_M^{\text{п}}$

Короткая память целевого оператора ЦПИ S^* для заданной тестовой нелинейности V затрудняет получение выигрыша за счёт снижения $F_{\text{д}}^{\text{и}}$: в разд. 3.2.2 было показано, что в данных условиях предпочтительна максимизация разрешающей способности ЛПМ по времени за счёт выбора большей $F_{\text{д}}^{\text{и}}$. Выбор $F_{\text{д}}^{\text{и}} < F_{\text{д}}^{\text{ни}}$ нарушает свойство максимальной достоверности $\mathcal{H}'$. В связи с плохой обусловленностью проблемы (3.5) при большом размере $\mathcal{H}'$ $(N = 218)$ численный алгоритм идентификации чувствителен к ошибке $\delta_{\text{д}}$, что отражается на достижимом ВПИ.

Рост совокупных потерь при снижении $F_{\text{д}}^{\text{и}}$, отражённый на рисунке 3.12, показывает, что в данном случае потери достоверности не компенсируются эффектом регуляризации. При $F_{\text{д}}^{\text{ни}}/F_{\text{д}}^{\text{и}} > 3$ проявляются также потери за счёт спектральных наложений тестового сигнала x. Частично снизить $\delta_{\text{д}}$ удаётся при расширении базовой модели $\mathcal{H}' = \mathcal{H}^{\text{вх}}_{M_\phi, M_\psi}$, учитывающим увеличение её требуемого размера при снижении $F_{\text{д}}$ (см. разд. 3.2.2). При этом, согласно (3.7), увеличение N также ведёт к ухудшению обусловленности R и росту $\delta_{\text{нк}}$.

Выигрыш в величине совокупных потерь удалось получить при переходе к модифицированной модели $\mathcal{H}^{\text{вх}}_{M_\phi,\left(M_\psi, s_\psi\right)}$, учитывающей расширение диапазона задержек $\mathcal{U}\left(\mathcal{H}^{\mathrm{V}}_{M_\psi}(0)\right)$ согласно (2.35). По результатам оптимизации параметров (M_ψ, s_ψ) наилучшие результаты были получены для ЛПМ $\mathcal{H}^{\text{вх}}_{1,(2,1)}$; они отмечены на рисунке 3.12 пунктиром. Сложность ЛПМ с учётом данной модификации составила $N = 324$ при $P = 5$.

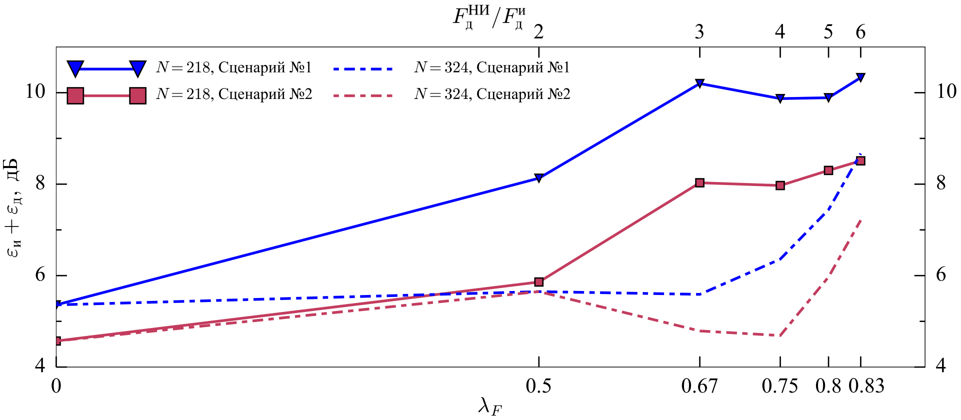


Рисунок 3.12 — Влияние снижения $F_д^и$ ($\lambda_t = \lambda_y = 0$) для $P = 5$

Для иллюстрации проблемы поиска компромиссного N в условиях малой $F_д^и$ были собраны экспериментальные оценки совокупных потерь НО/НК-идентификации ЛПМ $\mathcal{H}^{вх}_{M_\phi,(M_\psi,s_\psi)}$ для $P = 5$, $M_\phi = 0$ и разных комбинаций $(M_\psi;\ s_\psi)$. При этом за счёт установки $M_\phi = 0$ ЛПМ приняла вид полиномиальной модели с памятью $\mathcal{H}^{п}_{M_\psi,s_\psi}$, определённой в (2.40). Полученные результаты представлены на рисунке 3.13.

Помимо НО/НК-идентификации на рисунке 3.13 также отмечены результаты для аналитического расчёта оператора ЦПИ при заданных $F_д^и$ и (M_ψ,s_ψ). Данный оператор обозначен как $\mathrm{S}^{ан\ F_д^и}$. Пересчёт $\mathrm{S}^{ан} \mapsto \mathrm{S}^{ан\ F_д^и}$ произведён в соответствии с (2.31) при $\phi^{-1} = \delta_0$ и замене ψ^{-1} на $\psi^{-1\ F_д^и}$ с коэффициентом децимации $F_д^{ни}/F_д^и$:

$$\psi_k^{-1\ F_д^и} = \sum\nolimits_l \psi_{k-l}^{-1\ F_д^{ни}} \mathsf{sinc}\left(\pi F_д^и l / F_д^{ни}\right), \quad -s_\psi \le k \le M_\psi - s_\psi, \tag{3.33}$$

где функция sinc, определённая в (2.21), учитывает эффект увеличения длины ИХ $\psi^{-1\ F_д}$ при снижении $F_д$.

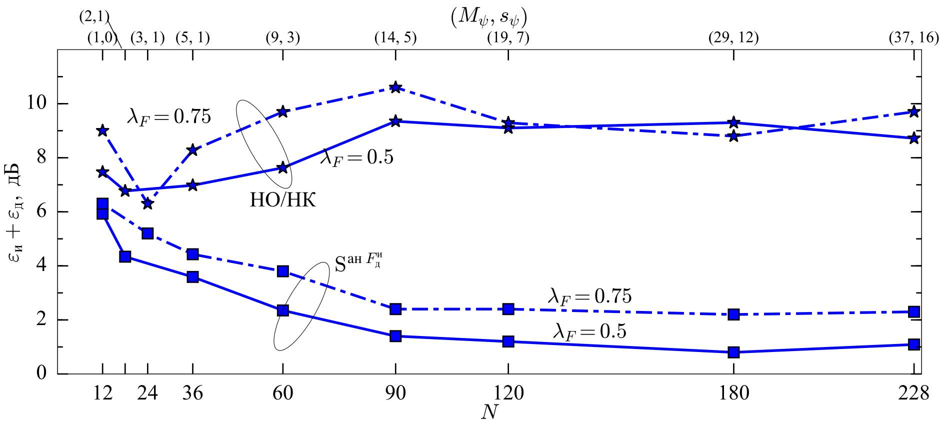
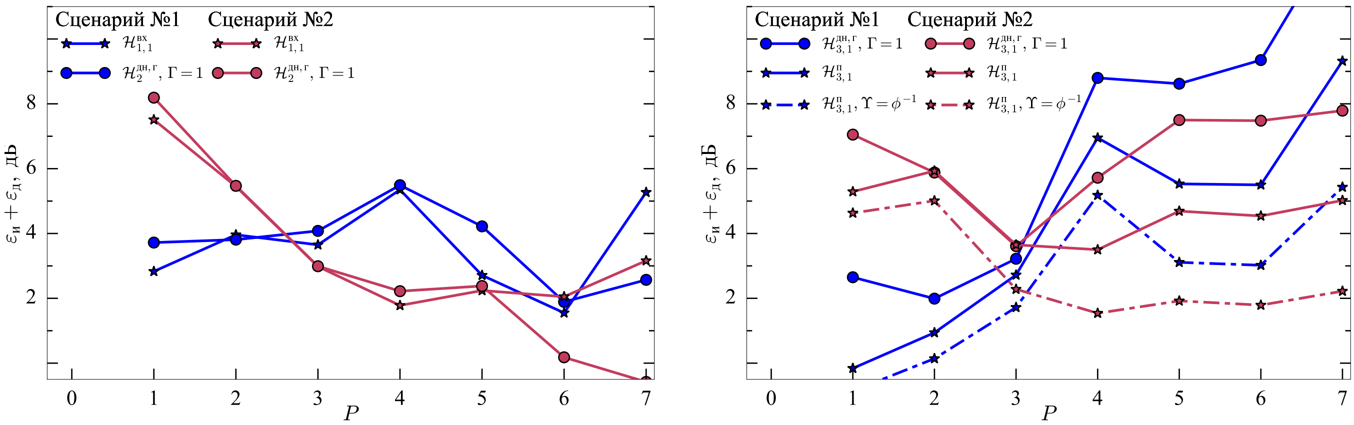


Рисунок 3.13 — Влияние размера модели на точность идентификации при $F_д^и < F_д^{ни}$ в первом сценарии при $P = 5$.

Кривые для НО/НК-идентификации характеризуются наличием области оптимальной сложности модели: $N = 18\dots24$, что соответствует компромиссу между снижением абсолютного значения ошибки $\delta_{\text{д}}$ и возрастанием чувтвительности к её остаточной величине при ухудшении обусловленности R с ростом N. Напротив, результаты для $\mathrm{S}^{\text{ан}\,F_{\text{д}}^{\text{и}}}$, характеризуются плавным снижением потерь при увеличении N, которые ограничены лишь неоптимальностью пересчёта (3.33) и влиянием искажений за счёт эффектов наложений при децимации $\mathbf{x}$.

На рисунке 3.14 резюмированы результаты оптимизации точности НО/НК-идентификации при совместной оптимизации усечения модели и параметра регуляризации Тихонова λ_{t} для случаев $F_{\text{д}}^{\text{ни}} = F_{\text{д}}^{\text{и}}$ и $F_{\text{д}}^{\text{ни}} = 4F_{\text{д}}^{\text{и}}$.



а) $F_{\text{д}}^{\text{ни}} = F_{\text{д}}^{\text{и}}$ б) $F_{\text{д}}^{\text{ни}} = 4F_{\text{д}}^{\text{и}}$

Рисунок 3.14 — Результаты совместной оптимизации λ_{y} и λ_{t}

Случай $F_{\text{д}}^{\text{ни}} = F_{\text{д}}^{\text{и}}$ (см. рисунок 3.14а) представляет теоретический интерес. Он позволяет сопоставить эффективность идентификации для усечённой ЛПМ и минимального разложения для S^* в виде модели ВХ $\mathcal{H}_{M_\phi,M_\psi}^{\text{вх}}$ при оптимально выбранном λ_{t}. В качестве усечённой ЛПМ здесь выбрана $\mathcal{H}_{M}^{\text{дн, г}}$ с $(\Gamma = 1, M = 2)$, которая показала наилучшую эффективность при $\lambda_{\text{t}} = 0$ среди других вариантов, рассмотренных в таблице 3.1. Согласно результатам, эффективность ЦПИ в обоих случаях примерно совпадает в диапазоне $1 \leq P < 6$, что свидетельствует о том, что потери достоверности ЛПМ $\mathcal{H}_{2}^{\text{дн, 1}}$ компенсируются 10-кратным снижением её сложности по сравнению с $\mathcal{H}_{1,1}^{\text{вх}}$ и эффектом от оптимизации λ_{t}. При $P = 7$ эффективность ЦПИ совпадает с результатом ВПИ $(\mathrm{S}^{\text{ан}})$. Этот результат дополнительно иллюстрируется сопоставлением СПМ на рисунке 3.15.

В случае $F_{\text{д}}^{\text{ни}} = 4F_{\text{д}}^{\text{и}}$ (см. рисунок 3.14б) ЛПМ минимального разложения характеризуется неприемлемо большим размером, что повышает актуальность поиска её оптимального усечения. С учётом результатов оптимизации усечения на рисунке 3.13, здесь выбрана модель $\mathcal{H}_{3,1}^{\text{п}}$ с диапазоном задержек $\mathcal{U} = [-1, \dots, 2]$, соответствующая (2.35) при $(M_\phi = 0, M_\psi = 3, s_\psi = 1)$. Для иллюстрации здесь также показаны результаты для ЛПМ $\mathcal{H}_{M,s}^{\text{дн, г}}$ $(\Gamma = 1, M = 3, s = 1)$ с тем же диапазоном задержек.

Результаты рисунка 3.14б показывают, что при оптимизации $\mathcal{H}$ и λ_{t} достижимая эффективность ЦПИ при идентификации методом НО/НК лежит в пределах 5 дБ относительно ВПИ $(\mathrm{S}^{\text{ан}})$ при $5 \leq P \leq 6$. На рисунке 3.14б также отражено, что данный результат может быть улучшен на 2 дБ при использовании оптимальной предобработки с $\Upsilon = \phi^{-1}$.

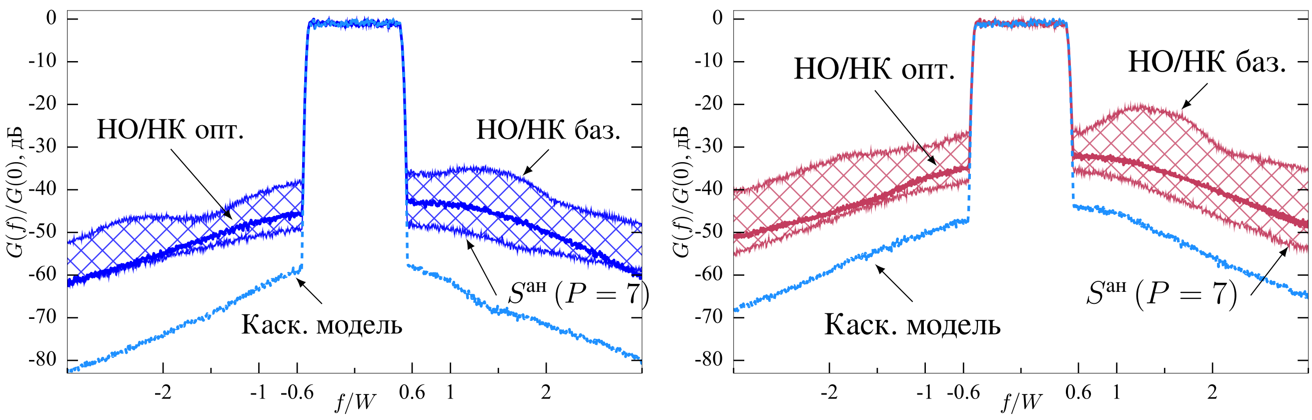
Оптимизация λ_{t} заметно отражается на ВПИ для ЛПМ $\mathcal{H}^{\text{вх}}$, что позволяет уменьшить потери относительно $\mathrm{S}^{\text{ан}}$ до 2 дБ при $P = 6$. В то же время для усечённой модели выигрыш практически отсутствует за исключением $P = 7$ для 2-ого сценария, где в отсутствии регуляризации имеют место существенные потери за счёт чувствительности НК-решения (3.5) к $\delta_{\text{д}} > 0$ в условиях плохой определёности R, что известно как эффект «переобучения» НК [20]. Оптимизированные значения λ_{t} сведены в таблицу 3.2.

Таблица 3.2 — Перечень оптимизированных значений λ_{t} для $1 \leq P \leq 7$, двух тестовых сценариев эксперимента и двух значений $F_{\text{д}}^{\text{и}}$

		Модель	Оптимизированное значение λ_{t}						
			$P=1$	$P=2$	$P=3$	$P=4$	$P=5$	$P=6$	$P=7$
$F_{\text{д}}^{\text{ни}} = F_{\text{д}}^{\text{и}}$	С.№1	$\mathcal{H}_{1,1}^{\text{вх}}$	1.7×10^{-5}	2×10^{-2}	2.4×10^{-3}	3.4×10^{-5}	1.7×10^{-5}	2×10^{-6}	1×10^{-7}
		$\mathcal{H}_{2}^{\text{дн, г}};\ \Gamma=1$	1×10^{-6}	2×10^{-2}	2.4×10^{-3}	0	2×10^{-6}	1×10^{-7}	0
	С.№2	$\mathcal{H}_{1,1}^{\text{вх}}$	1×10^{-5}	0	0	1×10^{-7}	1×10^{-6}	1×10^{-6}	1.7×10^{-5}
		$\mathcal{H}_{2}^{\text{дн, г}};\ \Gamma=1$	1×10^{-6}	4.1×10^{-6}	0	1×10^{-7}	0	1×10^{-7}	1×10^{-7}
$F_{\text{д}}^{\text{ни}} = 4F_{\text{д}}^{\text{и}}$	С.№1	$\mathcal{H}_{3,1}^{\text{дн, г}};\ \Gamma=1$	2×10^{-2}	4.8×10^{-3}	5.8×10^{-4}	8.4×10^{-2}	1×10^{-6}	4.1×10^{-6}	4.1×10^{-2}
		$\mathcal{H}_{3,1}^{\text{п}}$	2×10^{-2}	4.8×10^{-3}	2×10^{-2}	4.1×10^{-6}	1×10^{-6}	2×10^{-6}	0
		$\mathcal{H}_{3,1}^{\text{п}};\ \Upsilon=\phi^{-1}$	2×10^{-2}	2.4×10^{-3}	2.9×10^{-4}	1×10^{-6}	1×10^{-7}	1×10^{-7}	4.1×10^{-6}
	С.№2	$\mathcal{H}_{3,1}^{\text{дн, г}};\ \Gamma=1$	2×10^{-2}	2.4×10^{-3}	2×10^{-2}	4.1×10^{-6}	1×10^{-6}	0	1×10^{-7}
		$\mathcal{H}_{3,1}^{\text{п}}$	2×10^{-2}	4.8×10^{-3}	2×10^{-2}	4.1×10^{-6}	1×10^{-6}	2×10^{-6}	2×10^{-6}
		$\mathcal{H}_{3,1}^{\text{п}};\ \Upsilon=\phi^{-1}$	2×10^{-2}	2.4×10^{-2}	2.9×10^{-4}	1×10^{-6}	1×10^{-7}	1×10^{-7}	4.1×10^{-6}

На рисунке 3.15 изображены оценки СПМ линеаризованного сигнала. Заштрихованные области отражают разницу между результатом аналитической $(\mathrm{S}^{\text{ан}})$ и НО/НК-идентификации базовой модели $\mathcal{H}$ при $P = 7$. Наилучший результат, полученный путём оптимизации параметров метода НО/НК, лежит в пределах 3 дБ от $\mathrm{S}^{\text{ан}}$; ему соответствует конфигурация $\{\lambda_{\text{t}} = 10^{-7}, \lambda_{\text{у}} = 5.6\times10^{-5}\ (\mathcal{H}_M^{\text{дн, г}}, \Gamma = 1, M = 2, N_{\text{у}} = 38)\,, \lambda_F = 0\}$.

Потенциальную эффективность ЦПИ при полном учёте априорных данных о структуре оператора V отражают результаты для каскадной модели оператора ЦПИ в сочетании с двухступенчатой идентификацией и предобработкой тестовых сигналов (см. разд. 3.2.3). Размер таблицы для представления Q^{-1} в каскадной модели задан как $L_q = 128$. Результаты показывают, что учёт априорных сведений о структуре V позволяет снизить уровень СПМ в соседнем канале более чем на 10 дБ относительно потенциальной эффективности линеаризации на основе ЛПМ ЦПИ. Достигнутый выигрыш объясняется влиянием неточности полиномиальной аппроксимации



а) Сценарий №1 б) Сценарий №2

Рисунок 3.15 — Сопоставление потенциальной эффективности ЦПИ на основе каскадной модели и на основе ЛПМ. $F_д^и = F_д^{цпи}$

ЛПМ при ограниченном P, ограничивающей достоверность ЛПМ ЦПИ, а также фактором использования архитектуры прямого обучения для табличной идентификации Q^{-1} в случае каскадной модели ЦПИ.

Выводы по разделу 3

1. Основными факторами, ограничивающими эффективность КО/НК-идентификации, являются несоответствие минимизируемого (СКО пост-обращения) и фактического (ВПИ с учётом линеаризации) функционалов потерь и чувствительность численного алгоритма к ошибкам неполной достоверности ЛПМ ЦПИ в условиях плохой определённости задачи идентификации.

2. Потенциальный выигрыш от оптимизации усечения базовой ЛПМ Вольтерры, используемой для построения ЦПИ, увеличивается по мере роста максимальной степени нелинейности ЛПМ.

3. Без использования регуляризации Тихонова построение ЦПИ на основе ЛПМ $\mathcal{H}_M^п$ обеспечило меньшую эффективность линеаризации по сравнению с ЛПМ $\mathcal{H}_M^{дн}$, несмотря на полную достоверность $\mathcal{H}_M^п$ при заданной модели НИ в УМ в виде оператора Винера-Хаммерштейна; объяснением этому служит несоответствие минимизируемого и фактического функционалов потерь КО/НК-идентификации. Повысить эффективность использования ЛПМ $\mathcal{H}_M^п$ относительно $\mathcal{H}_M^{дн}$ удаётся за счёт оптимизации параметра регуляризации Тихонова и введения предобработки.

4. Снижение $F_д^и$ снижает достоверность ЛПМ при её фиксированном размере, N; в условиях НО/НК-идентификации допустимое увеличение N ограничено потерями за счёт плохой обусловленности задачи идентификации; при этом для заданной $F_д^и$ имеет место оптимальное N, при котором эффективность ЦПИ максимальна.

5. Совместная оптимизация параметра регуляризации Тихонова, базиса ЛПМ для построения оператора ЦПИ и $F_д^и$ позволяет повысить точность НО/НК-идентификации ЦПИ; данная процедура может рассматриваться как обобщённая регуляризация задачи идентификации ЦПИ.

6. Потери от снижения достоверности ЛПМ при переходе от ЛПМ $\mathcal{H}_{1,1}^{вх}$ к $\mathcal{H}_2^{дн}$ при 10-кратном снижении N были полностью скомпенсированы в сценарии $F_д^и = F_д^{ни}$ за счёт оптимизации параметра регуляризации Тихонова.

7. В сценарии $F_д^и < F_д^{ни}$ использование оптимальной предобработки тестового сигнала с выхода V позволило дополнительно повысить эффективность ЦПИ на 2 дБ для $P \geq 5$.

8. Использование метода обобщённой регуляризации для идентификации ЦПИ позволило снизить уровень СПМ сигнала на выходе V в соседнем канале на величину от 5 до 10 дБ по сравнению с базовым вариантом ЦПИ при модели НИ в УМ в виде оператора Винера-Хаммерштейна.

9. Использование априорных данных о характере НИ, заключавшееся в учёте каскадной структуры выбранного в качестве модели V оператора ВХ при построении ЦПИ, позволило снизить уровень СПМ линеаризованного сигнала на выходе V в соседнем канале не менее чем на 10 дБ относительно предельного результата, достижимого при использовании ЛПМ ЦПИ.

4. ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ НА ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ УСИЛИТЕЛЯ И ИХ КОМПЕНСАЦИЯ

Данный раздел посвящён разработке имитационной модели УМ в виде системы ОДУ, составленной для заданной электрической схемы УМ с учётом СЗ УЭ, и валидации не её основе выигрыша в эффективности ЦПИ, обеспечиваемого методом обобщённой регуляризации.

4.1 Построение имитационной модели усилителя мощности

Схема УМ, на основе которой строится имитационная модель, приведена на рисунке 4.1. Входными управляющими воздействиями на схеме являются усиливаемый РЧ-сигнал $z = \mathrm{Re}\left\{\tilde{z}e^{j2\pi f_0 t}\right\}$ с частотой несущей $f_0 = 800$ МГц, входное смещение $E_{\text{см}}$, задающее класс работы УЭ относительно отсечки $i_{\text{вых}}$, и выходное питание $E_{\text{п}}$.

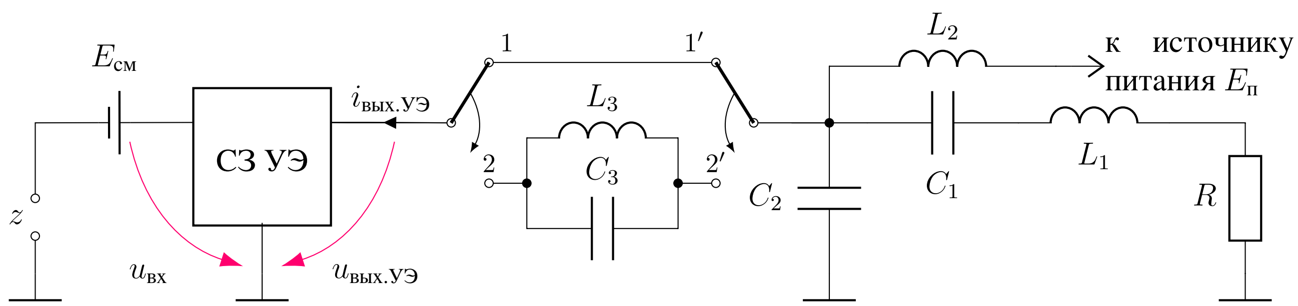


Рисунок 4.1 — Электрическая схема УМ для построения имитационной модели

Контуры L_1C_1 и L_2C_2 обеспечивают устранение побочных составляющих тока в нагрузке R. Дополнительной функцией контура L_2C_2 является взаимная развязка РЧ-тракта и видеочастотного тракта выходного питания УЭ. Подключение контура C_3L_3 при переводе ключа на рисунке 4.1 в положение $(2 - 2')$ позволяет выделить третью гармонику напряжения и обеспечить класс усиления F. Положение ключа $(1 - 1')$ соответствует классу усиления AB. Работа схемы УМ в классах AB и F задаёт 2 сценария НИ в УМ, используемые в дальнейшем для проведения тестов эффективности ЦПИ аналогично сценариям, заданным относительно κ в разд. 3.3.

Влияние $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(1)}$ отражается в имитационной модели подстройкой параметров L_1 и C_1 относительно своих номинальных значений согласно таблице 4.1. Неравномерность $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(0)}$ вносится с помощью учёта неидеальной цепи питания, схема которой показана на рисунке 4.2, где использованы обозначения: $L_п$ – монтажная индуктивность источника питания, $C_п$ –блокировочный конденсатор, служащий для изоляции источника по РЧ, $r_п$ – внутреннее сопротивление источника.

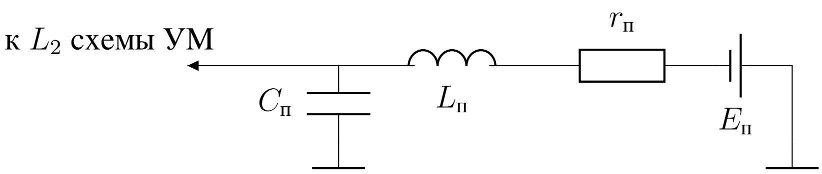


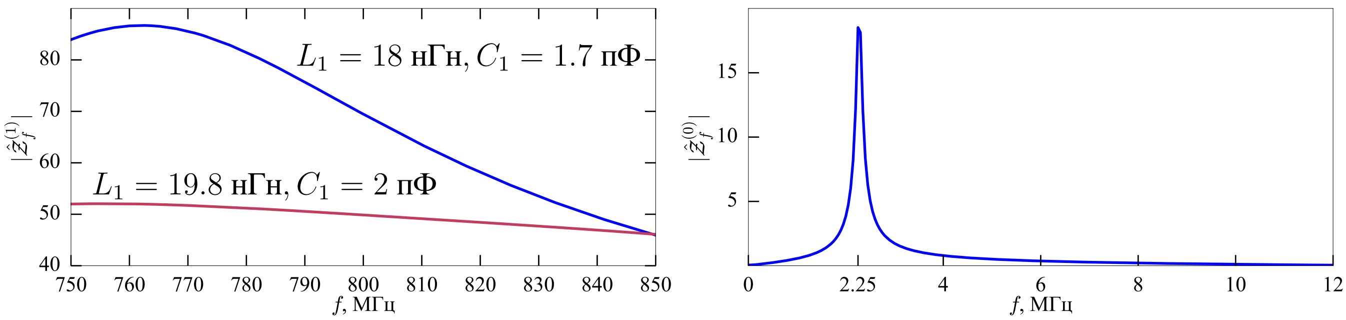
Рисунок 4.2 — Типичная схема неидеализированной цепи питания

Значения параметров ВКС, постоянных напряжений, а также параметров эквивалентной тепловой цепи (ЭТЦ), описанной в разд. 2.3 и служащей для моделирования зависимости $T\,(P_{расс})$, приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 — Параметры ВКС, цепи питания и ЭТЦ

Общие параметры	$C_2 = 20$ пФ, $C_3 = 4$ пФ, $R_T = 17$ К/Вт, $L_2 = 2$ нГн, $L_3 = 1.1$ нГн, $C_T = 7$ нФ, $R = 65$ Ом, $E_п = 14$ В, $E_{см} = 0.8$ В, $L_п = 70$ нГн, $C_п = 70$ нФ. $r_п = 0.05$ Ом
Номинальные параметры контура L_1C_1	$L_1 = 19.8$ нГн, $C_1 = 2$ пФ
Параметры контура L_1C_1 для внесения неравномерности $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(1)}$	$L_1 = 18$ нГн, $C_1 = 1.7$ пФ

Для определения характера ЧХ ВКС $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(1)}$ и $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(0)}$ с помощью симулятора SPICE был проведён однотоновый тест схемы на рисунке 4.1 в сценарии АВ при малой амплитуде входного сигнала z. При изменении частоты z в диапазоне видеочастот, заданном как $[0,\ldots,12МГц]$, и в пределах основной полосы УМ были измерены амплитуды выходных колебаний УЭ $U_{вых.УЭ}$ и $I_{вых.УЭ}$, модуль отношения которых выражает целевые ЧХ. Полученные графики показаны на рисунке 4.3.



а) Основная полоса УМ

б) Диапазон видеочастот

Рисунок 4.3 — Избирательность ЧХ ВКС в основной полосе УМ и диапазоне видеочастот

Как видно из рисунка 4.3а, при выборе параметров $(L_1 = 18\ нГн, C_1 = 1.7\ пФ)$ перепад модуля $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(1)}$ в полосе $[f_0 - 20МГц \ldots f_0 + 20МГц]$ составляет 1.33 раза или 2.5 дБ. Неравномерность

$\widehat{\mathscr{Z}}_f^{(0)}$ характеризуется ярко выраженным резонансом на частоте $f_\text{п} \approx 2.2$ МГц, обусловленным параметрами паразитного LC-конутра цепи питания.

Частотная характеристика ЭТЦ, нормированный вид которой показан на рисунке 2.8б, характеризуется для приведённых в таблице 4.1 параметров частотой среза 1.3 МГц по уровню 3 дБ при избирательности 23 дБ в полосе 20 МГц.

В качестве СЗ УЭ в настоящей работе применена показанная на рисунке 2.7 модель Гуммеля-Пуна для npn-БТ [39]. Данную модель, с одной стороны, отличает относительная простота по сравнению с более продвинутыми СЗ БТ типа Mextram и VBIC95 [37], что делает её удобной для ручного вывода системы состояния (2.50). С другой стороны, она является общепринятым эталоном моделирования БТ и, в частности, базовой моделью БТ в схемотехническом симуляторе SPICE [89]. Последний фактор был использован для верификации разработанной модели УМ путём проверки воспроизводимости отклика симулятора SPICE при заданном входном воздействии.

Выбор прототипа УЭ для имитационной модели УМ проводился по критерию максимальной $P_\text{вых}$ не менее 30 дБм, поддержки диапазона СВЧ и наличия в открытом доступе спецификации параметров модели Гуммеля-Пуна. С учётом данных критериев была выбрана модель onsemi 2sc5551a [106].

За исключением постоянных сопротивлений $r_\text{к}$, $r_\text{э}$ остальные 7 элементов принятой СЗ УЭ нелинейно зависят от состояния системы, в т.ч. от температуры УЭ. Формулы, определяющие эти зависимости, а также перечень фиксированных параметров СЗ, соответствующих технической документации выбранного прототипа УЭ [106], приведены в приложении В.

4.1.1 Вывод и численное интегрирование системы состояния

На рисунке 4.4 показана электрическая схема модели УМ с учётом СЗ УЭ.

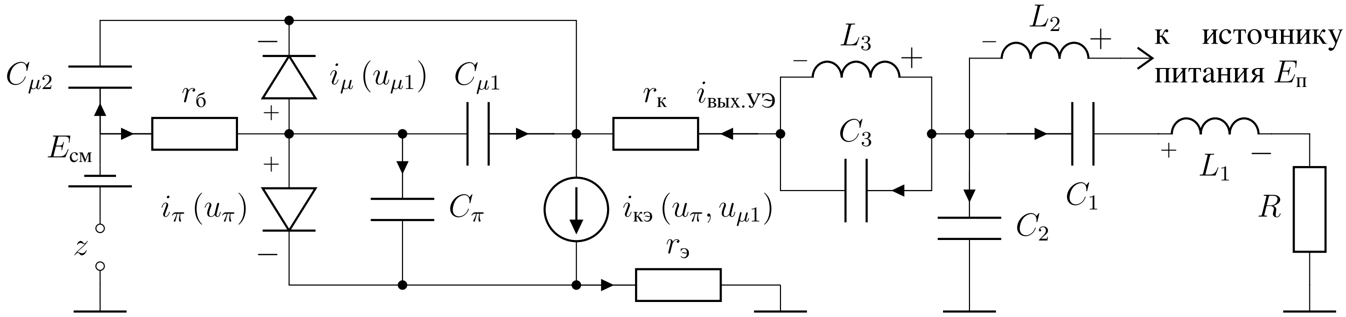


Рисунок 4.4 — Электрическая схема УМ при классе усиления F с учётом схемы замещения УЭ

Система состояния модели УМ определяется добавлением к (2.50) уравнений, описывающих элементы ЭТЦ и ВКС. Переменные состояния i_k для $(1 \le k \le 3)$ соответствуют токам через соответствующие индуктивности L_k, показанные на рисунке 4.4, а переменные u_k – напряжениям на конденсаторах C_k.

Выходные колебания УЭ выражаются из переменных состояния как:

$$\begin{aligned} u_{\text{вых. УЭ}} &= u_2 - u_3, \\ i_{\text{вых. УЭ}} &= \tfrac{1}{r_\text{к}} \left(u_{\text{вых. УЭ}} + u_{\mu 2} - u_\text{вх} \right), \end{aligned} \tag{4.1}$$

где $u_\text{вх} = E_\text{см} + z$ – входное напряжение УЭ.

Неидеальность цепи питания учитывается введением переменных $u_\text{п}$ и $i_\text{п}$, характеризующих элементы цепи $C_\text{п}$ и $L_\text{п}$. Исключение из схемы УМ контура $L_3 C_3$ отражается исключением из системы состояния переменных u_3 и i_3. С учётом данных обозначений система состояния для рассматриваемой схемы УМ записывается как:

$$\left\{ \begin{array}{ll}
u'_\pi = & \tfrac{1}{C_\pi} \left(-\tfrac{1}{r_\text{э}} u_\pi + \tfrac{1}{r_\text{э}} u_{\mu 1} - \tfrac{1}{r_\text{э}} u_{\mu 2} + \tfrac{1}{r_\text{э}} u_\text{вх} - i_\pi \left(u_\pi \right) - i_\text{кэ} \left(u_\pi, u_{\mu 1} \right) \right), \\
u'_{\mu 1} = & \tfrac{1}{C_{\mu 1}} \left(\tfrac{1}{r_\text{э}} u_\pi + \tfrac{r_\text{э}+r_\text{б}}{r_\text{э} r_\text{б}} \left(u_{\mu 2} - u_{\mu 1} \right) - \tfrac{1}{r_\text{э}} u_\text{вх} - i_\mu \left(u_\mu \right) + i_\text{кэ} \left(u_\pi, u_{\mu 1} \right) \right), \\
u'_{\mu 2} = & \tfrac{1}{C_{\mu 2}} \left(-\tfrac{1}{r_\text{э}} u_\pi + \tfrac{r_\text{э}+r_\text{б}}{r_\text{э} r_\text{б}} \left(u_{\mu 1} - \tfrac{1}{r_\text{к}} u_{\mu 2} \right) + \tfrac{r_\text{э}+r_\text{г}}{r_\text{к} r_\text{э}} u_\text{вх} - \tfrac{1}{r_\text{к}} u_{\text{вых. УЭ}} \right), \\
u'_1 = & \tfrac{1}{C_1} i_1, \\
u'_2 = & \tfrac{1}{C_2} \left(-\tfrac{1}{r_\text{к}} u_{\mu 2} - \tfrac{1}{r_\text{к}} u_2 + \tfrac{1}{r_\text{к}} u_3 - i_1 + i_2 \right), \\
\left[\begin{array}{ll} i'_2 = & \tfrac{1}{L_2} \left(-u_2 + u_\text{п} \right), \\ u'_\text{п} = & \tfrac{1}{C_\text{п}} \left(-i_2 + i_\text{п} \right), \\ i'_\text{п} = & \tfrac{1}{L_\text{п}} \left(-u_\text{п} - i_\text{п} r_\text{п} + E_\text{п} \right), \end{array} \right] & \text{(учёт неидеальной цепи питания)} \\
\left[\begin{array}{ll} u'_3 = & \tfrac{1}{C_3} \left(\tfrac{1}{r_\text{к}} u_{\mu 2} + \tfrac{1}{r_\text{к}} u_2 - \tfrac{1}{r_\text{к}} u_3 - i_3 \right), \\ i'_3 = & \tfrac{1}{L_3} u_3, \end{array} \right] & \text{(Класс усиления F)} \\
\left[\begin{array}{ll} u_3 = & 0, \\ i_3 = & 0, \end{array} \right] & \text{(Класс усиления AB)} \\
\left[\Delta T' = \tfrac{1}{C_\text{T}} \left(-\tfrac{1}{R_\text{T}} \Delta T + P_\text{расс} \right). \right] & \text{(учёт ЭТЦ (2.52))}
\end{array} \right. \tag{4.2}$$

Инициализация системы состояния происходит в 2 шага. Значение вектора переменных состояния $\mathbf{x}_{\text{нач.1}}$, устанавливаемое на первом шаге, приведено в таблице 4.2: все токи схемы инициализируются нулями, а напряжения определяются по эквивалентной цепи постоянного тока с учётом величины внешних напряжений $E_\text{см}$ и $E_\text{п}$.

На втором шаге инициализации происходит уточнение значений таблицы 4.2. Для этого выполняется интегрирование системы (4.2) для $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_{\text{нач.1}}$ и $z_t \equiv 0$ на длительности моделирования

Таблица 4.2 — Результат первого шага инициализации модели (вектор $\mathbf{x}_{\text{нач.1}}$)

u_π	$u_{\mu 1}, u_{\mu 2}$	u_1	u_2	i_1	i_2	$u_{\text{п}}$	$i_{\text{п}}$	u_3	i_3	ΔT
$E_{\text{см}}$	$E_{\text{п}} - E_{\text{см}}$	$E_{\text{п}}$	$E_{\text{п}}$	0	0	$E_{\text{п}}$	0	$E_{\text{п}}$	0	0

$0 \leq t \leq 4$ мкс. Полученные финальные значения $\mathbf{x}_t$ сохраняются как $\mathbf{x}_{\text{нач.2}}$ и подставляются в качестве инициализации $\mathbf{x}_0$ при запуске модели с номинальным входным сигналом z.

Интегрирование системы ОДУ выполняется с помощью машинного алгоритма LSODA, входящего в состав библиотеки функций SciPy.integrate [105]. Алгоритм предусматривает автоматическое переключение между методами интегрирования Адамса и ФДН в зависимости от характера жёсткости задачи [107], а также адаптацию шага интегрирования. Значение z_t в момент времени t рассчитывается с помощью линейной интерполяции по двум ближайшим к t цифровым отсчётам ВЭ $\tilde{z}_k$:

$$z_t = \mathsf{Re}\left\{e^{2\pi f_0 t}\left(\tilde{z}_{[t/T_{\text{д}}]} + \left(\tilde{z}_{[t/T_{\text{д}}]+1} - \tilde{z}_{[t/T_{\text{д}}]}\right)(t/T_{\text{д}} - [t/T_{\text{д}}])\right)\right\}, \tag{4.3}$$

где символ $[\,\cdot\,]$ обозначает взятие целой части числа.

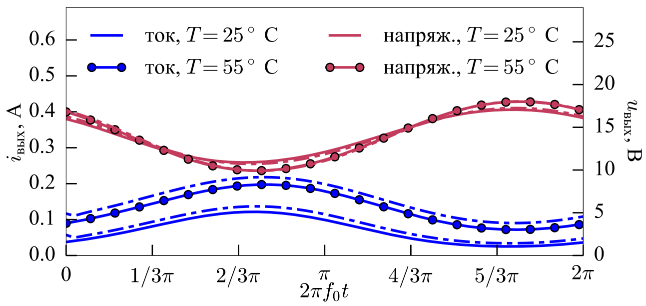
Интегрирование системы ОДУ (4.2) относится к классу *жёстких* задач [107]: в первую очередь, за счёт проявления резкой экспоненциальной нелинейности параметров СЗ УЭ в режиме большого сигнала [39]. Специфика решения жёстких задач определяет повышенную чувствительность численного алгоритма интегрирования к ошибкам интерполяции в (4.3) при недостаточной $F_{\text{д}}$ входного сигнала, что может приводить к сбоям вычислений [107].

Для увеличения производительности машинных вычислений часть кода была переведена в язык C и скомпиллирована с помощью функций библиотеки cython [108].

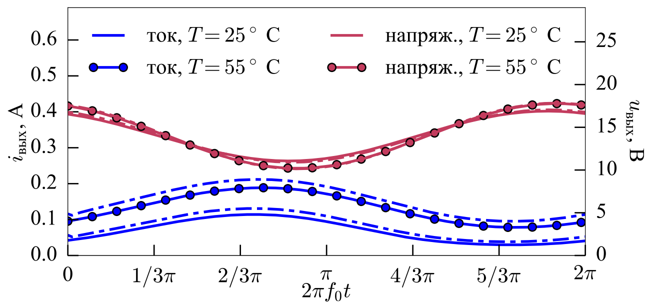
4.1.2 Верификация модели

Верификация модели УМ проводилась путём проверки точности воспроизведения отклика эталонного схемотехнического симулятора SPICE, поставляемого в составе общедоступного ПО Microcap 12 [89], на однотоновый входной сигнал с частотой f_0. Амплитуда входного сигнала принимала одно из трёх значений набора $\{40, 160, 220\}$ мВ, охватывающего режимы малого и большого сигнала, а также граничный режим усиления [7]. Кроме этого, верификация была повторена для двух классов усиления: F и AB и двух значений температуры: $T = T_0$ (номинальная температура 25° C) и $T = 55^\circ$ C. Для фиксации температурного режима в процессе верификации было установлено $R_{\text{T}} = 0.001$ [К/Вт]. Контрольными точками верификации являлись эпюры выходных колебаний УЭ, а также вольт-фарадные характеристики (ВФХ) емкостей C_π и $C_{\mu 1}$.

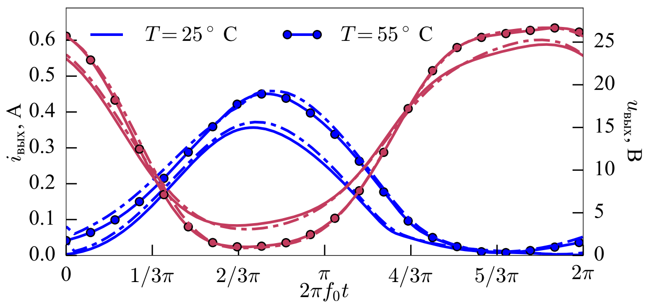
Результаты сопоставления выходных колебаний УЭ показаны на рисунке 4.5.



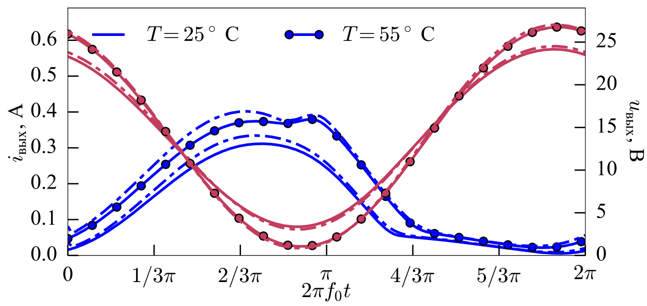
а) Класс F: $u_{\text{вх}} = 40$мВ



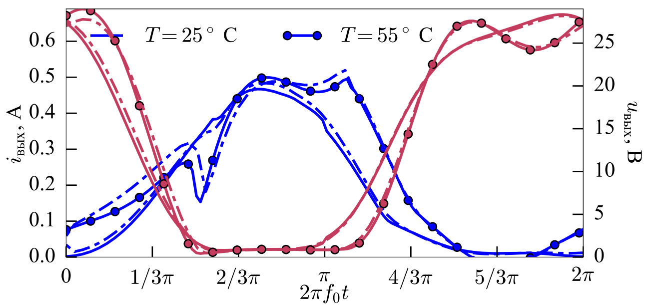
б) Класс AB: $u_{\text{вх}} = 40$мВ



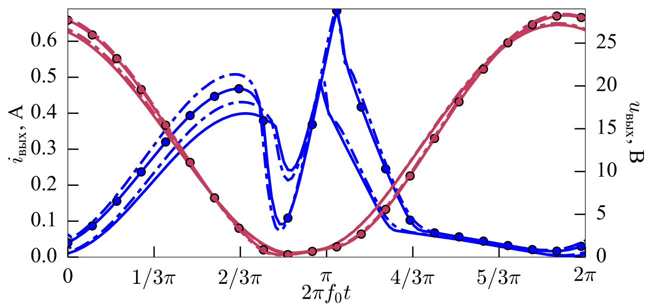
в) Класс F: $u_{\text{вх}} = 160$мВ



г) Класс AB: $u_{\text{вх}} = 160$мВ



д) Класс F: $u_{\text{вх}} = 220$мВ



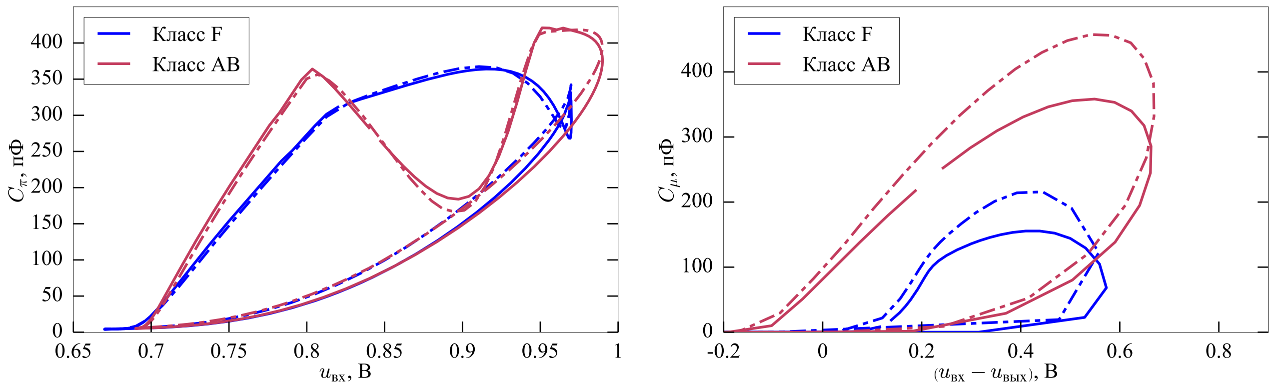
е) Класс AB: $u_{\text{вх}} = 220$мВ

Рисунок 4.5 — Выходные колебания УЭ для $T = T_0$ (линии без маркеров) и $T = 55°$C (с маркерами). Сплошные линии – модель (4.2); штрих-пунктир – симулятор SPICE

Как было выяснено в ходе верификации, причинами незначительной расходимости между откликами разработанной модели и симулятора SPICE являются в основном различия в машинном алгоритме интегрирования ОДУ. Данный фактор проявляется наиболее ощутимо в условиях максимальной жёсткости фазовой траектории ОДУ, имеющей место в режиме большого сигнала.

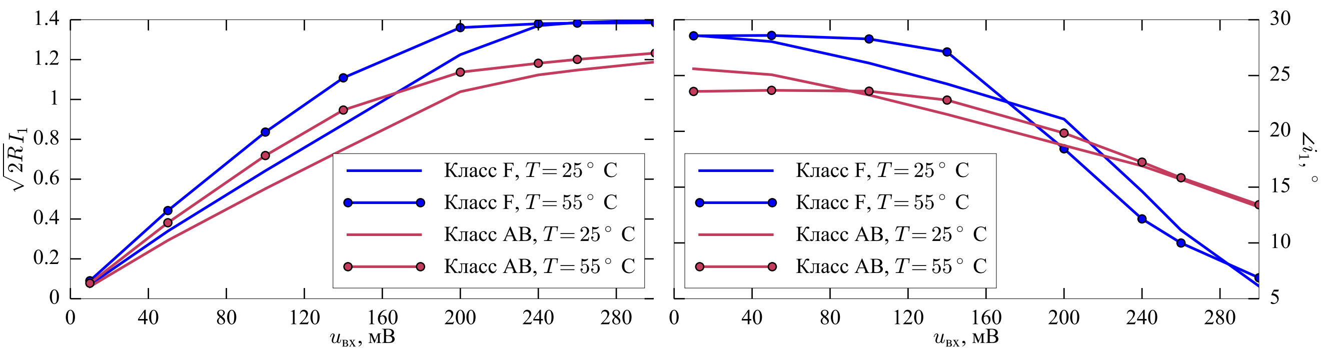
Провалы в колебаниях $i_{\text{вых. УЭ}}$ на рисунках 4.5д–4.5е вызваны появлением обратного тока согласно (2.51). Уплощение нижних пиков колебания $u_{\text{вых. УЭ}}$ в классе F приводит к смещению фазы провалов в форме $i_{\text{вых. УЭ}}$ по сравнению с классом AB. Вследствие нелинейности УЭ форма колебаний $u_{\text{вых. УЭ}}$ для класса усиления AB в режиме большого сигнала также перестаёт быть гармонической, что выражает неточность идеализации (1.6), использованной в разделе 1 для построения упрощённой модели НИ в УМ.

На рисунке 4.6 приведено сопоставление динамических ВФХ емкостей C_π и $C_{\mu 1}$, которые отражают взлёт диффузионной составляющей $C_{\mu 1}$ и спад C_π при максимальном напряжении $u_{\text{вх}}$, когда УЭ переходит в инверсный режим [7]. Область $u_{\text{вх}}$, при которой начинается резкое нарастание $C_{\mu 1}$, соответствует проявлению эффекта отрицательной ОС и совпадает с областью насыщения функции АМ-АМ, приведённых на рисунке 4.7.



а) Входная ёмкость C_π б) Проходная ёмкость C_μ

Рисунок 4.6 — Вольт-фарадные характеристики емкостей СЗ УЭ для $u_{\text{вх}} = 220$ мВ. Сплошные линии – модель (4.2); штрих-пунктир – симулятор SPICE



а) АМ-АМ: амплитуда тока i_1 б) АМ-ФМ: фазовый сдвиг i_1

Рисунок 4.7 — Функции АМ-АФМ искажений для однотонового входного сигнала

Петлевой характер графиков ВФХ вызван фазовым сдвигом между u_π и $u_{\text{вх}}$ и между u_μ и $(u_{\text{вх}} - u_{\text{вых}})$, а также влиянием $u_{\text{вых}}$ на диффузионную составляющую C_π вследствие эффекта модуляции ширины базы согласно (В.5).

Выходная мощность УМ оценивается как $P_{\text{вых.1}} = \frac{1}{2} I_1^2 R$, а её максимальное значение при величине нагрузки $R = 65$ Ом, согласно рисунку 4.7а, составляет не менее 31.5 дБм. Точки 1-дБ компрессии, рассчитанные по графикам АМ-АМ на рисунке 4.7а, примерно совпадают для классов AB и F и составляют $U_{1\text{дБ}} = 290$ мВ для $T = 25°$ C и $U_{1\text{дБ}} = 220$ мВ для $T = 55°$ C.

4.2 Моделирование линеаризации усилителя

Разработанная имитационная модель УМ используется далее для постановки эксперимента по анализу и компенсации НИ АФМ-сигнала. Схема эксперимента приведена на рисунке 4.8.

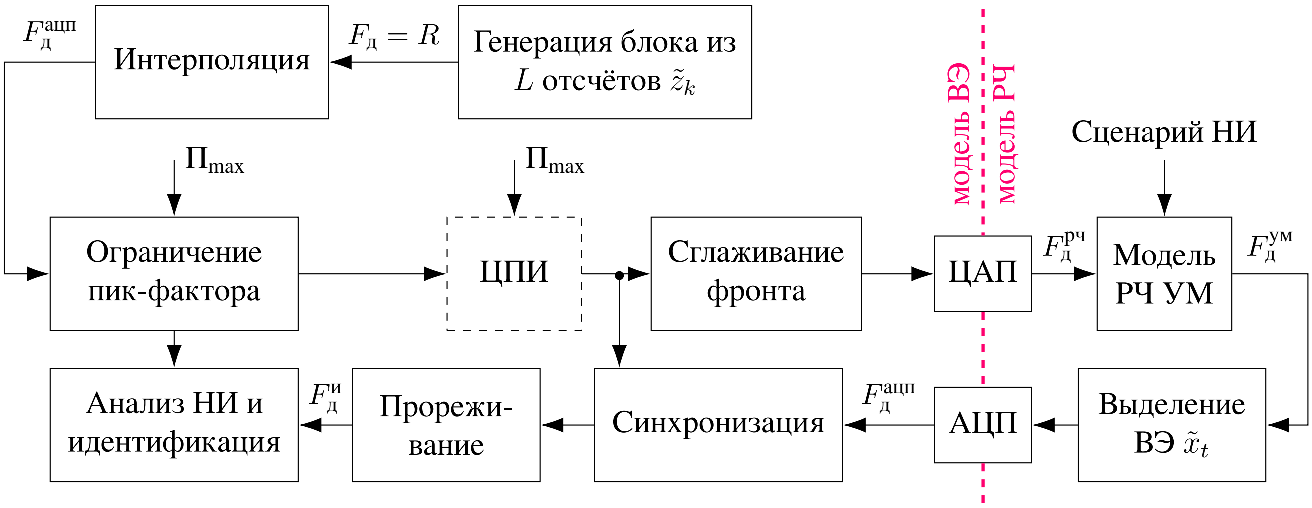


Рисунок 4.8 — Схема эксперимента по анализу искажений сигнала на выходе УМ

Подписи над стрелками указывают на изменение частоты дискретизации сигналов между различными процедурами эксперимента. Процедуры применения модели УМ и выделения ВЭ целевого сигнала в основной полосе УМ принимают на вход модулированные РЧ сигналы; остальные процедуры схемы работают с комплексными ВЭ сигналов. Разграничение между цифровой и РЧ частями схемы эксперимента устанавливают процедуры ЦАП и АЦП.

Эксперимент предполагает поблоковую обработку данных: каждый блок входных данных в виде L отсчётов обрабатывается независимо от предыдущих. Глубина осреднения, определяющая точность идентификации и оценивания уровня ВПИ, регулируется числом анализируемых блоков $n_б$.

Перечень значений параметров, указанных на рисунке 4.8, приведён в таблице 4.3.

Таблица 4.3 — Перечень параметров схемы эксперимента по анализу НИ в УМ

Параметр	**Физический смысл**
$\Pi_{\max} = 7$ дБ	Максимальная величина пика в алгоритме ограничения ПФ.
$R = 30.72$ МГц	$F_{\text{д}}$ процедуры генерации сигнала.
$F_{\text{д}}^{\text{ацп}} = 153.6$ МГц	Максимальная $F_{\text{д}}$ цифрового тракта; в модели задана одинаковая $F_{\text{д}}$ как для входа ЦАП, так и для выхода АЦП.
$F_{\text{д}}^{\text{рч}} = 2457.6$ МГц	$F_{\text{д}}$ на выходе блока имитации ЦАП.
$F_{\text{д}}^{\text{ум}} = 39321.6$ МГц	$F_{\text{д}}$ на выходе численного алгоритма интегрирования ОДУ.
$F_{\text{д}}^{\text{и}} = (1 - \lambda_F)\, F_{\text{д}}^{\text{ацп}}$	$F_{\text{д}}$, на которой проводится идентификация оператора ЦПИ; $\lambda_F = 1 - F_{\text{д}}^{\text{и}}/F_{\text{д}}^{\text{ацп}}$ – параметр регуляризации; $R \leq F_{\text{д}}^{\text{и}} \leq F_{\text{д}}^{\text{ацп}}$
$n_{\text{б}} \times L = 5 \times 512$	Размер статистики эксперимента, определяемый величиной одного блока тестового сигнала в отсчётах на $F_{\text{д}} = R$ и числом блоков.

4.2.1 Описание процедур эксперимента

Генерация сигнала. В качестве тестового сигнала используется сигнал OFDM (1.1), сгенерированный согласно спецификации 3gpp LTE [54] с параметрами $W = 20$ МГц, $R = 30.72$ МГц, NFFT $= 2048$, $\text{NFFT}_{\text{мод}} = 1200$ и типом сигнального созвездия КАМ-16.
В процессе анализа НИ используются также однотоновый и двухтоновый тестовые сигналы (см. разд. 4.2.2).

Интерполяция. Интерполяция тестового сигнала необходима для избежания эффектов спектрального наложения вследствие расширения спектра сигнала за счёт действия нелинейного оператора ЦПИ. При интерполяции последовательно происходит простановка нулей между отсчётами $\tilde{z}$ и НЧ-фильтрация для устранения периодических копий спектра сигнала, возникающих после первого шага процедуры. В результате интерполяции полоса оцифровки сигнала увеличивается в 5 раз.

Ограничение пик-фактора. Для ограничения ПФ сигнала используется метод гасящих импульсов (1.3) на основе итеративного алгоритма, блок-схема которого приведена в приложении Б. Параметр ограничения пика задан как $\Pi_{\max} = 7$ дБ. Набор отсчётов гасящего импульса ρ задан в виде ИХ ФНЧ, удовлетворяющего оптимальности по Чебышеву при прямоугольной форме целевой АЧХ: $\widehat{\psi}_f = 1_{\{|f|<W/2\}}$ и фиксированном порядке ФНЧ [53]. Характеристики импульса во временной и частотной областях представления показаны на

рисунке Б.2 приложения Б. Максимальная величина ПФ сигнала OFDM на выходе ограничителя снижается до 7 дБ. Характер влияния процедуры на КИФР ПФ и СПМ сигнала OFDM при указанных параметрах ограничителя ПФ был проиллюстрирован графиком с пометкой $\Pi_{\max}7$ дБ на рисунке 1.2 в разделе 1.

ЦПИ. В соответствии с архитектурой разомкнутой петли ЦПИ, первый запуск эксперимента проходит в режиме идентификации S при отключенной процедуре ЦПИ. После выполнения идентификации эксперимент запускается в режиме линеаризации с включенной процедурой ЦПИ. Перед применением S в его функциональные ядра, идентифицированные с $F_{\text{д}} = F_{\text{д}}^{\text{и}}$, проставляются нули для согласования с частотой дискретизации входного сигнала ЦПИ в соответствии с (3.18).

Сглаживание фронта. Имитационная модель УМ чувствительна к скачкообразному изменению входной амплитуды, которое может препятствовать сходимости решения системы ОДУ. Для исключения данного эффекта к начальному интервалу z применяется сглаживающая последовательность w_j, обеспечивающая плавное нарастание уровня входного сигнала РЧ УМ. Вид w_j изображён на рисунке 4.9.

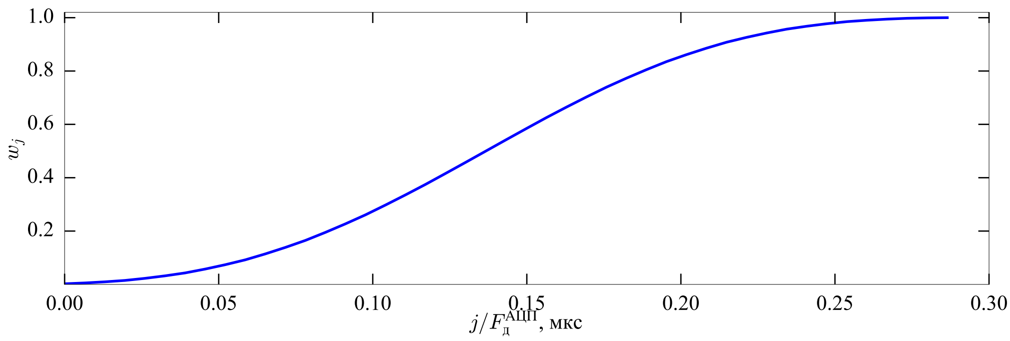


Рисунок 4.9 — Последовательность w_j для процедуры сглаживания начального фронта сигнала перед подачей на модель РЧ УМ

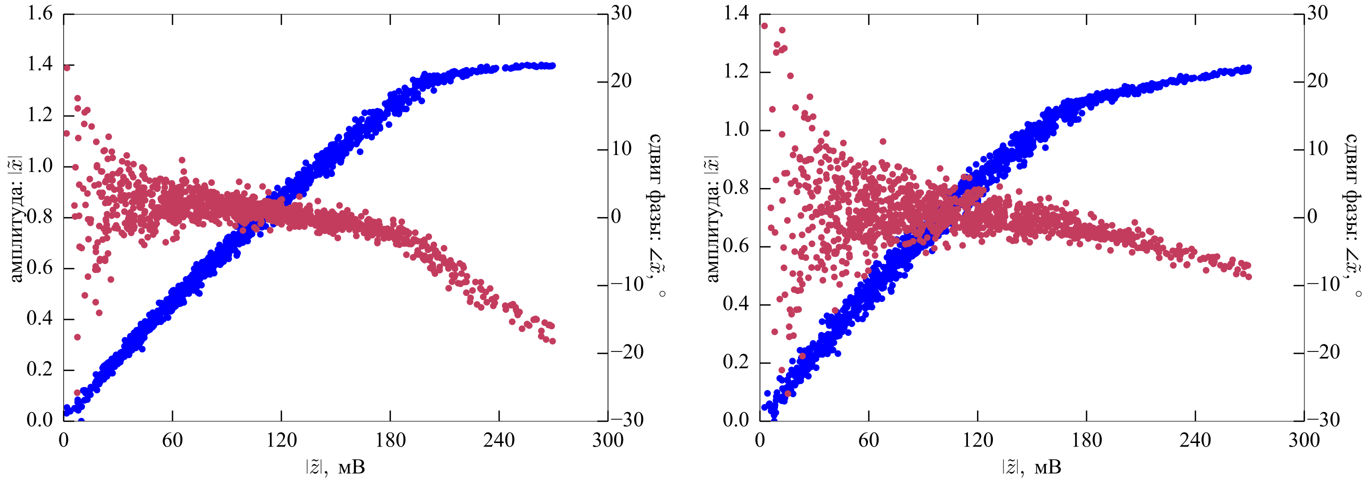
ЦАП / АЦП. Ограниченность разрядной сетки ЦАП учитывается жёстким амплитудным ограничением квадратурных компонентов сигнала. Для повышения стабильности численного алгоритма интегрирования системы ОДУ в рамках процедуры ЦАП выполняется дополнительное повышение $F_{\text{д}}$ в 16 раз до $F_{\text{д}}^{\text{рч}} = 2457.6$ МГц. Это обусловлено тем, что жёсткий характер системы ОДУ (4.2) может приводить к сбоям вычислений при недостаточной $F_{\text{д}}$ входного сигнала в (4.3) [107].

Модель РЧ УМ. К сигналу, модулированному на РЧ, применяется имитационная модель УМ. Выдача выходных отсчётов с выхода интегратора ОДУ происходит с $F_{\text{д}}^{\text{ум}} = 16F_{\text{д}}^{\text{рч}}$, где 16 – коэффициент внутренней интерполяции интегратора. При этом обеспечивается условие $F_{\text{д}}^{\text{ум}} \gg f_0$, что позволяет пренебречь эффектами спектрального наложения за счёт наличия у переменных состояния спектральных составляющих на гармониках $kf_0, k > 1$. Характер НИ задаётся выбором класса усиления, настройкой параметров ЭТЦ и ВКС, а также подбором входного ослабления УМ α. При моделировании использованы два верифицированных выше сценария НИ в УМ:

Сценарий AB. Класс усиления AB с учётом избирательности $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(0)}$ и $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(1)}$;

Сценарий F. Класс усиления F с учётом избирательности только $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(0)}$.

Характеристики АМ-АФМ искажений комплексной огибающей АФМ-сигнала для заданных сценариев НИ в УМ приведены на рисунке 4.10.



а) Сценарий F   б) Сценарий AB

Рисунок 4.10 — Характер НИ за счёт действия оператора V на ВЭ $\tilde{z}$

Выделение видеочастотного эквивалента сигнала. Выделение ВЭ сигнала в основной полосе УМ $\tilde{x}$ происходит согласно схеме на рисунке 4.11, где ФНЧ обладает единичным усилением в полосе пропускания.

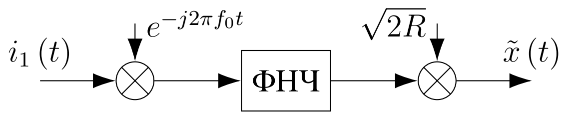


Рисунок 4.11 — Схема формирования ВЭ $\tilde{x}$ из переменной состояния i_1

Входным сигналом схемы является траектория переменной состояния i_1, полученная с выхода интегратора ОДУ и соответствующая току в полезной нагрузке УМ. Домножение на $\exp(-j2\pi f_0 t)$ служит для переноса полезной части спектра i_1 на нулевую частоту и преобразования сигнала из действительнозначного в комплекснозначный формат. Блок ФНЧ выполняет функцию подавления спектральных составляющих на гармониках несущей при единичном усилении в полосе пропускания. Используется интерполированный ФНЧ 24-ого порядка с коэффициентом интерполяции 10, АЧХ которого сопоставлена на рисунке 4.12 с частотными координатами гармоник несущей после домножения i_1 на $\exp(-j2\pi f_0 t)$.

Квадрат амплитуды сигнала на выходе ФНЧ составляет $0.5I_1^2$, где I_1 – амплитудная огибающая РЧ колебания $i_1(t)$. Для приведения мощности ВЭ $\tilde{x}$ к полезной мощности РЧ сигнала в основной

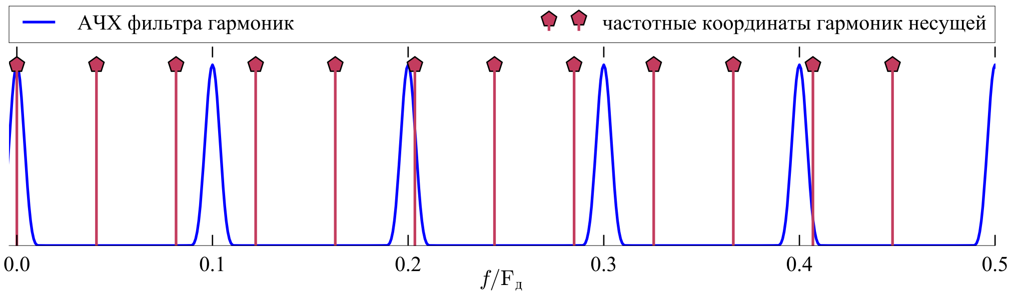


Рисунок 4.12 — АЧХ интерполированного фильтра гармоник

полосе УМ осуществляется домножение сигнала на выходе ФНЧ на $\sqrt{2R}$, так что

$$f_0 \int_0^{1/f_0} P_{\text{вых.1}}\left(t+\tau\right) d\tau = \frac{1}{2} R I_1^2\left(t\right) = \left|\tilde{x}_t\right|^2, \tag{4.4}$$

где выражение слева имеет смысл средней за период РЧ полезной выходной мощности.

Нормировка (4.4) позволяет отождествлять среднюю мощность и СПМ сигнала в основной полосе УМ с соответствующими характеристиками ВЭ $\tilde{x}$.

Синхронизация. Синхронизация тестовых сигналов $\tilde{z}_k$ и $\tilde{x}_k$ требуется для компенсации задержки τ, вызванной инерционностью модели РЧ УМ. В модели используется стандартный алгоритм синхронизации по критерию положения максимума взаимной корреляционной функции $\tilde{z}$ и $\tilde{x}$: $\Upsilon x = \theta_s x$. Величина поправки s, выраженная числом отсчётов на $F_{\text{д}}^{\text{ацп}}$ составляет:

$$s = \underset{k}{\operatorname{argmax}} \left| \left(\theta_k \mathbf{x}\right)^{\text{H}} \mathbf{z} \right|. \tag{4.5}$$

Разрешающая способность синхронизации кратна $T_{\text{д}}^{\text{ацп}} = 1/F_{\text{д}}^{\text{ацп}}$, тогда как для τ это в общем случае не справедливо. Компенсация остаточной рассинхронизации может проводиться с помощью дополнительной интерполяции $\tilde{z}$ и $\tilde{x}$ перед вычислением (4.5).

При моделировании такое дополнительное уточнение синхронизации проводилось только в целях лучшей иллюстрации характера НИ в УМ при построении АМ-АФМ характеристик. Пример оценки АМ-АФМ характеристики V без компенсации остаточной рассинхронизации показан на рисунке 4.13, где нескомпенсированная рассинхронизация сигналов z и x объясняет увеличение разброса АМ-АМ и АМ-ФМ характеристик относительно аналогичного результата, построенного на рисунке 4.17б с учётом уточнения синхронизации.

При идентификации оператора ЦПИ уточнение синхронизации не проводилось для поддержания $F_{\text{д}} \leq F_{\text{д}}^{\text{ацп}}$. Процедура синхронизации также не выполняется в режиме анализа НИ с помощью одно- и двухтонового тестовых сигналов.

Прореживание. Частота дискретизации отсчётов $\tilde{x}_k$ приводится к $F_{\text{д}}^{\text{и}}$, на которой происходит анализ НИ и идентификация оператора ЦПИ. Максимально допустимое значение $F_{\text{д}}^{\text{и}}$ составляет

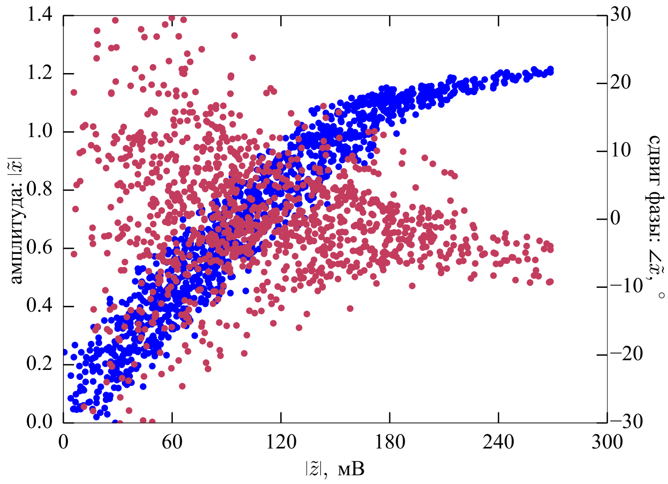


Рисунок 4.13 — Оценка характеристики АМ-АФМ искажений в сценарии АВ при нескомпенсированной остаточной рассинхронизации z и x

$F_д^{ацп}$, что с достаточной для практики точностью отвечает критерию Найквиста для оцифровки x с учётом ВПИ. Согласно разд. 3.2.2, выбор $F_д^и$ влияет на точность идентификации ЦПИ и поэтому подлежит оптимизации. Рассматриваемые в эксперименте варианты $F_д^и$ с указанием соответствующего параметра регуляризации приведены в таблице 4.4.

Таблица 4.4 — Рассматриваемые варианты снижения $F_д^и$ относительно $F_д^{ацп}$

Соотношение $F_д^{ацп}/F_д^и$	1	2	3	4	5
Параметр регуляризации λ_F	0	$1/2$	$2/3$	$3/4$	$4/5$

Анализ НИ / Идентификация S**.** Сопоставление ВЭ $\tilde{z}$ и $\tilde{x}$ при работе модели в режиме идентификации позволяет определить оператор НИ в УМ $\mathrm{V} : \tilde{z} \mapsto \tilde{x}$.

Сопоставление $\tilde{z}$ и $\tilde{x}$ режиме линеаризации определяет линеаризованный оператор $\Lambda : \tilde{z} \mapsto \mathrm{S}\tilde{z} \mapsto \tilde{x}$. Целевой линеаризированный коэффициент усиления κ учитывается путём масштабирования $\tilde{x}$ перед выполнением идентификации. При моделировании κ везде был подобран из условия $\kappa \approx \kappa_{норм}$ согласно (1.16), так что пиковый уровень сигнала на выходе Λ соответствует изначальному пиковому уровню на выходе V, предварительно оценённому для каждого сценария НИ в УМ. Характеристики АМ-АФМ для оператора Λ приведены на рисунке 4.14.

Общесистемная эффективность ЦПИ оценивается сопоставлением следующих показателей:

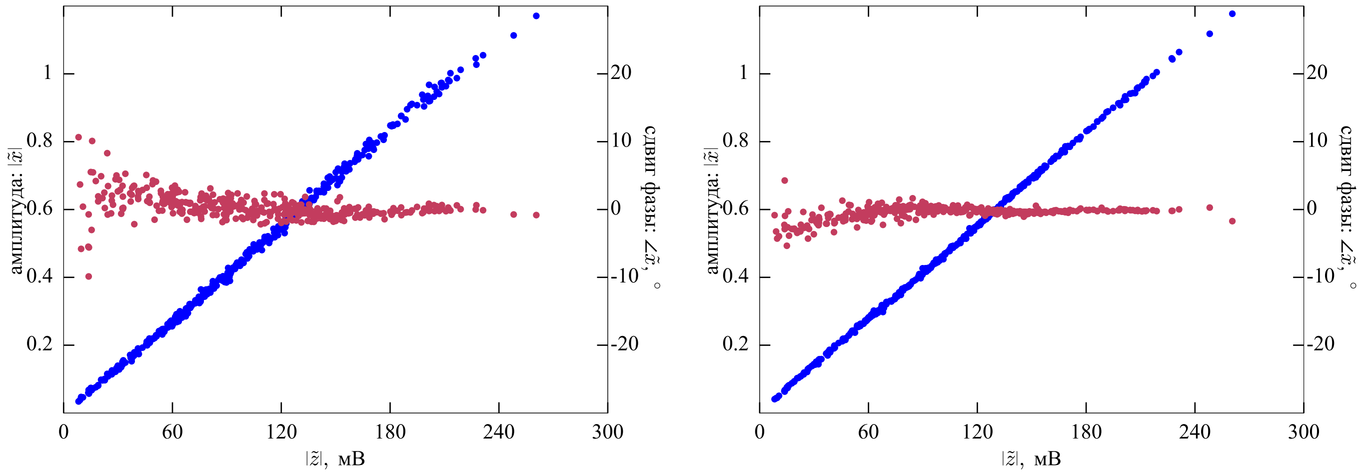
– средней выходной мощности УМ с учётом линеаризации:

$$\langle P_{вых.1} \rangle = \langle |\tilde{x}|^2 \rangle, \tag{4.6}$$

где $\langle \cdot \rangle$ – оператор осреднения по вектору цифровых отсчётов;

– среднего КПД усиления:

$$КПД = \frac{\langle P_{вых.1} \rangle}{\langle P_{вых.1} \rangle + \langle P_{расс} \rangle}, \tag{4.7}$$



а) Сценарий F

б) Сценарий AB

Рисунок 4.14 — Характер НИ за счёт действия оператора $\Lambda = \mathrm{V} \circ \mathrm{S}$ на ВЭ $\tilde{z}$

где $\langle P_{\text{расс}} \rangle = \langle i_{\text{вых.УЭ}} u_{\text{вых.УЭ}} \rangle$ – средняя рассеиваемая на УЭ тепловая мощность, определяемая формой выходных колебаний УЭ;

– величины избыточного ВПИ, рассчитываемой как разница между фактической мощностью ВПИ на выходе УМ и её предельно-допустимым уровнем, определённым для набора контрольных отстроек Δf_i:

$$\Delta\text{впи}\left(\Delta f_i\right) = P_{\text{вых.1}}\left(W_{\text{изм}}, \Delta f_i\right) - P'_{\text{вых.1}}\left(W_{\text{изм}}, \Delta f_i\right) \tag{4.8}$$

где выходная мощность в полосе $W_{\text{изм}}$ рассчитывается согласно (1.13) на основе оценки СПМ сигнала на выходе УМ с учётом линеаризации, а её предельно-допустимые значения, $P'_{\text{вых.1}}$, заданы контрольной спектральной маской, приведенной в таблице 4.5. Используемая спектральная маска сформирована на основе спецификации 3gpp LTE [67] для режима $W = 20$ МГц.

Таблица 4.5 — Спектральная маска для расчёта избыточного ВПИ при $W = 20$ МГц

Δf_i, МГц	$W_{\text{изм}}$	$P'_{\text{вых.1}}$, дБм
10	30 кГц	-21
11	1 МГц	-13
15	1 МГц	-25
20	1 МГц	-25

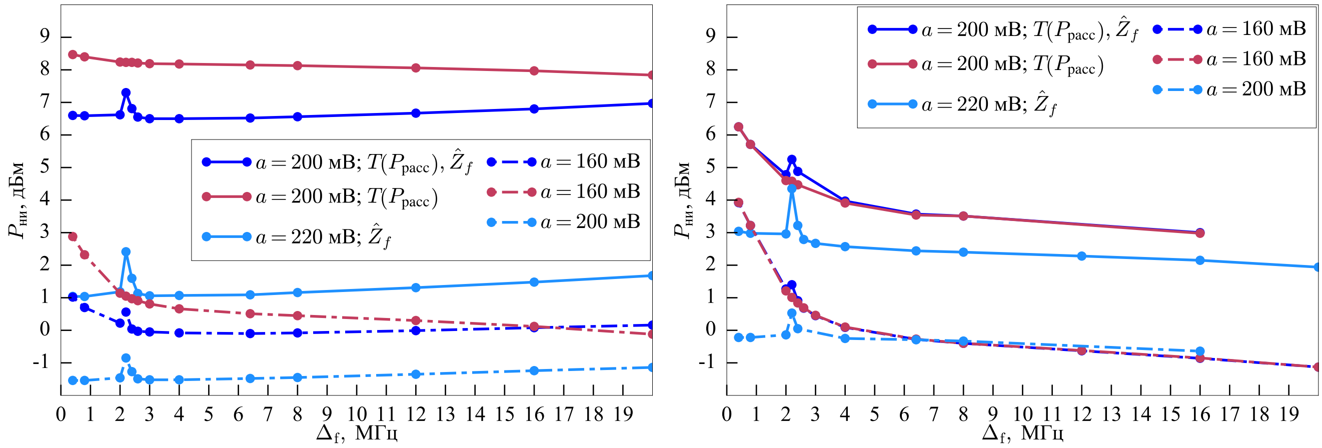
Условием выполнения требований к ВПИ является

$$\max_{\Delta f_i} \Delta\text{впи}\left(\Delta f_i\right) < 0. \tag{4.9}$$

Общесистемный выигрыш от ЦПИ выражается величиной допустимого увеличения $\langle P_{\text{вых.1}} \rangle$ при условии выполнения (4.9) по сравнению со случаем отсутствия иных средств снижения ВПИ помимо подстройки α.

4.2.2 Валидация эффектов обратной связи и памяти оператора нелинейных искажений в усилителе

Согласно разд. 2.3, особенностями оператора НИ в УМ, не учитываемыми в модели Винера-Хаммерштейна, является эффект ОС с нелинейным коэффициентом передачи и влияние составляющих выходных колебаний УЭ вне основной полосы УМ. Для валидации влияния факторов электрической и тепловой ОС на характер памяти НИ имитационной модели УМ был проведён двухтоновый тест, описанный в разд. 2.1.2.



а) Сценарий AB   б) Сценарий F

Рисунок 4.15 — Характеризация влияния факторов тепловой и электрической ОС на эффект памяти НИ с помощью двухтонового теста

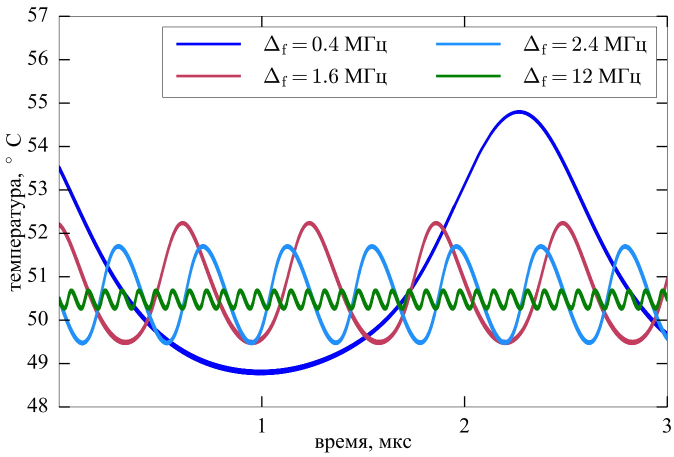
Параметрами входного тестового сигнала, согласно (2.13), являются амплитуда a и параметр частотной расстройки Δ_{f}. Шаг изменения Δ_{f} при моделировании составляет 100 кГц, что обеспечивает достаточную разрешающую способность БПФ для выявления резонанса в окрестности $\Delta_{\text{f}} \approx f_{\text{п}}$. Помимо совокупного влияния факторов $T\left(P_{\text{расс}}\right)$ и $\widehat{Z}_f$, была также проведена оценка вклада каждого из них по-отдельности. Для этого тест был повторно проведён при исключении уравнений, учитывающих каждый из факторов, из системы состояния СЗ УЭ (4.2). При этом для каждой из трёх комбинаций факторов $T\left(P_{\text{расс}}\right)$ и $\widehat{Z}_f$ была выполнена пара тестов при разных a, что в сумме дало 6 тестов для каждого сценария НИ в УМ.

Полученные зависимости $P_{\text{ни}}\left(\Delta_{\text{f}}\right)$ приведены на рисунке 4.15. Выбор большего a при учёте только фактора электрической ОС (пометка $\widehat{Z}_f$ на графиках) был сделан с целью повысить наглядность сопоставления за счёт выравнивания среднего уровня $P_{\text{ни}}$ относительно остальных результатов, показанных на рисунке.

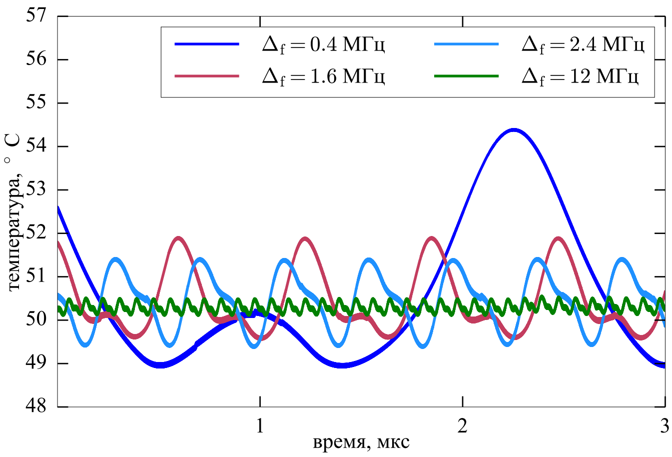
Индикацией эффекта памяти НИ является чувствительность $P_{\text{ни}}$ на выходе УМ к изменению Δ_{f}. В соответствии с ФНЧ-характером ЭТЦ, влияние термозависимости проявляется в возрастании $P_{\text{ни}}$ при малых Δ_{f} и её снижении при больших Δ_{f}. Влияние $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(1)}$ проявляется при больших Δ_{f} в связи с увеличением перепада $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(1)}$ при $f = f_0 \pm \Delta_{\text{f}}/2$. Однако данный характер заметен только при отключении учёта тепловой ОС; в противном случае он оказывается маскирован равномерным увеличением $P_{\text{ни}}$ во всём диапазоне Δ_{f}. Влияние $\widehat{\mathcal{Z}}_f^{(0)}$ характеризует локальный пик $P_{\text{ни}}\left(\Delta_{\text{f}}\right)$ в окрестности $f_{\text{п}}$.

Нелинейность эффекта памяти за счёт тепловой ОС вытекает из нелинейной зависимости параметров СЗ УЭ от температуры согласно (В.8). Что касается фактора электрической ОС, валидация нелинейности вызываемой им памяти НИ была выполнена эксериментально, путём сопоставления нескольких функций $P_{\text{ни}}\left(\Delta_{\text{f}}\right)$, измеренных на выходе УМ при разных значениях a. Из приведённых на рисунке 4.15 результатов видно, что изменение траекторий $P_{\text{ни}}\left(\Delta_{\text{f}}\right)$ при разном a не сводится к параллельному переносу, а имеет нелинейный характер. По аналогии с примером на рисунке 2.4а, из этого следует нелинейность памяти НИ. Нелинейная зависимость величины пика $P_{\text{ни}}$ при $\Delta_{\text{f}} = f_{\text{п}}$ от a объясняется амплитудной нелинейностью спектральной составляющей $i_{\text{вых.0}}$, отвечающей за влияние паразитного резонанса цепи питания на характер НИ.

Осциллограммы колебаний температуры УЭ для ряда Δ_{f} приведены на рисунке 4.16.



а) $a = 160$ мВ

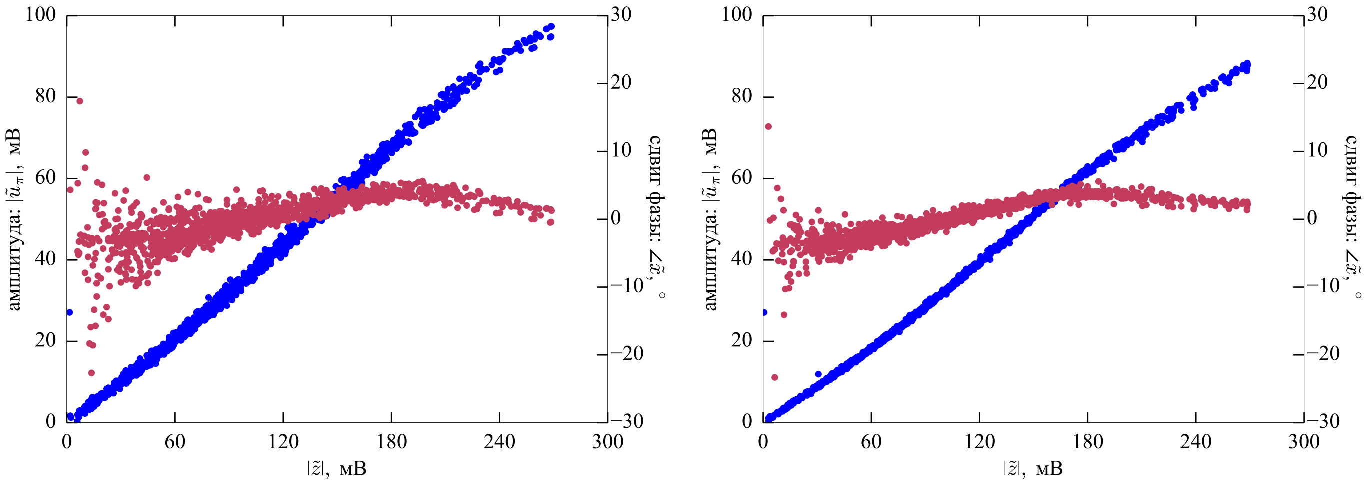


б) $a = 200$ мВ

Рисунок 4.16 — Колебания температуры УЭ при двухтоновом сигнале на входе модели УМ для сценария АВ

Согласно (2.53), спектральный состав колебаний ΔT определяется гармониками $k\Delta_{\text{f}}$, причём влияние гармоник $k > 0$ ослабевает по мере роста k и Δ_{f} вследствие фильтрующего свойства ЭТЦ. Это подтверждается сопоставлением характера приведённых на рисунке 4.16 осциллограмм: в колебаниях ΔT преобладает постоянная составляющая и первая гармоника, а размах колебаний максимален для малых Δ_{f}. Исключение составляет осциллограмма, полученная для $\Delta_{\text{f}} = 2.3$ МГц, где большой размах ΔT вызван увеличением $P_{\text{расс}}$ из-за паразитного резонанса в цепи питания с $f_{\text{п}} \approx 2.2$ МГц. Сопоставление результатов, приведённых на рисунке 4.16 для двух значений a позволяет отметить изменение характера колебаний температуры при переходе УЭ в режим большого сигнала.

Нелинейные характеристики элементов C_π и r_π входной цепи, а также действие проходной ёмкости приводит к тому, что помеха НИ имеет место также на входе УЭ. Для оценки характера НИ на входе УМ рассмотренные выше методы анализа были применены к составляющей основной полосы переменной состояния u_π. Выделение ВЭ u_π выполнено аналогично схеме рисунка 4.11 за исключением масштабирования на R. На рисунке 4.17 приведены АМ-АФМ характеристики, соответствующие преобразованию $\tilde{z} \mapsto \tilde{u}_\pi$, где в качестве z выступает модулированный OFDM-сигнал. Рисунки демонстрируют слабую нелинейность АМ-АМ при размахе нелинейности АМ-ФМ более $10°$.



а) Сценарий F　　　　б) Сценарий АВ

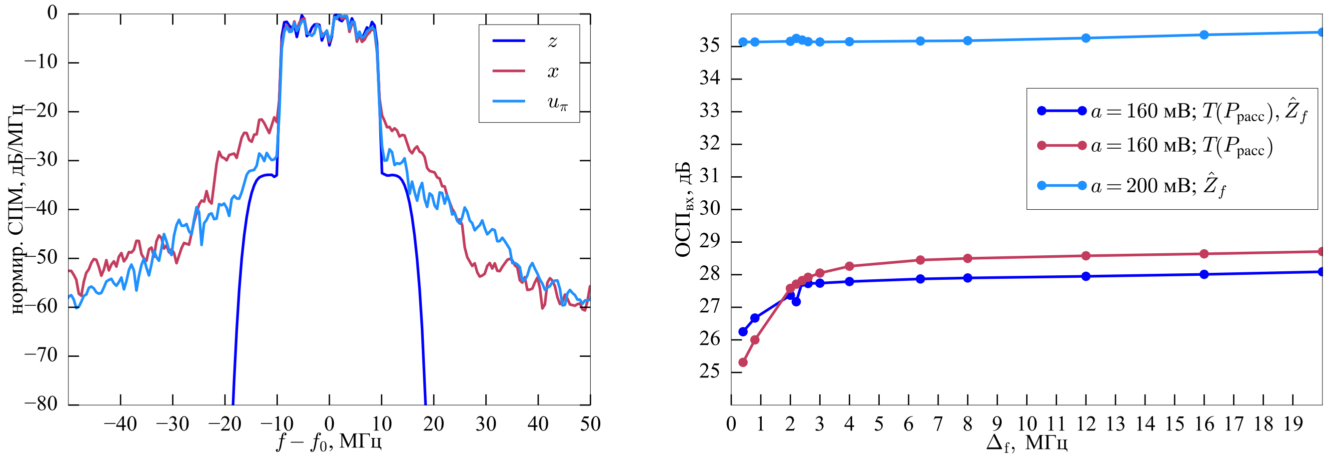
Рисунок 4.17 — Характер АМ-АФМ искажений составляющей основной полосы напряжения u_π

На рисунке 4.18а наличие помехи НИ в составляющей основной полосы сигнала u_π проиллюстрировано с помощью оценки нормированной СПМ, которая отражает наличие ВПИ. Результаты сопоставлены с формой СПМ исходного сигнала z и полезного сигнала в основной полосе на выходе УМ, x. На рисунке 4.18б приведены результаты анализа чувствительности помехи НИ к параметру Δ_{f} двухтонового тестового сигнала.

По оси y на рисунке 4.18б отложено отношение сигнал-помеха (ОСП) на входе УЭ, рассчитанное как:

$$\text{ОСП}_{\text{вх}}\left(\Delta_{\text{f}}\right) = \frac{\left|\widehat{u_\pi}\left(-\frac{\Delta_{\text{f}}}{2}\right)\right|^2 + \left|\widehat{u_\pi}\left(\frac{\Delta_{\text{f}}}{2}\right)\right|^2}{\sum_{k=3,5,\ldots}\left(\left|\widehat{u_\pi}\left(-k\frac{\Delta_{\text{f}}}{2}\right)\right|^2 + \left|\widehat{u_\pi}\left(k\frac{\Delta_{\text{f}}}{2}\right)\right|^2\right)},\ \text{дБ} \tag{4.10}$$

где $\widehat{u_\pi}\left(f\right)$ – ЧХ ВЭ составляющей сигнала u_π в основной полосе УМ.



а) Оценка СПМ б) Оценка зависимости ОСП$_{\text{вх}}$ (Δ_{f})

Рисунок 4.18 — Оценка СПМ и чувствительности к параметру Δ_{f} двухтонового тестового сигнала для ВЭ u_π

Помимо снижения ОСП$_{\text{вх}}$ при малых Δ_{f} графики на рисунке 4.18б также позволяют видеть влияние паразитного резонанса в цепи питания, выраженное слабой неравномерностью функций ОСП$_{\text{вх}}$ (Δ_{f}) при $\Delta_{\text{f}} \approx f_{\text{п}}$.

4.2.3 Численные результаты линеаризации усилителя

Идентификация оператора ЦПИ S проходит в соответствии с методом НО/НК. Для повышения точности идентификации используются базовые подходы осреднения и диагональной предобработки (3.9)-(3.11), а также метод обощённой регуляризации, заключающийся в совместной оптимизации $F_{\text{д}}^{\text{и}}$, параметра регуряризации А. Н. Тихонова и степени усечения базовой ЛПМ Вольтерры. Оптимизация оператора предобработки, рассмотренной в разд. 3.2.3 применительно к линеаризации оператора ВХ, осталась за рамками эксперимента.

Численным показателем эффективности линеаризации является осредённый по набору заданных отстроек Δf_i уровень избыточного ВПИ:

$$\langle \Delta\text{впи} \rangle = \frac{1}{N_{\text{f}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{f}}} \Delta\text{впи}\left(\Delta f_i\right), \tag{4.11}$$

где N_{f} – число контрольных отстроек, предусмотренных спектральной маской, которая приведена в таблице 4.5.

Первым шагом оптимизации был выбор наилучшей ЛПМ для построения S. Исходный набор ЛПМ взят из таблицы 3.1. Сопоставление ЛПМ проходило при $F_{\text{д}}^{\text{и}} = F_{\text{д}}^{\text{ацп}}$ и $P = 5$, а для исключения катастрофических потерь точности идентификации за счёт переобучения НК в условиях плохой определёности R измерение $\langle\Delta\text{впи}\rangle$ было проведено дважды: для $\lambda_{\text{Т}} = 0$ и $\lambda_{\text{Т}} = 10^{-8}$, а наименьшее из полученных значений занесено в таблицу 4.6.

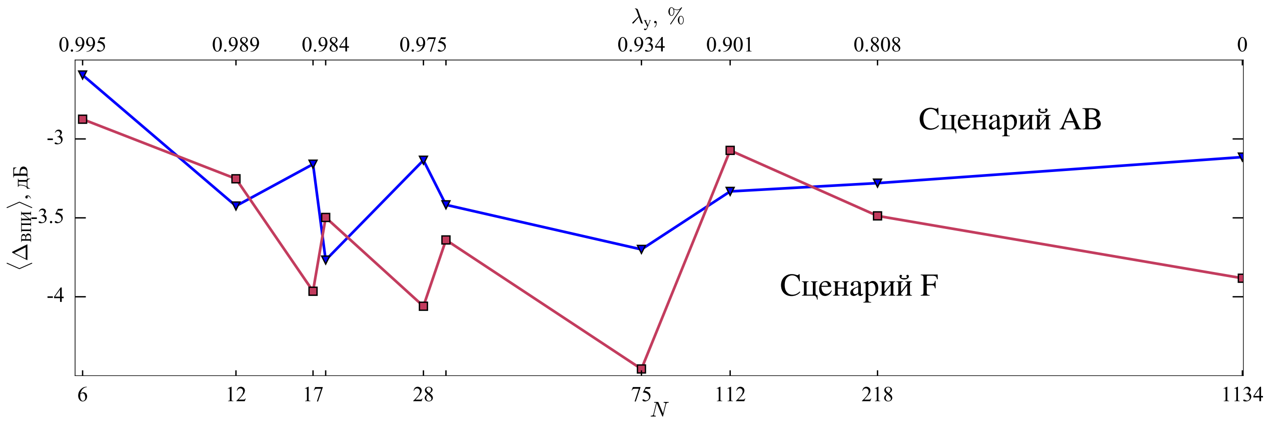


Рисунок 4.19 — Влияние усечения базовой ЛПМ $\mathcal{H}'$ ($\lambda_{\text{Т}} = \lambda_F = 0$)

Для нагрядности результаты также изображены в виде графиков на рисунке 4.19. Характер графиков оказался схожим с результатами, полученными в разд. 3.3.3 применительно к линеаризации оператора ВХ для того же значения P. Отличием является зафиксированный в сценарии F ярко выраженный минимум целевой функции для ЛПМ $\mathcal{H}_2^{\text{дн},\,2}$, характеризующейся относительно высокой сложностью.

Таблица 4.6 — Сопоставление вариантов усечения модели Вольтерры; $P = 5$

Тип ЛПМ		$\mathcal{H}_2^{\text{V}}$	$\mathcal{H}_{1,1}^{\text{вх}}$	$\mathcal{H}_1^{\text{п},2}$	$\mathcal{H}_2^{\text{дн},2}$	$\mathcal{H}_1^{\text{дн},2}$	$\mathcal{H}_2^{\text{дн},1}$	$\mathcal{H}_2^{\text{п}}$	$\mathcal{H}_1^{\text{дн},1}$	$\mathcal{H}_1^{\text{п}}$	$\mathcal{H}_0^{\text{V}}$
	N	1134	218	112	75	31	28	18	17	12	6
$\langle\Delta\text{впи}\rangle$, дБ	сцен. F	-3.9	-3.5	-3.1	-4.5	-3.6	-4.1	-3.5	-4	-3.6	-2.9
	сцен. AB	-3.1	-3.3	-3.3	-3.7	-3.4	-3.1	-3.8	-3.2	-3.4	-2.6

Для дальнейшей оптимизации были отобраны ЛПМ $\mathcal{H}_M^{\text{дн},\,\Gamma}$ ($\Gamma = 2, M = 2$) и $\mathcal{H}_M^{\text{п}}$ ($M = 2$), для которых были получены наилучшие результаты на первом шаге. Второй шаг оптимизации состоял в совместном подборе параметров M, $F_{\text{д}}^{\text{и}}$, а также сдвига диапазона задержек ЛПМ, s. Полученные результаты приведены в таблице 4.7.

Наилучшая эффективность линеаризации, выраженная показателем $\langle\Delta\text{впи}\rangle$, была зафиксирована для $F_{\text{д}}^{\text{и}} = F_{\text{д}}^{\text{ацп}}$, т.е. для максимально допустимой $F_{\text{д}}^{\text{и}}$. При $F_{\text{д}}^{\text{ацп}}/F_{\text{д}}^{\text{и}} > 2$ имеется тенденция к снижению сложности ЛПМ, обеспечивающей наименьший $\langle\Delta\text{впи}\rangle$. Снижение требуемой сложности проявляется как в уменьшении M, так и в проявлении выигрыша для ЛПМ

$\mathcal{H}^{\text{п}}_{M}$. Сложность ЛПМ $\mathcal{H}^{\text{п}}_{1,1}$, для которой был зафиксирован наименьший $\langle\Delta\text{впи}\rangle$ в обоих сценариях НИ, составила 16% от сложности $\mathcal{H}^{\text{дн, 2}}_{2}$.

Для каждого варианта $F^{\text{и}}_{\text{д}}$ в таблице 4.7 также указано оптимальное значение параметра регуляризации Тихонова, λ^{*}_{T}, определённое прямым подбором. Результаты оптимизации отражают тенденцию к увеличению λ^{*}_{T} по мере угрубления дискретизации модели. Кроме того, выигрыш за счёт оптимизации λ_{T} оказался выше при использовании менее сложной из двух рассматриваемых на данном шаге ЛПМ.

Таблица 4.7 — Оптимизация параметров памяти (M,s) и λ_{T} для ряда значений $F^{\text{и}}_{\text{д}}$; $P = 5$

Сценарий AB; тип ЛПМ $\mathcal{H}^{\text{дн,2}}_{M,s}$

$\frac{F^{\text{ацп}}_{\text{д}}}{F^{\text{и}}_{\text{д}}}$	(M,s)	N	λ^{*}_{T}	$\langle\Delta\text{впи}\rangle$, дБ $\lambda_{\text{T}} = 0$ / λ^{*}_{T}
1	$(2,0)$	75	10^{-5}	-3.7 / -3.9
2	$(2,1)$	75	10^{-5}	-2.3 / -2.3
3	$(1,1)$	31	$5\cdot10^{-3}$	-2.1 / -2.1
4	$(1,1)$	31	10^{-2}	-1.3 / -2.4
5	$(1,1)$	31	10^{-2}	-1.3 / -2.0

Сценарий F; тип ЛПМ $\mathcal{H}^{\text{дн,2}}_{M,s}$

$\frac{F^{\text{ацп}}_{\text{д}}}{F^{\text{и}}_{\text{д}}}$	(M,s)	N	λ^{*}_{T}	$\langle\Delta\text{впи}\rangle$, дБ $\lambda_{\text{T}} = 0$ / λ^{*}_{T}
1	$(2,0)$	75	10^{-2}	-4.5 / -4.6
2	$(4,2)$	220	0	-4.0 / -4.0
3	$(1,1)$	31	10^{-2}	-2.5 / -3.1
4	$(1,1)$	31	$3\cdot10^{-2}$	-2.5 / -3.8
5	$(1,1)$	31	$3\cdot10^{-2}$	-1.2 / -2.3

Сценарий AB; тип ЛПМ $\mathcal{H}^{\text{п}}_{M,s}$

$\frac{F^{\text{ацп}}_{\text{д}}}{F^{\text{и}}_{\text{д}}}$	(M,s)	N	λ^{*}_{T}	$\langle\Delta\text{впи}\rangle$, дБ $\lambda_{\text{T}} = 0$ / λ^{*}_{T}
1	$(2,0)$	18	$3\cdot10^{-2}$	-3.8 / -3.8
2	$(2,1)$	18	$3\cdot10^{-2}$	-1.6 / -1.7
3	$(1,1)$	12	10^{-2}	-2.3 / -2.7
4	$(1,1)$	12	$3\cdot10^{-2}$	-1.5 / -2.1
5	$(1,1)$	12	$3\cdot10^{-2}$	-2.0 / -2.7

Сценарий F; тип ЛПМ $\mathcal{H}^{\text{п}}_{M,s}$

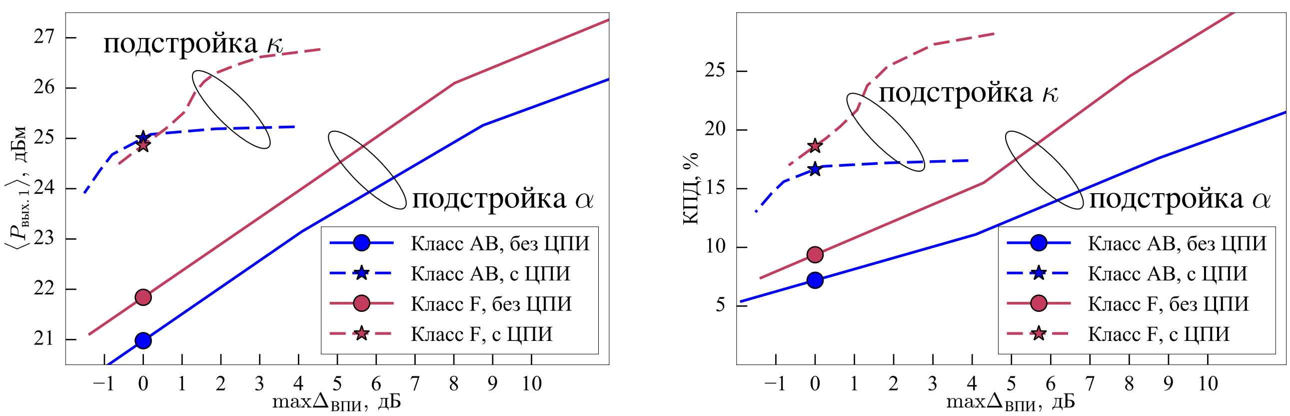
$\frac{F^{\text{ацп}}_{\text{д}}}{F^{\text{и}}_{\text{д}}}$	(M,s)	N	λ^{*}_{T}	$\langle\Delta\text{впи}\rangle$, дБ $\lambda_{\text{T}} = 0$ / λ^{*}_{T}
1	$(2,0)$	18	10^{-3}	-3.5 / -4.2
2	$(4,2)$	30	$3\cdot10^{-2}$	-3.3 / -4.5
3	$(1,1)$	12	$3\cdot10^{-2}$	-2.3 / -3.6
4	$(1,1)$	12	$3\cdot10^{-2}$	-2.3 / -4.1
5	$(1,1)$	12	$2\cdot10^{-2}$	-1.4 / -3.6

Оптимизация λ_{T} позволяет снизить величину потерь $\langle\Delta\text{впи}\rangle$ при снижении $F^{\text{и}}_{\text{д}}$ в 5 раз до 1.2 дБ. Как следует из сопоставления результатов таблицы 4.7 с результатами для $\mathcal{H}^{\text{V}}_{2}$ в таблице 4.6, разница показателя $\langle\Delta\text{впи}\rangle$ между наиболее простой конфигурацией ЦПИ с $N = 12$, $\lambda_{F} = 4/5$ и полной моделью Вольтерры оказалась в пределах 0.4 дБ при значительном упрощении ЦПИ, тогда как для наилучших из полученных результатов зафиксирован выигрыш 0.7 дБ. Из сопоставление с результатами $\mathcal{H}_0^{\text{V}}$ в таблице 4.6 следует, что снижение $\langle\Delta\text{впи}\rangle$ за счёт учёта памяти в модели ЦПИ составило до 1.7 дБ.

По итогу проведённой оптимизации была зафиксирована следующая конфигурация ЦПИ для проведения оценки системного выигрыша за счёт линеаризации: модель усечения $\mathcal{H}_M^{\text{дн, г}}$ $(\Gamma = 2, M = 2)$ с $N = 75$ $(\lambda_{\text{у}} = 0.93)$, $F_{\text{д}}^{\text{и}} = F_{\text{д}}^{\text{ацп}}$ $(\lambda_F = 0)$, $\lambda_{\text{Т}} = 10^{-5}$ для сценария AB и $\lambda_{\text{Т}} = 10^{-2}$ для сценария F.

4.2.4 Оценка общесистемного выигрыша от линеаризации

Для оценки общесистемного выигрыша ЦПИ вначале была определена максимально-достижимая величина $\langle P_{\text{вых.1}}\rangle$, при которой требование к ВПИ выполняется без иных средств линеаризации кроме подбора входного ослабления УМ. Искомая величина может быть определена по графикам зависимости $\langle P_{\text{вых.1}}\rangle$ от $\max\Delta\text{впи}$: она соответствует значению графиков при $\max\Delta\text{впи} = 0$. Указанные зависимости были получены на основе измерения показателей $\langle P_{\text{вых.1}}\rangle$ и $\max\Delta\text{впи}$ для УМ без ЦПИ при изменении α в диапазоне ок. 10 дБ. Результаты измерений показаны на рисунке 4.20а, а круглыми маркерами на графиках отмечены искомые предельные значения $\langle P_{\text{вых.1}}\rangle$. Аналогичные результаты по измерению зависимости КПД от $\max\Delta\text{впи}$ и определения его предельного по критерию выполнения требований ВПИ значения показаны на рисунке 4.20б.



а) Оценка выигрыша по $\langle P_{\text{вых.1}}\rangle$ б) Оценка выигрыша по КПД

Рисунок 4.20 — Оценка общесистемного выигрыша за счёт ЦПИ

При использовании ЦПИ параметр α был фиксирован, а подстройка уровня входного сигнала УМ осуществлялась за счёт подбора параметра κ. Помимо κ, на уровень сигнала на входе УМ очевидным образом также влияет эффект декомпрессии сигнала вследствие ЦПИ. Чтобы обеспечить целевой уровень ВПИ в обоих сценариях НИ оказалось необходимым снизить κ относительно номинального уровня. В сценарии F потребовалось большее снижение κ, что свидетельствует о большей интенсивности НИ по сравнению со сценарием AB.

Предельные значения $\langle P_{\text{вых.1}} \rangle$ и КПД, достигнутые при выполнении (4.9) с учётом ЦПИ отмечены на рисунке 4.20 пятиконечными маркерами. В обоих сценариях НИ применение ЦПИ позволило получить выигрыш в энергетических показателях усиления при выполнении требований ВПИ. Это объясняется тем, что несмотря на декомпрессию сигнала и снижение κ уровень сигнала на входе УМ всё же оказался выше, чем в варианте без ЦПИ, за счёт фиксации α.

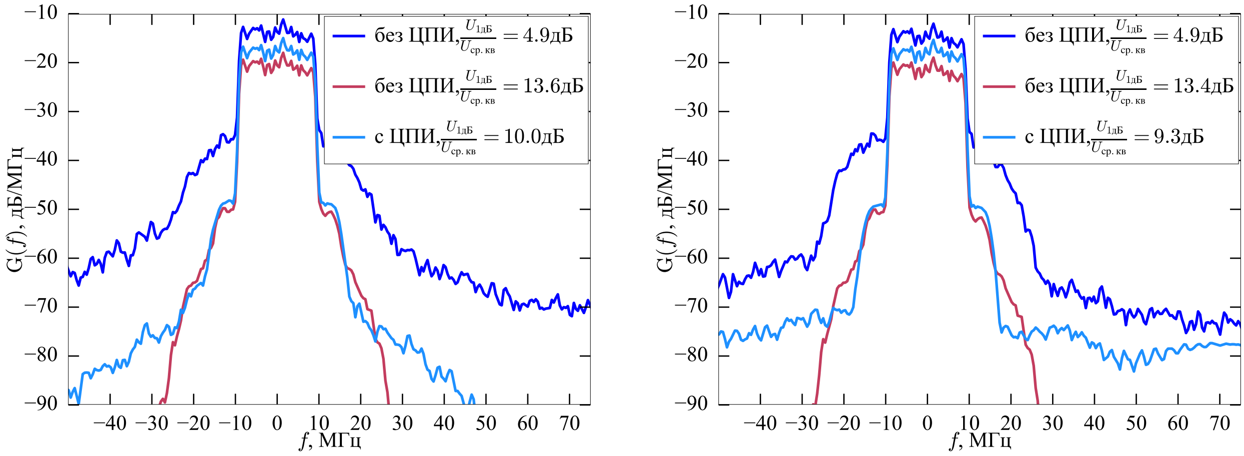
Пунктирными линиями на рисунке 4.20 показаны зависимости $\langle P_{\text{вых.1}} \rangle$ и КПД от $\max \Delta$впи, полученные на основе измерений при разных κ. Согласно результатам, увеличение κ для сценария F может потенциально обеспечить дополнительный выигрыш до 2 дБ в $\langle P_{\text{вых.1}} \rangle$ и до 10% КПД при более эффективной линеаризации. В то же время эффективность линеаризации для сценария AB близка к предельной.

Результаты измерений резюмированы в таблице 4.8. Согласно результатам, величина выигрыша $\langle P_{\text{вых.1}} \rangle$ составила от 3 до 4 дБ, а КПД – более 8 %. В таблице 4.8 также обозначен предельно допустимый уровень входного сигнала, при котором удаётся обеспечить требуемый уровень ВПИ. Он выражен отношением $U_{\text{ср.кв}}/U_{1\text{дБ}}$, где величина $U_{\text{ср.кв}} = \sqrt{\langle |\tilde{z}|^2 \rangle}$ [мВ], учитывает распределение $\tilde{z}$ после ограничения ПФ, эффект декомпрессии ЦПИ, а также значения параметров α и κ, а $U_{1\text{дБ}} = 220$ [мВ] – точка 1-дБ компрессии АХ при $T = 55°$ С, определённая в разд. 4.1.2.

Таблица 4.8 — Сопоставление показателей качества сигнала на выходе УМ при выполнении требований ВПИ за счёт линеаризации

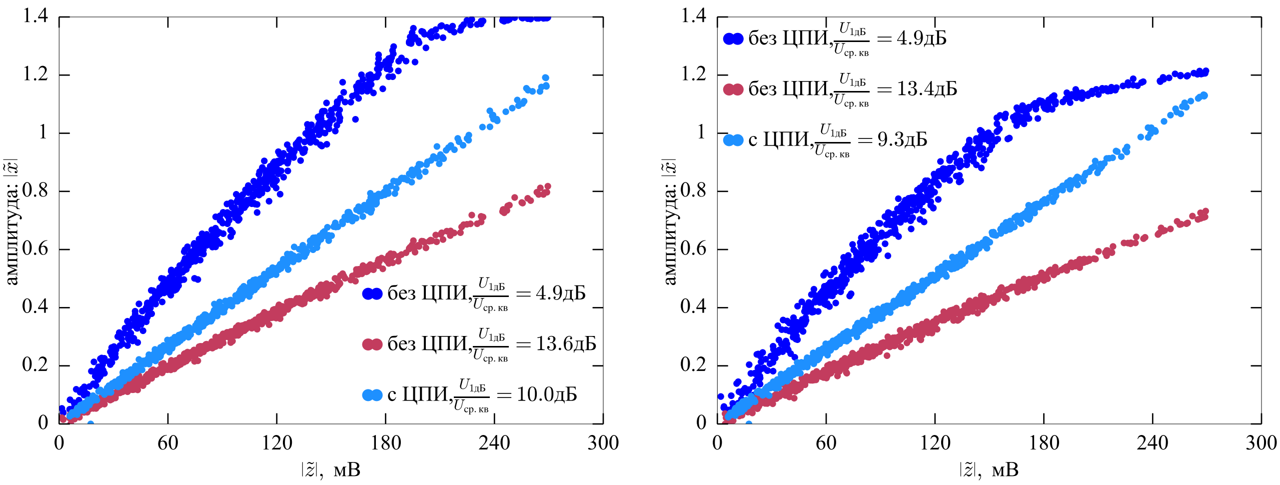
		$\langle P_{\text{вых.1}} \rangle$, дБм	КПД, %	$20\lg \frac{U_{1\text{дБ}}}{U_{\text{ср.кв}}}$, дБ
Сценарий F	без ЦПИ	21.8	9.4	13.6
	с ЦПИ	24.8	18.6	10
Сценарий AB	без ЦПИ	21	7.2	13.4
	с ЦПИ	25	16.7	9.3

На рисунке 4.21 полученные результаты иллюстрируются с помощью оценок СПМ сигнала на выходе УМ. Синим цветом показаны графики, полученные для УМ без линеаризации при номинальном α. С ними сопоставлены результаты, полученные после линеаризации УМ: в одном случае за счёт ЦПИ, а в другом – за счёт подбора α. Результаты демонстрируют, что разница в величине полезной мощности между УМ без линеаризации и УМ с ЦПИ примерно соответствует аналогичной разнице между УМ с ЦПИ и УМ с линеаризацией за счёт подбора α. Для иллюстрации степени различия достижимой выходной мощности УМ при выполнении требований ВПИ двух методов линеаризации на рисунке 4.22 построены характеристики АМ-АМ искажений, полученные для тех же конфигураций модели.



а) Сценарий F б) Сценарий АВ

Рисунок 4.21 — Оценки СПМ сигнала на выходе УМ с учётом линеаризации



а) Сценарий F б) Сценарий АВ

Рисунок 4.22 — Оценки АМ-АМ искажений сигнала на выходе УМ с учётом линеаризации

Выводы по разделу 4

1. Использование имитационной модели РЧ УМ в виде системы ОДУ позволила повысить достоверность моделирования НИ в УМ по сравнению с упрощённой моделью Винера-Хаммерштейна за счёт учёта эффектов ОС в УМ и выполнения верификации модели по критерию воспроизводимости отклика эталонного схемотехнического симулятора SPICE.

2. С помощью двухтонового теста, применённого к разработанной модели УМ, установлено проявление эффекта памяти НИ; валидировано, что источниками памяти НИ являются термозависимость характеристик УЭ и неравномерность ЧХ сопротивления ВКС УМ.

3. При двухтоновом сигнале на входе УМ форма колебаний температуры УЭ зависит от параметра частотной расстройки сигнала и его амплитуды; характер колебаний перестаёт быть гармоническим в режиме большого сигнала.

4. Эффект ОС в УЭ приводит к тому, что НИ проявляются не только в колебании выходного тока УЭ, но и в колебании управляющего им напряжения u_π.

5. Сложность ЛПМ, выбранной по результатам оптимизации степени усечения базовой ЛПМ Вольтерры в приложении к линеаризации модели РЧ УМ, оказалась более чем в 2 раза выше по сравнению с приложением к линеаризации оператора ВХ в разд. 3 при том же P, что говорит о большем влиянии потерь за счёт ограничения достоверности ЛПМ ЦПИ.

6. Результаты оптимизации сложности ЛПМ ЦПИ в условиях сниженной $F_\text{д}^\text{и}$ показали, что при $F_\text{д}^\text{и} < 0.5F_\text{д}^\text{ацп}$ целесообразно снижение сложности модели; оптимизированная сложность ЛПМ для $F_\text{д}^\text{и} = 0.2F_\text{д}^\text{ацп}$ составила 16% от сложности ЛПМ $\mathcal{H}_2^{\text{дн},2}$, для которой получен наилучший результат при $F_\text{д}^\text{и} = F_\text{д}^\text{ацп}$.

7. Использование метода обощённой регуляризации для повышения точности НО/НК-идентификации ЦПИ позволил снизить показатель $\langle \Delta\text{впи} \rangle$ на 0.7 дБ относительно базового сценария НО/НК-идентификации оператора Вольтерры и на 1.7 дБ относительно оператора без памяти.

8. Общесистемный выигрыш, выраженный в допустимом увеличении полезной выходной мощности при выполнении требований к ВПИ, составил не менее 3 дБ относительно базового метода линеаризации УМ путём подстройки его входного ослабления; выигрыш в среднем КПД составил не менее 8 %.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Работа содержит научно обоснованное решение задачи повышения эффективности метода ЦПИ при выполнении идентификации линейно-параметрической модели (ЛПМ) ЦПИ согласно архитектуре непрямого обучения по критерию минимума СКО пост-обращения оператора НИ (НО/НК-идентификация). Суть предложенного решения состоит совместной оптимизации параметра регуляризации А. Н. Тихонова, степени усечения базовой ЛПМ Вольтерры для построения ЦПИ и частоты дискретизации сигналов для выполнения идентификации. Целесообразность подстройки базового решения НО/НК-идентификации обусловлена присущей этому методу неточности, связанной с несоответствием минимизируемого и фактического функционалов потерь линеаризации, а также влиянием потерь за счёт неполной достоверности ЛПМ ЦПИ в условиях плохой определённости задачи идентификации. В рамках предложенного подхода такая подстройка осуществляется с помощью относительно малого числа параметров.

Для обоснования универсальности метода его эффективность была валидирована на стандартной модели НИ Винера-Хаммерштейна, а также на разработанной в рамках исследования имитационной модели РЧ УМ, учитывающей такие характерные для УМ особенности НИ, как эффекты электрической и тепловой ОС.

Основная область применения результатов работы – задачи моделирования и компенсации НИ в УМ; также они могут использоваться при системном моделировании сигнально-кодовых конструкций.

Частные результаты работы заключаются в следующем.

1. Выработан подход к повышению эффективности линеаризации методом ЦПИ при использовании архитектуры непрямого обучения и критерия минимума СКО пост-обращения при идентификации. Суть предложенного подхода заключается в подстройке базового НК-решения идентификации за счёт совместной оптимизации степени усечения базовой модели Вольтерры, частоты дискретизации для проведения идентификации, а также параметра регуляризации А. Н. Тихонова. Выявленная аналогия действия данных трёх факторов на базовое решение идентификации, позволяет рассматривать предложенный подход как обобщённую регуляризацию задачи НО/НК-идентификации ЦПИ.

2. Разработана компьютерная модель канала связи между источником сигнала и приёмником, содержащего устройства ограничения пик-фактора, предыскажения и УМ. В разделе 3 для моделирования НИ в УМ был использован стандартный оператор Винера-Хаммерштейна, для которого был синтезирован идеальный оператор ЦПИ в виде ЛПМ, позволивший получить верхнюю оценку эффективности линеаризации и использовать её для измерения величины потерь за счёт неточности НО/НК-идентификации. Показано, что предложенное решение проблемы повышения эффективности ЦПИ отстоит от верхней границы в пределах 5 дБ в терминах уровня СПМ в соседнем канале, а выигрыш относительно базового варианта идентификации составляет до 10 дБ.

3. В разделе 4 для моделирования НИ в УМ была применена разработанная в ходе работы модель РЧ УМ в виде системы дифференциальных уравнений, составленных на основе электрической схемы УМ и схемы замещения транзистора. Для обеспечения достоверности получаемых на основе модели результатов она была верифицирована путём сопоставления её отклика на заданный тестовый сигнал со стандартным схемотехническим симулятором SPICE. Для разработанной модели РЧ УМ проведена валидация проявления эффектов тепловой и электрической ОС на характер НИ, определяющих специфику характера НИ в типичном УМ, что позволило обосновать более высокий уровень достоверности модели по сравнению с упрощенной моделью Винера-Хаммерштейна.

Совокупность полученных результатов позволяет считать сформулированную во введении научную задачу выполненной.

Ширина темы исследования не позволила уделить достаточное внимание следующим охватываемым ею вопросам:

– сопоставлению точности адаптивной идентификации в рамках архитектуры замкнутой петли ЦПИ и рассмотренной в работе архитектуры разомкнутой петли ЦПИ;

– оценке влияния адаптации выходного напряжения питания УМ согласно методу APP на характер НИ с учётом зависимости параметров СЗ УЭ от величины выходного напряжения УЭ;

– доработке имитационной модели РЧ УМ для увеличения частоты несущей до нескольких ГГц и ширины полосы входного сигнала свыше 100 МГц;

– совмещению решения задач дискретизации и регуляризации проблемы идентификации ЦПИ, что является более оптимальной стратегией решения некорректных задач по сравнению с использованным в работе традиционным подходом к их последовательному решению;

– исследованию возможностей оптимизации оператора предобработки тестовых сигналов для повышения точности идентификации ЦПИ в условиях отсутствия априорной информации о характере НИ в УМ.

Данные вопросы относятся к дальнейшим исследованиям.

Список сокращений и условных обозначений

Основные символы и обозначения:

$\angle z$ – величина угла полярном представлении комплексного числа z

$|z|$ – величина модуля при полярном представлении комплексного числа z

$\widehat{\mathrm{V}}$ – частотная характеристика оператора V

$\tilde{z}$ – видеочастотный эквивалент сигнала z

$\mathrm{A}\,(a)$ – функция АМ-АМ нелинейности

α – параметр входного ослабления УМ

$\delta_{\text{д}}$ – ошибка достоверности

$\delta_{\text{и}}$ – ошибка идентификации

$\delta_{\text{рег}}$ – смещение регуляризованного решения задачи идентификации

$\varepsilon_{\text{д}}$ – потери за счёт неполной достоверности модели оператора ЦПИ

$\varepsilon_{\text{и}}$ – потери за счёт неточности идентификации нелинейного оператора

θ_τ – оператор задержки на величину τ: $(\theta_\tau z)_t = z_{t+\tau}$

κ – параметр целевого линеаризованного усиления

λ – параметр регуляризации (λ_F – регуляризация за счёт снижения $F_{\text{д}}^{\text{и}}$, $\lambda_{\text{т}}$ – регуляризация Тихонова, $\lambda_{\text{у}}$ – регуляризация за счёт усечения ЛПМ)

$\Phi(a)$ – функция АМ-ФМ нелинейности

Υ – оператор предобработки тестового сигнала перед идентификацией

$\mathbf{c}$ – параметры представления оператора в виде ЛПМ $\mathcal{H}$

$e_{\text{н}}^2$, $e_{\text{п}}^2$ – метрика СКО соответственно для непрямой и прямой архитектур обучения

G_f – функция спектральной плотности мощности

$\mathcal{H}$ – набор базисных функционалов ЛПМ нелинейного оператора

$\mathcal{H}_{\text{вх}}^{M_\phi, M_\psi}$ – ЛПМ для представления оператора Винера-Хаммерштейна

$\mathcal{H}_{\text{дн, г}}^{M,s}$ – ЛПМ для усечения по степени динамической нелинейности, Г, с параметрами глубины памяти M и сдвига диапазона допустимых задержек s

$\mathcal{H}_{\text{п, г}}^{M,s}$ – ЛПМ для усечения по количеству уникальных элементов в кортежах задержек, Г, с параметрами глубины памяти M и сдвига диапазона допустимых задержек s

$\mathcal{H}_M^{\text{v}}$ – базовая ЛПМ Вольтерры с глубиной памяти M

$H_{\mathbf{x}}$ – матрица, n-ый столбец которой представляет собой отклик n-ого базисного функционала $h_n \in \mathcal{H}$ на выборку отсчётов тестового сигнала x

M – параметр усечения модели Вольтерры по глубине памяти

N – число компонентов (сложность) ЛПМ

numel (Ω) – число элементов множества Ω

P – параметр усечения модели Вольтерры по степени нелинейности

Q – оператор АМ-АФМ искажений

S – оператор ЦПИ

S^* – идеальный оператор ЦПИ: $\mathrm{S}^* = \mathrm{V}^{-1}$

$\mathrm{S}^{F_{\text{д}}}$ – ВЭ оператора ЦПИ, определённый для частоты дискретизации $F_{\text{д}}$

$\mathrm{S}_{\text{пред}}$, $\mathrm{S}_{\text{пост}}$ – соотв. пред- и постобращение оператора V

$\mathrm{S}^{\text{ан}}$ – оператор ЦПИ, полученный в результате аналитической идентификации ЛПМ

s – параметр сдвига диапазона допустимых задержек ЛПМ

Λ – тандем операторов S и V ($\Lambda = \mathrm{V} \circ \mathrm{S}$)

$U_{1\text{дБ}}$ – амплитуда модулированного сигнала на входе УМ, при которой коэффициент усиления по мощности падает на 1 дБ относительно малосигнального усиления

$U_{\text{ср.кв}}$ – среднеквадратическое значение модулированного сигнала на входе УМ

unique (Ω) – набор неповторяющихся элементов множества Ω, например unique $(\{1,2,2,2,3\}) = \{1,2,3\}$

V – оператор прямой нелинейности (оператор НИ в УМ)

$\mathrm{V}^{F_{\text{д}}}$ – НЧ эквивалент оператора V, определённый для частоты дискретизации $F_{\text{д}}$

$\mathrm{V}^{\text{вх}}$ – оператор Винера-Хаммерштейна

V_p – p-ое функциональное ядро представления Вольтерры для V

W – ширина полосы частот, занимаемая сигналом z

$\mathcal{Z}$ – комплексное сопротивление ВКС УМ

Основные сокращения:

DS-CDMA – прямое расширение спектра с кодовым разделением каналов

FBMC – многчастотная передача с банком фильтров

OFDM – ортогональное мультиплексирование с частотным разделением

SC-FDMA – частотное разделение каналов с одной несущей

АМ-АМ – Амплитудная модуляция (на входе) - Амплитудная модуляция (на выходе)

АМ-ФМ – Амплитудная модуляция (на входе) - Фазовая модуляция (на выходе)

ВАХ – Вольт-амперная характеристика

ВКС – Выходная колебательная система

ВПИ – Внеполосное излучение

ВФХ – Вольт-фарадная характеристика

ВХ – Оператор Винера-Хаммерштейна

ВЭ – видеочастотный эквивалент

КАМ – квадратурная амплитудная модуляция

КФРВ – Комплементарная функция распределения вероятности

ЛПМ – линейно-параметрическая модель

НК – Метод наименьших квадратов

НО/НК – Архитектура непрямого обучения по критерию наименьшей СКО

ПИ – Предыскажение

СКО – Среднеквадратическая величина ошибки

СРС – Система радиосвязи

УМ – Усилитель мощности

УЭ – Усилительный элемент

ЦПИ – Цифровое предыискажение

ЧХ – Частотная характеристика

ЭТЦ – Эквивалентная тепловая цепь

Список литературы

1. Смирнов, А. В. Принципы повышения эффективности усиления сигнала с большим пик-фактором / А. В. Смирнов, С. Ф. Горгадзе // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. — 2013. — Т. 7, № 9. — С. 132—134.
2. Generalized Class-E Power Amplifier With Shunt Capacitance and Shunt Filter / M. Safari Mugisho [et al.] // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. — 2019. — Vol. 67, no. 8. — P. 3464—3474.
3. Input-Harmonic-Controlled broadband continuous class-F power amplifiers for sub-6-GHz 5G applications / S. K. Dhar [et al.] // IEEE Transactions on microwave theory and techniques. — 2020. — Vol. 68, no. 7. — P. 3120—3133.
4. Шахгильдян, В. В. Методы повышения энергетической эффективности линейных усилителей мощности / В. В. Шахгильдян, Р. Ю. Иванюшкин // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. — 2011. — Т. 5, № 9. — С. 144—145.
5. Схемы модуляции для систем сотовой связи 5G/IMT-2020 и 6G / М. Г. Бакулин [и др.] // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. — 2022. — Т. 16, № 3. — С. 11—17.
6. Смирнов, А. В. К влиянию частоты несущего колебания и полосы частот на нелинейные искажения при усилении АФМ сигнала / А. В. Смирнов // Перспективные технологии в средствах передачи информации. Т. 2. — Владимир: ВлГУ, 2015. — С. 139—142.
7. Радиопередающие устройства / В. В. Шахгильдян [и др.]. — Москва : Радио и связь, 2003. — 560 с.
8. A generalized memory polynomial model for digital predistortion of RF power amplifiers / D. R. Morgan [et al.] // IEEE Transactions on Signal Processing. — 2006. — Vol. 54, no. 10. — P. 3852—3860.
9. Бахмуцкая, А. В. Линеаризация широкополосного усилителя мощности в диапазоне частот 30-520 Мгц / А. В. Бахмуцкая, И. Е. Кащенко // Техника радиосвязи. — 2020. — 1(44). — С. 63—75.
10. Poza, H. B. A wideband data link computer simulation model / H. B. Poza, H. L. Berger, D. M. Bernstein // Computers and Electrical Engineering. — 1978. — Vol. 5, no. 2. — P. 135—149.

11. Narayanan, S. Transistor distortion analysis using Volterra series Representation / S. Narayanan // Bell Technical Journal. — 1967. — Vol. 46. — P. 991—1023.

12. Wiener, N. Nonlinear Problems in Random Theory / N. Wiener. — The Technology Press of the MIT, 1958. — 131 p.

13. Тихонов, В. Ю. Компенсация искажений в нелинейных инерционных устройствах / В. Ю. Тихонов, Ю. С. Шинаков // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. — 2018. — Т. 9, № 1. — С. 141—146.

14. Шмаков, Н. Д. Методы исследования параметрических нелинейных искажений в усилителях мощности с распределенным усилением диапазона УВЧ / Н. Д. Шмаков, Р. Ю. Иванюшкин // Технологии информационного общества : Сборник трудов XV МНТК. — Москва: ООО "Издательский дом Медиа паблишер", 03.2021. — С. 148—150.

15. Имитационная модель передающего тракта базовой станции 5G / А. К. Мовчан [и др.] // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. — 2020. — Т. 23, № 3. — С. 38—44.

16. Подвальный, С. Л. Исследование возможности моделирования усилителя мощности с использованием средств нейронных сетей / С. Л. Подвальный, М. А. Лихотин // Вестник Воронежского государственного технического университета. — 2019. — Т. 15, № 5. — С. 30—36.

17. Семёнов, Э. В. Анализ состава нелинейных искажений при видеоимпульсных воздействиях с применением поведенческих нелинейных моделей электрических цепей / Э. В. Семёнов // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. — 2022. — Т. 25, № 2. — С. 29—39.

18. Смирнов, А. В. Анализ факторов, отвечающих за эффект памяти нелинейных искажений в усилителе мощности / А. В. Смирнов // Технологии информационного общества: Материалы XVI Международной отраслевой научно-технической конференции. — 2022. — С. 101—102.

19. Black, H. S. Stabilized Feedback Amplifiers / H. S. Black // Bell System Technical Journal. — 1934. — No. 13. — P. 1—18.

20. Comparison of Feature Selection Techniques for Power Amplifier Behavioral Modeling and Digital Predistortion Linearization / A. Barry [et al.] // Sensors. — 2021. — 17:5772. — P. 34—46.

21. Петушков, С. В. Предыскажающая компенсация продуктов интермодуляции в усилителях мощности сверхвысокочастотных сигналов / С. В. Петушков, Л. А. Белов, Е. Н. Вильдерман // Вестник Московского энергетического института. Вестник МЭИ. — 2018. — № 5. — С. 139—145.

22. Cunha, T. R. Analysis of static analog linearizer architectures for power amplifiers / T. R. Cunha, P. M. Tomé, C. J. Castela // 2018 2nd URSI Atlantic Radio Science Meeting (AT-RASC). — 2018. — P. 1—4.

23. Braithwaite, R. N. Using a cascade of digital and analog predistortion to linearize a dual-band RF transmitter / R. N. Braithwaite // 2017 IEEE Topical Conference on RF/Microwave Power Amplifiers for Radio and Wireless Applications (PAWR). — 2017. — P. 77—80.

24. Open-Loop Digital Predistorter for RF Power Amplifiers Using Dynamic Deviation Reduction-Based Volterra Series / A. Zhu [et al.] // IEEE Transactions on Microwave Theory Techniques. — 2008. — July. — Vol. 56. — P. 1524—1534.

25. Gilabert, P. L. Beyond the Moore-Penrose Inverse: Strategies for the Estimation of Digital Predistortion Linearization Parameters / P. L. Gilabert, R. N. Braithwaite, G. Montoro // IEEE Microwave Magazine. — 2020. — Vol. 21, no. 12. — P. 34—46.

26. Girard, H. A new baseband linearizer for more efficient utilization of earth station amplifiers used for QPSK transmission / H. Girard, K. Feher // Globecom ’82 - Global Telecommunications Conference. — 1982. — P. 136—140.

27. Smirnov, A. V. Use of regularization in indirect learning identification of predistorter / A. V. Smirnov // Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO). — Svetlogorsk, Kaliningrad region, Russia : IEEE, 07/2020.

28. Шинаков, Ю. С. Спектральная плотность мощности помехи нелинейных искажений в устройствах с амплитудно-фазовой конверсией / Ю. С. Шинаков // Радиотехника и электроника. — 2013. — Т. 58, № 10. — С. 1053—1064.

29. Kim, J. Digital predistortion of wideband signals based on power amplifier model with memory / J. Kim, K. Konstantinou // IET Electron. Lett. — 2001. — Vol. 37, no. 23. — P. 1417—1418.

30. Smirnov, A. V. Optimization of digital predistortion with memory / A. V. Smirnov // Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SINKHROINFO). — Minsk, Belorus : IEEE, 07/2018.

31. Becerra, J. A. Comparative analysis of greedy pursuits for the order reduction of wideband digital predistorters / J. A. Becerra, M. J. Madero-Ayora, C. Crespo-Cadenas // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. — 2019. — Т. 67, № 9. — С. 3575—3585.

32. Infinite Impulse Response Structure for Amplifier Modeling and Linearization / S. Wang [et al.] // IEEE Microwave and Wireless Components Letters. — 2021. — Vol. 31, no. 8. — P. 961—964.

33. Smirnov, A. V. Cascaded Model of Nonlinear Operator for Digital Predistortion with Memory / A. V. Smirnov // Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO). — Jaroslavl, Russia : IEEE, 07/2019. — P. 1—5.

34. Comparison between direct and indirect learnings for the digital pre-distortion of concurrent dual-band power amplifiers / L. Schuartz [et al.] // Proceedings of the 32nd Symposium on Integrated Circuits and Systems Design. — São Paulo, Brazil : Association for Computing Machinery, 2019. — (SBCCI '19).

35. Frank, W. A. Sampling requirements for Volterra system identification / W. A. Frank // IEEE Signal Processing Letters. — 1996. — Vol. 3, no. 9. — P. 250—268.

36. Linear-Decomposition Digital Predistortion of Power Amplifiers for 5G Ultrabroadband Applications / C. Yu [et al.] // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. — 2020. — Vol. 68, no. 7. — P. 2833—2844.

37. Grebennikov, A. RF and Microwave transmitter design / A. Grebennikov. — 2nd ed. — McGraw-Hill, 2015. — 1132 p.

38. Тихонов, В. И. Статистическая радиотехника / В. И. Тихонов. — Москва : Советское радио, 1966. — 678 с.

39. Горгадзе, С. Ф. СВЧ-усилители мощности для мобильной связи и радиодоступа / С. Ф. Горгадзе. — Москва : Горячая линия – Телеком, 2022. — 456 с.

40. Pedro, J. C. A comparative overview of microwave and wireless power-amplifier modeling approaches / J. C. Pedro, S. Maas // IEEE Transactions on microwave theory and techniques. — 2005. — Vol. 53, no. 4. — P. 1150—1163.

41. A new predistorter model based on power amplifier physical knowledge / T. R. Cunha [et al.] // Workshop on integrated nonlinear microwave and millimeter-wave circuits. — 04/2010. — P. 140—143.

42. Vuolevi, J. H. Distortion in RF Power Amplifiers / J. H. Vuolevi, T. Rahkonen. — Norwood, MA : Artech House, 2003. — 258 p.

43. A modified Volterra series approach for the characterization of nonlinear dynamic systems / D. Mirri [et al.] // IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conf. (IMTC'96). — Brussels, Belgium., 1996. — P. 710—715.

44. A robust digital baseband predistorter constructed using memory polynomials / Lei Ding [et al.] // IEEE Transactions on Communications. — 2004. — Jan. — Vol. 52, no. 1. — P. 159—165.

45. Kenney, J. S. Identification of RF power amplifier memory effect origins using third-order intermodulation distortion amplitude and phase assymetry / J. S. Kenney, P. Fedorenko // IEEE MTT-S international microwave symposium digest. — 2006. — P. 1121—1124.

46. Waveform contenders for 5G: Description, analysis and comparison / J.-B. Doré [et al.] // Physical Communication. — 2017. — Vol. 24. — P. 46—61.

47. On track for efficiency: concurrent multiband envelope-tracking power amplifiers / A. K. Kwan [et al.] // IEEE Microwave Magazine. — 2016. — Vol. 17, no. 5. — P. 46—59.

48. Технология NOMA с кодовым разделением в 3GPP: 5G или 6G? / М. Г. Бакулин [и др.] // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. — 2022. — Т. 16, № 1. — С. 4—14.

49. Смирнов, А. В. Энергетическая эффективность линейного усилителя мощности при работе с сигналами OFDM и SC-FDM / А. В. Смирнов // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. Т. 4. — Москва: МИРЭА, 2013. — С. 215—220.

50. Султанов, А. Х. Метод повышения энергетической эффективности систем OFDM, основанный на уменьшении пик-фактора / А. Х. Султанов, И. К. Мешков, А. А. Ишмияров // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. — 2018. — Т. 21, № 3. — С. 25—31.

51. Шинаков, Ю. С. Пикфактор сигналов OFDM и нелинейные искажения в радиооборудовании систем беспроводного доступа / Ю. С. Шинаков // Цифровая обработка сигналов. — 2012. — № 4. — С. 58—65.

52. Depiction of Peak to Average Power Ratio Reduction Scheme and potentials for 5G / S. Mohammady [et al.] // 2018 IEEE International RF and Microwave Conference (RFM). — 2018. — P. 286—290.

53. Song, J. A low-complexity peak cancellation scheme and its FPGA implementation for peak-to-average power ratio reduction / J. Song, H. A. Ochiai // EURASIP journal on Wireless communications and networking. — 2015. — Mar. — No. 85. — P. 1—14.

54. ETSI TS 36.211 V16.2.0 Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Physical Channels and Modulation [Электронный ресурс]. — 2020. — Режим доступа : https://www.etsi.org/deliver/etsi_ts/136200_136299/136211/16.02.00_60/ts_136211v160200p.pdf.

55. Левченко, А. С. Модифицированный метод резервирования тона для OFDM сигнала с малым числом несущих / А. С. Левченко, К. С. Митягин // Журнал радиоэлектроники. — 2017. — № 6. — С. 5.

56. Смирнов, А. В. Об энергетическом выигрыше при использовании схемы усиления с квантованной автоматической регулировкой режима по питанию / А. В. Смирнов, С. Ф. Горгадзе // Перспективные технологии в средствах передачи информации. Т. 2. — Владимир: ВлГУ, 2013. — С. 139—141.

57. Multiharmonic manipulation for highly efficient microwave power amplifiers / P. Colantonio [et al.] // RF and Microwave Computer-Aided Engeneering. — 2001. — Vol. 11, no. 6. — P. 366—384.

58. Смирнов, А. В. Потенциальный КПД усилителей сложных композитных сигналов / А. В. Смирнов, С. Ф. Горгадзе // Электросвязь. — 2016. — № 2. — С. 68—74.

59. Grebennikov, A. Early history of switching-mode Class-E techniques for high-efficiency power amplification / A. Grebennikov // 2017 IEEE MTT-S International Microwave Symposium (IMS). — 2017. — P. 1315—1318.

60. Варламов, О. В. Комбинирование синтетических методов высокоэффективного высокочастотного усиления / О. В. Варламов, Д. К. Нгуен, С. Е. Грычкин // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. — 2021. — Т. 15, № 9. — С. 11—16.

61. Analysis and design of outphasing transmitter using class-E power amplifiers With shunt capacitances and shunt filters / P. Afanasyev [et al.] // IEEE Access. — 2020. — Vol. 8. — P. 208879—208891.

62. Разин, К. О. Энергетический выигрыш от введения автоматической регулировки режима по питанию в линейный усилитель мощности по схеме У. Догерти / К. О. Разин, Р. Ю. Иванюшкин // Телекоммуникации и информационные технологии. — 2019. — Т. 6, № 2. — С. 12—18.

63. Optimal Two-Way Hybrid Doherty-Outphasing Power Amplifier / C. Liang [et al.] // 2020 IEEE Topical Conference on RF/Microwave Power Amplifiers for Radio and Wireless Applications (PAWR). — 2020. — P. 26—29.

64. Mary Asha Latha, Y. Nonlinear Embedding Model-Based Continuous Class E/F Power Amplifier / Y. Mary Asha Latha, K. Rawat, P. Roblin // IEEE Microwave and Wireless Components Letters. — 2019. — Vol. 29, no. 11. — P. 714—717.

65. Smirnov, A. V. The novel applications of nonlinear power amplifier model / A. V. Smirnov // T-Comm. — 2015. — Vol. 9, no. 9. — P. 76—84.

66. Смирнов, А. В. АМ-АМ искажения OFDM сигнала при заданной проходной характеристике усилителя мощности / А. В. Смирнов // Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий – РЭУС 2015. — РНТОРЭС им. А.С. Попова., 2015. — С. 84—87.

67. ETSI TS 36.104 V16.5.0 Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Base Station (BS) radio transmission and reception [Электронный ресурс]. — 2020. — Режим доступа : https://www.3gpp.org/ftp/Specs/archive/36_series/36.104/36104-g50.zip.

68. Соловьёва, Е. Б. Методы линеаризации усилителей мощности с обработкой сигнала ошибки / Е. Б. Соловьёва, А. Д. Шеллер // СПбНТОРЭС: труды ежегодной НТК. — Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ"им. В.И. Ульянова (Ленина), 2019. — С. 64—68.

69. Смирнов, А. В. Спектр сигнала после цифрового предыскажения / А. В. Смирнов // Перспективные технологии в средствах передачи информации. Т. 2. — Владимир: ВлГУ, 2019. — С. 190—193.

70. Петушков, С. В. Адаптивное устройство предыскажающей линеаризации для бортовых радиопередающих устройств / С. В. Петушков // Наукоемкие технологии в космических исследованиях Земли. — 2020. — Т. 12, № 6. — С. 11—17.

71. Byrne, D. Hardware and latency optimisation for 5G digital pre-distortion / D. Byrne, R. Farrell, J. Dooley // 2019 30th Irish Signals and Systems Conference (ISSC). — 2019. — P. 1—6.

72. Таран, В. Н. Численное моделирование основных характеристик электронного усилителя / В. Н. Таран, И. В. Чумак // Современные тенденции развития и перспективы внедрения инновационных технологий в машиностроении, образовании и экономике. — 2019. — Т. 5, 1(4). — С. 18—21.

73. Кубицкий, А. А. Возможности метода переменных состояния при проектировании и анализе радиотехнических устройств / А. А. Кубицкий, М. А. Волков, В. Е. Евсигнеев // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. — 2009. — S1. — С. 122—123.

74. Palmer, L. Computer simulation of solid-state amplifiers / L. Palmer, S. Lebowitz // COMSAT Tech. Rev. — 1978. — 8(2). — P. 371—404.

75. Смирнов, А. В. Исследование эффекта AM-PM искажений при высокоэффективном усилении мощности / А. В. Смирнов // Электросвязь. — 2016. — № 4. — С. 61—64.

76. Смирнов, А. В. Моделирование искажений OFDM сигнала в нелинейном усилителе с эффектами памяти / А. В. Смирнов // Системы синхронизации формирования и обработки сигналов. — 2016. — Т. 7, № 1. — С. 52—55.

77. Богданович, Б. М. Методы нелинейных функционалов в теории электрической связи / Б. М. Богданович, Л. А. Черкас, Е. В. Заседюрин. — Радио и связь, 1990. — 280 с.

78. Benedetto, S. Modeling and performance evaluation of nonlinear satellite links – a Volterra series approach / S. Benedetto, E. Biglieri, R. Daffara // IEEE Transactions on aerospace and electronic systems. — 1979. — Vol. AES—15, no. 4. — P. 494—507.

79. Арнольд, В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В. И. Арнольд. — 2-е изд. — Москва : МЦНМО, 2018. — 344 с.

80. Тихонов, В. Ю. Коррекция нелинейных искажений сигнала в оборудовании Ni USRP-2943R при технологии передачи OFDM / В. Ю. Тихонов, Ю. С. Шинаков // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. — 2019. — Т. 10, № 5. — С. 61—66.

81. Analysis of low frequency memory and influence on solid state HPA intermodulation characteristics / N. Le Gallou [et al.] // IEEE MTT-S Int. microwave symposium digest. Vol. 2. — 05/2001. — 979—982 vol.2.

82. Rugh, W. J. Nonlinear system theory: the Volterra/Wiener approach / W. J. Rugh. — The Johns Hopkins University Press, 2002. — 338 p.

83. Основы цифровой обработки сигналов: Курс лекций / А. И. Солонина [и др.]. — 2-е изд. — СПб : БХВ-Петербург, 2005. — 768 с.

84. Rational function-based model with memory for power amplifier behavioral modeling / T. Cunha [et al.] // Integrated Non-linear Microwave and Millimetre-wave Circuits Conf. - INMMIC. Vol. 1. — 04/2011. — P. 1—4.

85. Смирнов, А. В. Модель безынерционного нелинейного устройства в виде разложения по ортогональным функциям / А. В. Смирнов // Радиотехника. — 2017. — № 3. — С. 32—39.

86. Smirnov, A. V. Application of Wiener polynomial decomposition to power amplifier linearization problem / A. V. Smirnov // Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SINKHROINFO). — Kazan, Russia : IEEE, 07/2017.

87. Бахвалов, Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 7-е изд. — Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2020. — 636 с.

88. Schetzen, M. Theory of p^{th}-order inverses of nonlinear systems / M. Schetzen // IEEE Trans. Circuits Syst. — 1976. — Vol. 23, no. 5. — P. 285—291.

89. Micro-Cap 12. Electronic Circuit Analysis Program. Reference Manual [Электронный ресурс]. — 11-е изд. — 2018. — Режим доступа : http://www.spectrum-soft.com/download/rm12.pdf.

90. Pedro, J. C. Modeling nonlinear behavior of band-pass memoryless and dynamic systems / J. C. Pedro, N. B. Carvalho, P. M. Lavrador // IEEE MTT-S Int. microwave symposium digest. — 2003. — Vol. 3. — P. 2133—2136.

91. Леонидов, В. В. Модель системы цифрового автоматического регулирования усиления импульсных усилителей мощности на биполярных транзисторах для передающих модулей радиолокационных систем / В. В. Леонидов, И. Б. Гуляев, Г. С. Колчин // Радиотехника и электроника. — 2018. — Т. 63, № 7. — С. 758—762.

92. Strickland, P. R. The thermal equivalent circuit of a transistor / P. R. Strickland // IBM journal. — 1959. — Jan. — P. 35—45.

93. Bosch, W. Measurement and simulation of memory effects in predistortion linearizers / W. Bosch, G. Gatti // IEEE Transactions on microwave theory and techniques. — 1989. — Dec. — Vol. 37, no. 12. — P. 1885—1890.

94. Тихонов, В. Ю. Сравнение методов компенсации нелинейных искажений в усилителях мощности / В. Ю. Тихонов // Технологии информационного общества : Материалы XIII Международной отраслевой научно-технической конференции. — Москва: ООО "Издательский дом Медиа паблишер", 2019. — С. 227—230.

95. Поляк, Б. Т. Введение в оптимизацию / Б. Т. Поляк. — Москва : Наука, 1983. — 384 с.

96. Solovyeva, E. Neural networks associated with the “Black box” models of non-linear dynamic systems / E. Solovyeva // 2018 IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS). — 09/2018. — P. 1—4.

97. Кащенко, И. Е. Адаптация системы ввода цифровых предыскажений с помощью модифицированного рекурсивного метода наименьших квадратов / И. Е. Кащенко // Техника радиосвязи. — 2020. — 1(44). — С. 76—85.

98. Тихонов, А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. — 3-е изд. — Москва : Наука, 1986. — 288 с.

99. Hansen, P. C. Rank-deficient and discrete ill-posed problems: numerical aspects of linear inversion / P. C. Hansen. — Philadelphia : SIAM, 1997. — 248 p.

100. Engl, H. W. Regularization of inverse problems / H. W. Engl, M. Hanke, A. Neubauer. — Dordrecht : Kluwer, 1996. — 321 p.

101. Golub, G. H. On a characterization of the best ℓ_2-scaling of a matrix / G. H. Golub, J. M. Varah // SIAM J. Numer. Anal. — 1974. — No. 11. — P. 472—479.

102. van der Sluis, A. Condition numbers and equilibration of matrices / A. van der Sluis // Numer. Math. — 1969. — No. 14. — P. 14—23.

103. Cheng, C. H. A reconsideration of the p^{th}-order inverse predistorter / C. H. Cheng, E. J. Powers // IEEE 49th Vehicular Technology Conference. — 1999. — Vol. 2. — P. 1501—1504.

104. Boumaiza, S. Thermal memory effects modeling and compensation in RF power amplifiers and predistortion linearizers / S. Boumaiza, F. M. Ghannouchi // IEEE Trans. on microwave theory and techniques. — 2003. — Dec. — Vol. 51, no. 12. — P. 2427—2433.

105. SciPy Reference Guide. Release 1.8.1 [Электронный ресурс]. — 2022. — Режим доступа : https://docs.scipy.org/doc/scipy/scipy-ref-1.8.1.pdf.

106. RF Transistor 2SC5551A, Rev. 3 [Электронный ресурс]. — 2022. — Режим доступа : https://www.onsemi.com/products/discrete-power-modules/rf-transistors/2sc5551a.

107. Хайрер, Э. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жёсткие и дифференциально-алгебраические задачи / Э. Хайрер, Г. Ваннер. — Москва : Мир, 1999. — 685 с.

108. Cython C-extensions for python [Электронный ресурс]. — 2020. — Режим доступа : https://cython.org.

Приложение А

Акт о внедрении результатов работы

«Утверждаю»
Генеральный директор
АО «НПО Ангстрем»

__________ Плотников М.Ю.

«18» мая 2022 г.

Акт о внедрении результатов диссертационной работы
Смирнова Андрея Владимировича
«Исследование и компенсация нелинейных искажений сигнала в усилителе мощности»

Комиссия в составе:

Директора департамента разработки систем и комплексов связи, к.т.н.	Черныша А.В.
Старшего инженера-исследователя отдела Цифровой обработки сигналов, к.т.н	Рога А.Л.

составила настоящий акт о том, что результаты диссертации Смирнова А.В., а именно:

- имитационная модель усилителя мощности на основе машинного интегрирования системы дифференциальных уравнений, учитывающая эффекты памяти нелинейных искажений сигнала;
- алгоритм совместной оптимизации линейно-параметрической модели предкорректора, а также параметра регуляризации Тихонова и частоты дискретизации тестовых сигналов, используемых при идентификации предкорректора

использованы в деятельности АО «НПО Ангстрем» для исследования алгоритмов линеаризации усилителя мощности средствами цифровой обработки сигналов и повышения достоверности моделирования искажений сигнала в канале связи.

Разработанная модель усилителя позволила уточнить имитационную модель канала формирования и распространения сигнала, учтя в ней помимо линейных эффектов также нелинейные эффекты памяти, обусловленные прежде всего влиянием усилителя. Алгоритм повышения точности идентификации предкорректора, в сочетании общей моделью линеаризации методом цифрового предыскажения, разработанные Смирновым А.В. в рамках диссертационного исследования, легли в основу базовой математической модели, используемой отделом Цифровой обработки сигналов АО «НПО Ангстрем» для исследования алгоритмов линеаризации усилителей мощности.

Директор департамента разработки систем и комплексов связи, к.т.н.	Черныш А.В.
Старший инженер-исследователь отдела Цифровой обработки сигналов, к.т.н	Рог А.Л.

Приложение Б

Алгоритм ограничения пик-фактора сигнала

Ограничение пик-фактора сигнала перед подачей на УМ проходит согласно методу гасящих импульсов [53], блок-схема алгоритма которого приведена на рисунке Б.1.

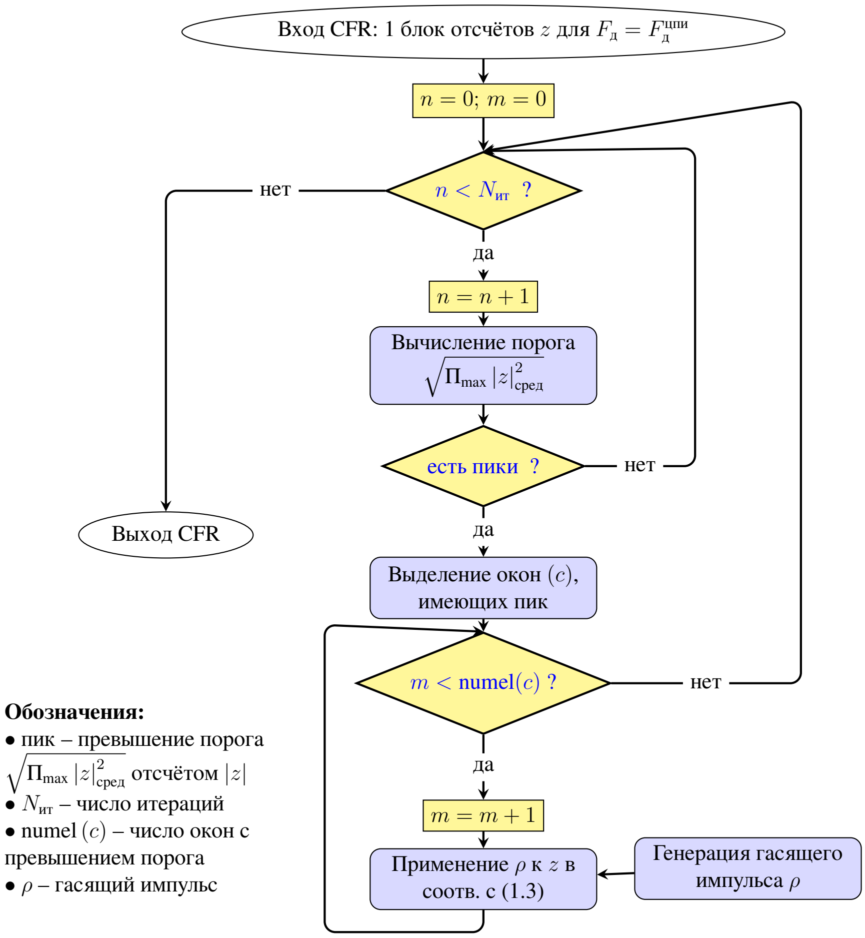
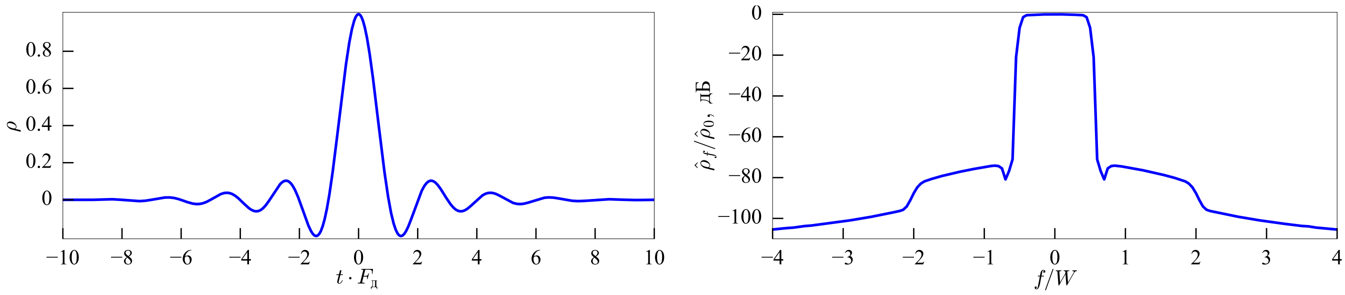


Рисунок Б.1 — Блок-схема алгоритма ограничения ПФ методом гасящих импульсов

Вид функции ρ во временной и частотной области показан на рисунке Б.2.



а) Импульсная характеристика

б) Нормированная АЧХ

Рисунок Б.2 — Характеристики гасящего импульса ρ алгоритма ограничения ПФ

Принцип метода заключается в выделении в блоке входных отсчётов фрагментов, на которых имеет место превышение заданного амплитудного порога $\Pi_{\max}$, и последующее вычитание из них функции гасящего импульса ρ согласно (1.3). Одна итерация алгоритма соответствует одному проходу по блоку входных отсчётов, где каждый отсчёт может быть включен не более чем в один фрагмент для применения ρ. Поскольку при этом не гарантируется полное устранение пиков, алгоритм предусматривает несколько итераций обработки, $N_{\text{ит}}$. При моделировании было установлено $N_{\text{ит}} = 10$.

Приложение В

Спецификация схемы замещения усилительного элемента

Значения и физический смысл параметров СЗ БТ Гуммеля-Пуна указаны в таблице В.1.

Таблица В.1 — Параметры схемы замещения УЭ для прототипа onsemi 2sc5551a [106]

Параметр	Обозначение	Значение
Активные сопротивления выводов БТ (нелинейность сопротивления базы не учитывается), Ом	$r_{к}$	1.25
	$r_{б}$	1.5
	$r_{э}$	0.28
Максимальные прямой и обратный коэффициенты усиления по току БТ	β_{π}	150
	β_{μ}	35
Прямое и обратное напряжения Эрли, В	$V_{пр}$	35
	$V_{обр}$	20
Параметры эмпирической зависимости τ_{π} от состояния системы	$I_{\tau_{\pi}}$	25.8×10^{-3}
	$V_{\tau_{\pi}}$, В	0.28
	$X_{\tau_{\pi}}$	13.45×10^{-3}
Масштабирующие коэффициенты в формулах для диффузионной составляющей C_{π} и C_{μ} соотв.	τ_{π}	30.5×10^{-12}
	τ_{μ}	1.38×10^{-9}
Параметры роста барьерной составляющей C_{π} и C_{μ} соотв. при закрытом pn-переходе	$m_{э}$	73.2×10^{-3}
	$m_{к}$	380.8×10^{-3}
Контактные потенциалы pn-переходов, В	$V_{э}$	0.199
	$V_{к}$	0.52
Барьерная ёмкость pn-переходов при нулевом смещении, пФ	$C_{\pi 0}$	2.36
	$C_{\mu 0}$	3.08
Тепловой эмиттерный ток при $T = T_0$ и нулевом смещении, фА	I_{T_0}	4.58
Тепловой ток неосновных носителей pn-переходов база-эмиттер и база-коллектор соотв. при $T = T_0$ и нулевом смещении, фА	$I_{T_0 э}$	5
	$I_{T_0 к}$	255.9
Параметр интенсивности температурной зависимости	χ	3
Номинальная температура, K	T_0	298.15
Величина порога в формулах для $C_{\mu\,бар}$ и $C_{\pi\,бар}$	FC	1.51×10^{-3}
Параметры экспоненциальной крутизны нарастания токов pn-переходов	$N_{пр}$	1.003
	$N_{обр}$	1.001
	$N_{пр.э}$	1.6
	$N_{пр.к}$	1.5
Параметр, регулирующий пересчёт $C_{\mu бар}$ в $C_{\mu 1}$ и $C_{\mu 2}$	$X_{c\mu}$	1.15×10^{-3}

Ниже приводятся формулы, определяющие зависимости нелинейных элементов СЗ БТ Гуммеля-Пуна (см. рисунок 2.7) от переменных состояния системы [37; 89].

Формулы, отвечающие за моделирование источников тока:

$$\begin{aligned} &i_\pi\left(u_\pi\right) = i_{\text{к.пр}}/\beta_\pi + I_{T\text{э}}\left(\exp\left(\tfrac{u_\pi}{N_\text{э} V_T}\right) - 1\right), \\ &i_\mu\left(u_{\mu 1}\right) = i_{\text{к.обр}}/\beta_\mu + I_{T\text{к}}\left(\exp\left(\tfrac{u_{\mu 1}}{N_\text{к} V_T}\right) - 1\right), \\ &i_{\text{кэ}}\left(u_\pi, u_{\mu 1}\right) = K_\text{г}\left(u_\pi, u_{\mu 1}\right)\left(\beta_\pi i_\pi\left(u_\pi\right) - \beta_\mu i_\mu\left(u_{\mu 1}\right)\right), \end{aligned} \tag{B.1}$$

где $i_{\text{к.пр}}$ и $i_{\text{к.обр}}$ – соотв. прямая и обратная составляющие тока основных носителей через базу БТ, определяемые как

$$i_{\text{к.пр}} = I_T\left(\exp\left(\frac{u_\pi}{N_{\text{пр}} V_T}\right) - 1\right), \qquad i_{\text{к.обр}} = I_T\left(\exp\left(\frac{u_{\mu 1}}{N_{\text{обр}} V_T}\right) - 1\right), \tag{B.2}$$

а поправочный коэффициент $K_\text{г}$ в (B.1) рассчитывается как:

$$\begin{aligned} &K_\text{г} = K_1/\left(0.5 + \sqrt{0.25 + K_2}\right), \\ &K_1 = 1 - u_{\mu 1}/V_{\text{э.пр}} - u_\pi/V_{\text{э.обр}}, \\ &K_2 = I_T/I_{\text{К пр}}\left(\exp\left(\tfrac{u_\pi}{N_{\text{пр}} V_T}\right) - 1\right) + I_T/I_{\text{К обр}}\left(\exp\left(\tfrac{u_{\mu 1}}{N_{\text{обр}} V_T}\right) - 1\right), \end{aligned} \tag{B.3}$$

где K_1 учитывает эффект Эрли, а K_2 – эффект снижения усиления БТ при большой плотности коллекторного тока.

Формулы ВФХ ёмкостей pn-переходов СЗ УЭ:

$$\begin{aligned} &C_\pi\left(u_\pi\right) = \tfrac{\delta}{\delta u_\pi}\left(\tau_\pi\left(u_\pi, u_{\mu 1}\right) i_{\text{к.пр}}\right) + C_{\pi\,\text{бар}}\left(u_\pi\right), \\ &C_{\mu 1}\left(u_{\mu 1}\right) = \tau_\mu \tfrac{\delta i_{\text{к.обр}}}{\delta u_{\mu 1}} + X_{c\mu} C_{\mu 1\,\text{бар}}, \end{aligned} \tag{B.4}$$

где первое слагаемое определяет диффузионную составляющую ёмкости, зависящую от тока и напряжения заданного pn-перехода, а второе – барьерную составляющую [37].

Параметры τ_π, τ_μ в (B.4) выражают соотношение между $i_{\text{вых}}$ и величиной заряда, переносимого соответственно составляющими $i_{\text{к.пр}}$ и $i_{\text{к.обр}}$ через базу [37]. Для ёмкости pn-перехода база-эмиттер учитывается эмпирическая зависимость τ_π от состояния системы, выражающая эффект снижения эффективной ширины базы при увеличении $u_{\mu 1}$ [37]:

$$\tau_\pi\left(u_\pi, u_{\mu 1}\right) = \tau_\pi\left(1 + X_{\tau_\pi}\left(\frac{i_{\text{к.пр}}}{i_{\text{к.пр}} + I_{\tau_\pi}}\right)^2 \exp\left(\frac{u_{\mu 1}}{1.44 V_{\tau_\pi}}\right)\right), \tag{B.5}$$

ВФХ барьерных составляющих ёмкостей в (В.4) определяются как:

$$\begin{cases} C_{\pi\,\text{бар}}\left(u_\pi\right) = & \begin{cases} C_{\pi 0}\left(1 - u_\pi / V_э\right)^{-m_э}, & \text{если } u_\pi \le V_э\text{FC}, \\ C_{\pi 0}\left(1 - \text{FC}\right)^{-m_э - 1}\left(1 - \text{FC}\left(1 + m_э\right) + m_э \frac{u_\pi}{V_э}\right), & \text{если } u_\pi > V_э\text{FC}, \end{cases} \\ C_{\mu 1\,\text{бар}}\left(u_{\mu 1}\right) = & \begin{cases} C_{\mu 0}\left(1 - u_{\mu 1} / V_к\right)^{-m_к}, & \text{если } u_{\mu 1} \le V_к\text{FC}, \\ C_{\mu 0}\left(1 - \text{FC}\right)^{-m_к - 1}\left(1 - \text{FC}\left(1 + m_к\right) + m_к \frac{u_{\mu 1}}{V_к}\right), & \text{если } u_{\mu 1} > V_к\text{FC}. \end{cases} \end{cases} \tag{В.6}$$

Внешняя составляющая проходной ёмкости определяется как:

$$C_{\mu 2}\left(u_\mu\right) = \left(1 - X_{c\mu}\right) C_{\mu 1\,\text{бар}}. \tag{В.7}$$

Формулы учёта термозависимости характеристик БТ:

$$\begin{aligned} & V_T = kT/q, \\ & \text{EG}\left(T\right) = \text{EG}_0 - 0.000702 T^2 / \left(T + 1208\right), \\ & I_T = \left(T/T_0\right)^{\chi_I} I_{T0} e^{\frac{\left(T/T_0 - 1\right)\text{EG}_0}{V_T}}, \\ & I_{Tэ} = I_{T_0 э}\left(T/T_0\right)^{\frac{\chi_I}{N_э}} e^{\frac{\left(T/T_0 - 1\right)\text{EG}}{V_T N_э}}, \\ & I_{Tк} = I_{T_0 к}\left(T/T_0\right)^{\frac{\chi_I}{N_к}} e^{\frac{\left(T/T_0 - 1\right)\text{EG}_0}{V_T N_к}}, \\ & V_к\left(T\right) = 1 / \left(V_к \frac{T}{T_0} - 3 V_T \log \frac{T}{T_0} - \text{EG}_0 \frac{T}{T_0} + \text{EG}\left(T\right)\right), \\ & C_{\mu 0}\left(T\right) = C_{\mu 0}\left(T_0\right)\left(1 + m_к\left(0.0004\left(T - T_0\right) + 1 - \frac{V_к(T)}{V_к(T_0)}\right)\right). \end{aligned} \tag{В.8}$$

где $k = 1.38062 \times 10^{-23}$ [Дж/K] – постоянная Больцманна, $q = 1.60212 \times 10^{-19}$ [K] – величина элементарного заряда, $T_0 = 283.15$ [K] – номинальная температура для которой составлена спецификация параметров УЭ и принятая за температуру внешней среды в (2.52), $\text{EG}_0 = 1.11$ [эВ] – энергия активации.

Для минимизации вычислительной сложности модели в настоящей работе не учитывалась нелинейная зависимость $r_б$ от токов I_π и I_μ, а также тепловая зависимость параметров $V_э$ и $C_{\pi 0}$ в формуле для $C_{\pi\,\text{бар}}$.

Приложение Г

Алгоритм p-кратного обращения нелинейного оператора

Пусть V и S – ВЭ операторов НИ в УМ и ЦПИ соответственно, а $\Lambda = \mathrm{V} \circ \mathrm{S}$ – тандем этих двух операторов. Для упрощения рассмотрим безынерционные НИ, так что операторы V и S определяются функциями АМ-АФМ. Тогда

$$\Lambda z = \sum_{n=0}^{N} b_n \left|z\right|^{2n} z \left(\sum_{m=0}^{M} c_m \left|z\right|^{2p}\right)^{n+1} \left(\sum_{m=0}^{M} c_m^* \left|z\right|^{2m}\right)^{n}, \tag{Г.1}$$

где b_n и c_n– коэффициенты разложения V и S соотв., в базисе $\left(\left|z\right|^{2n} z\right)$. Раскрывая скобки в (Г.1), можно представить Λ в виде разложения в этом же базисе:

$$\Lambda z = \sum_{r=0}^{2NM+N+M} \left|z\right|^{2r} z \sum_{n=0}^{\min(r,N)} b_n \sum_{l=0}^{r-n} \omega_l^{(n+1)} \omega_{r-n-l}^{(n)*}, \tag{Г.2}$$

где

$$\omega_l^{(n)} = \sum_{j=1}^{C_{n+l}^l} \mathcal{P}\left(K_j\right) 1_{\left\{\sum_{m=0}^{l} K_j(m) m = l\right\} \& \left\{\sum_{m=0}^{l} K_j(m) = n\right\}} \prod_{m=0}^{l} c_m^{K_j(m)}, \tag{Г.3}$$

где $\left(K_j\right)$ – множество кортежей размером $l+1$, задающее все возможные разбиения n на $l+1$ слагаемых, $C_{n+l}^l = (n+l)!/\left(n!l!\right)$ – число таких разбиений, $\mathcal{P}\left(K_j\right) = (l+1)!/\left(K_j\left(0\right)! \ldots K_j\left(l\right)!\right)$ – полиномиальный коэффициент разбиения K_j.

Процедура построения p-кратного обращения [88] состоит в последовательном определении коэффициентов c_n исходя из требования (2.39). Очевидно, что для выполнения $T_0 z = z$ требуется выбрать $c_0 = 1/b_0$. Далее, если предварительно определены $(c_0, \ldots, c_{p-1})$, то из (Г.2)-(Г.3) следует, что

$$\Lambda_p z = b_0 c_p \left|z\right|^{2p} z + \left|z\right|^{2p} z \sum_{n=1}^{p\wedge N} b_n \sum_{l=0}^{p-n} \omega_l^{(n+1)} \omega_{p-n-l}^{(n)*},$$

откуда, исходя из требования $\Lambda_p z = 0$, выражается коэффициент c_p:

$$c_p = -1/b_0 \sum_{n=1}^{p\wedge N} b_n \sum_{l=0}^{p-n} \omega_l^{(n+1)} \omega_{p-n-l}^{(n)*}. \tag{Г.4}$$